

## کنترل فعال ارتعاشات و پایدارسازی مقاوم چند جسمی صلب-انعطاف‌پذیر با الگوریتم مود لغزشی

### زمان متغیر

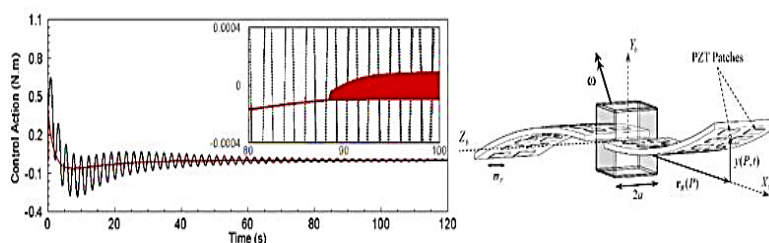
میلاذ عظیمی

استادیار، پژوهشکده سامانه‌های فضانوردی، پژوهشگاه هوافضا (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری)، تهران، ایران

#### برجسته‌ها

- مدل‌سازی دینامیک کاملاً کوپل غیرخطی سیستم صلب انعطاف‌پذیر
- کنترل هیبرید مقاوم فعال ارتعاشات و مود لغزشی با سطح لغزش زمان متغیر
- تعریف تابع شدت سوئیچینگ جهت کاهش اثرات چترینگ و اثرات متقابل صلب-انعطاف‌پذیر

#### چکیده گرافیکی



#### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:  
نوع مقاله: علمی پژوهشی  
دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۱۲  
بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۲۶  
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۲۳  
ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۷/۲۶  
\*نویسنده مسئول:  
azimi.m@ari.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

پیزوالکتریک  
چترینگ  
کنترل فعال ارتعاشات  
کنترل مود لغزشی  
کنترل مقاوم

#### چکیده

در این مقاله به طراحی کنترلرهای مقاوم هیبرید مود لغزشی توسعه‌یافته با سطح لغزشی زمان متغیر و ارتعاشات یک فضای پیمای انعطاف‌پذیر در مانور وضعیت پرداخته شده است. مدل دینامیک غیرخطی کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر شامل دوران سه محوره جسم صلب در تعامل با تغییر شکل‌های عرضی پنل‌های انعطاف‌پذیر مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک می‌باشد. سیگنال هموار کنترلی شامل ترم تانژانت هایپربولیک و یک تابع تنظیم شدت سوئیچینگ به منظور کاهش اثرات چترینگ و تعدیل اثرات ناشی از تعاملات فرکانس بالای بخش‌های انعطاف‌پذیر و اغتشاشات خارجی با بدنه صلب و کنترلر می‌باشد. ساختار سطح لغزشی متغیر با زمان امکان تنظیم میزان اثر پارامترهای وضعیت (کوآرتیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای) را بر عملکرد کنترلی فراهم ساخته است. همچنین ارتعاشات باقی‌مانده حین و پس از فاز دستیابی به هدف با به‌کارگیری یک الگوریتم مقاوم کنترل فعال ارتعاشات، کاهش یافته است. شبیه‌سازی‌ها در قالب مطالعه مقایسه‌ای، عملکرد و برتری رویکرد پیشنهادی را در مقایسه با رویکرد کلاسیک کنترل مود لغزشی برای سیستم‌های با انعطاف‌پذیری سازه‌ای در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها نمایش می‌دهد.

## ۱- مقدمه

لغزشی مرتبه دوم [۱۹] و مود لغزشی ترمینال [۲۰] برای حل مسئله ردیابی و کنترل وضعیت سیستم‌های با دینامیک پیچیده پیشنهاد و استفاده شده است.

به‌طور خاص، کنترل مود لغزشی ترمینال به دلیل قابلیت همگرایی زمان-محدود به نقطه تعادل مطرح است [۲۱-۲۳]. با این حال، کنترل مود لغزشی ترمینال رایج دو مسئله اساسی دارد؛ سرعت همگرایی آهسته (زمانی که از نقطه تعادل دور است) و مسئله تکینگی. مسئله اول توسط الگوریتم‌های کنترل مود لغزشی سریع ترمینال که توسط یو و همکاران پیشنهاد شده [۲۴] می‌تواند همگرایی سریعی فراهم کند. فنگ و همکاران کنترل مود لغزشی ترمینال غیر تکینگی را توسعه دادند که به مسئله تکینگی پرداخت [۲۵]. با این حال، کنترلر پیشنهاد شده یو و فنگ ماهیت ناپیوسته دارد که باعث ایجاد پدیده چترینگ می‌شود.

باید به این نکته اشاره داشت که ماهیت ناپیوسته الگوریتم‌های کنترلی ساختار متغیر علاوه بر تحریک دینامیک‌های مدل نشده فرکانس بالا، منجر به ایجاد چترینگ (خصوصاً بر روی سیستم‌هایی که به‌طور ناقص مدل‌سازی شده‌اند) می‌شود [۲۶-۲۸]. به‌منظور جلوگیری از این مسئله، معمولاً از تقریب‌های پیوسته برای توابع سوئیچ استفاده می‌شود.

در این مقاله از الگوریتم کنترل مانور مود لغزشی توسعه یافته با سطح لغزش متغیر با زمان و یک تابع تنظیم شدت فرمان‌های کنترلی استفاده شده است. این رویکرد، به پیشنهاد قانون کنترلی با درجه مشخصی از یکنواختی سیگنال ورودی کنترلی می‌پردازد که امکان تغییر ورودی کنترلی با زمان را متناسب با کاربرد ایجاد کرده و با تولید سیگنال‌های هموار، مانع تحریک دینامیک فرکانس بالای سیستم و اثر بر عملکرد کنترلر وضعیت (تعامل کنترلر-سازه) می‌شود. از طرف دیگر با در نظر گرفتن فاکتور مقیاس متغیر با زمان در طراحی سطح لغزش پیشنهادی، قابلیت تغییر تمرکز از سرعت‌های زاویه‌ای به پارامترهای وضعیت فراهم شده است. حضور این فاکتور مقیاس در قانون کنترلی، یک ترم انتگرالی به ساختار کنترلر مود لغزشی اضافه می‌کند و آن را از ماهیت PD به یک PID تبدیل می‌کند. این روش جهت کاهش خطاهای ماندگار سیستم و کمک به کاهش

فضای‌های مدرن امروزی اغلب مجهز به سازه‌های بزرگی مانند پانل‌های خورشیدی و آنتن‌ها می‌باشند که استحکام کلی سیستم را کاهش داده و آن‌ها را انعطاف‌پذیر می‌کند [۱-۴]. این سازه‌های انعطاف‌پذیر سبک‌وزن می‌توانند نسبت به بدنه اصلی فضای‌ها تغییر وضعیت دورانی داشته تا برخی الزامات مأموریت‌های فضایی را ارضاء نمایند [۵-۶]. دوران بدنه اصلی فضای‌ها که اغلب به‌عنوان جسم صلب در نظر گرفته می‌شود، می‌تواند مودهای ارتعاشی بخش‌های انعطاف‌پذیر را که بر وضعیت فضای‌ها تأثیر منفی می‌گذارد، تحریک کند. از طرف دیگر، دوران سازه‌ها، حرکت‌های وضعی و انتقالی فضای‌ها نیز با یکدیگر کوپل هستند که منجر به غیرخطی شدن سیستم می‌شود و کنترل وضعیت را چالش‌برانگیزتر می‌کند [۷-۸].

پیچیدگی عمده در توسعه کنترلرهای وضعیت برای سیستم‌های با دینامیک صلب-انعطاف‌پذیر، در نحوه مدل‌سازی رفتار ارتعاشات غیرقابل اندازه‌گیری، شرایط کوپلینگ دینامیکی صلب-انعطاف‌پذیر، نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی می‌باشد [۹-۱۱].

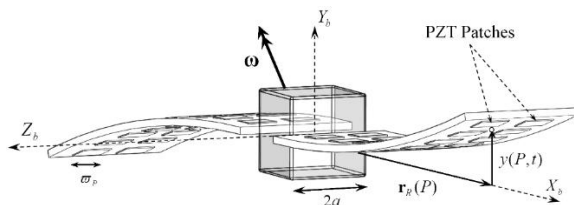
هنگامی که بخش‌های انعطاف‌پذیر نسبت به بدنه صلب در حال دوران باشند، ساختار کلی سیستم با گذشت زمان تغییر می‌کند. در نتیجه، برخی از پارامترهای سیستم از جمله ماتریس اینرسی و ضرایب کوپلینگ صلب-انعطاف‌پذیر که ارتباط نزدیکی با زاویه دوران نسبی بخش‌های انعطاف‌پذیر دارند، با زمان تغییر می‌کنند. به این ترتیب، نامعینی‌های پارامتری به دلیل محدودیت‌های موجود، افزایش یافته و در طول زمان تغییر می‌کنند [۱۲].

از جمله راه‌حل‌های امکان‌پذیر و موجود علاوه بر استفاده از مشاهده‌کننده‌های حالت و یا الگوریتم‌های تطبیقی در تقابل با این مسئله، استفاده از الگوریتم‌های کنترل مقاوم می‌باشد [۱۳-۱۴]. از میان الگوریتم‌های کنترل مقاوم، کنترل مود لغزشی عملکرد بسیار مناسبی در مدیریت سیستم‌های غیرخطی با نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی نشان داده است [۱۵-۱۷]. الگوریتم‌های مود لغزشی با سطوح مختلف لغزشی، مانند کنترل مود لغزشی انتگرالی [۱۸]، کنترل مود

در بخش سوم به طراحی کنترل هم‌زمان مانور و ارتعاشات به ترتیب با استفاده از الگوریتم مقاوم مود لغزشی توسعه‌یافته با سطح لغزش زمان متغیر MTSMC و کنترل فعال مقاوم ارتعاشات پرداخته شده است. بخش چهارم کنترلرهای پیشنهادی بر مدل فضای پیمای انعطاف‌پذیر پیاده‌سازی شده و عملکرد سیستم با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی در قالب مطالعه مقایسه‌ای نمایش داده شده است. مقاله با ارائه نتیجه‌گیری در بخش پنجم جمع‌بندی شده است.

## ۲- مدل‌سازی ریاضی فضای پیمای انعطاف‌پذیر

شکل ۱ شماتیک فضای پیمای انعطاف‌پذیر متشکل از یک هاب صلب و دو پنل انعطاف‌پذیر مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک متصل به آن را نمایش می‌دهد. برای مدل‌سازی تغییر شکل‌های الاستیک پنل‌ها از تئوری تیر اولر-برنولی در مانورهای وضعیت چند محوره استفاده شده است. با انتخاب مرکز جرم فضای پیمای به عنوان مبدأ دستگاه مرجع بدنه-ثابت  $(OXYZ)_b$ ، حرکات وضعی فضای پیمای از حرکات انتقالی آن تفکیک شده است.



شکل (۱): مدل دینامیکی فضای پیمای انعطاف‌پذیر.

پنل‌ها دارای طول  $L_b$ ، ضخامت  $h_b$ ، جرم در واحد طول  $\rho_b$ ، ممان اینرسی خمشی  $I_b$ ، مدول یانگ  $E_b$  هستند. حسگر/عملگر پیزوالکتریک با طول  $L_p$ ، ضخامت  $h_p$ ، جرم در واحد طول  $\rho_p$ ، ممان اینرسی خمشی  $I_p$ ، مدول یانگ  $E_p$  در دو طرف هر پنل متصل شده‌اند (اندیس‌های  $b$  و  $p$  به ترتیب بیانگر مشخصه‌های پنل و پیزوالکتریک می‌باشند).

سینماتیک میان سرعت زاویه‌ای بدنه و پارامترهای وضعیت می‌بایست ایجاد شود. سمت‌گیری مختصات بدنه ثابت  $(OXYZ)_b$  با توجه به یک دستگاه اینرسی دلخواه  $(OXYZ)_I$  با استفاده از ماتریس کسینوس‌های هادی

$$\mathbf{C}(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3} \text{ تعریف می‌شود:}$$

اغتشاشات در مسائل تنظیم نقطه تعادل که شامل نامعینی‌های متعدد می‌باشد مؤثر می‌باشد [۲۹].

کنترل فعال ارتعاشات، برخلاف روش‌های غیرفعال که از المان‌های مکانیکی برای کنترل ارتعاشات در حضور اغتشاشات خارجی معین استفاده می‌کند [۳۰-۳۱]، به پیشنهاد مکانیزم‌های خود-تطبیقی برای کاهش یا حذف اثرات اغتشاشات نامعین می‌پردازد. در عمل، الگوریتم‌های کنترل فعال را می‌توان با استفاده از مواد پیزوالکتریک به دلیل خواص منحصربه‌فرد آن‌ها مانند سبکی، توانایی تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی و بالعکس و کمترین اثرات باقی‌مانده پیاده‌سازی کرد [۳۲-۳۴].

روش‌های کنترل ارتعاشات معمولاً بر اساس یکی از رویکردهای زیر توسعه یافته‌اند: بهبود روش‌های کنترلی رایج، مانند، کنترل تناسبی، مشتقی، انتگرالی [۳۵]، الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر رویکردهای کلاسیکی مانند روش تنظیم مرتبه دوم خطی [۳۶-۳۷] یا روش‌های بهینه‌سازی تصادفی [۳۸] که تابع هزینه را کمینه می‌کنند، الگوریتم‌های هوشمند [۳۹-۴۰] و ترکیبی از روش‌ها/رویکردهای کنترلی مختلف [۴۱]. با این وجود، می‌توان نتیجه گرفت که تحقیقات پیشین حداقل یا از فرضیات پایستار در مدل‌سازی دینامیک و اغتشاشات استفاده کرده‌اند، یا در فرایند طراحی می‌بایست معکوس ماتریس جرم را محاسبه کنند و یا اینکه کمتر تحلیلی برای نمایش پایداری و عملکرد مقاوم آن‌ها ارائه شده است.

رویکرد اتخاذ شده در بخش کنترل ارتعاشات این مقاله، استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک و الگوریتم مقاوم در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی می‌باشد. از جمله نوآوری‌های الگوریتم کنترل ارتعاشات مقاوم پیشنهادی، با حذف برخی از اشکالات تحقیقات پیشین، عبارت است از: جامعیت کاربرد، افزایش سرعت همگرایی با لحاظ مسیر مطلوب نمایی، پایداری حلقه بسته مقاوم سیستم با استفاده از تابع لیاپانوف و عدم استفاده از فرض پایستاری به‌عنوان مثال، در حدود بالای نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی. ساختار مقاله به این صورت می‌باشد که پس از مرور پیشینه در بخش دوم به مدل‌سازی دینامیکی فضای پیمای انعطاف‌پذیر در مانور وضعیت چند محوره پرداخته شده است.

حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک از محور خنثی پِنل و  $\omega_p$  عرض حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک می‌باشد.

$$\begin{aligned} T &= T_M + \sum_{i=1}^2 T_b^i + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} T_p^i \\ &= \frac{1}{2} \omega^T J_h \omega \\ &+ \sum_{i=1}^2 \int_a^{a+L_b} \rho_b^i \dot{\mathbf{y}}^i T \dot{\mathbf{y}}^i + \omega \rho_b^i (\mathbf{r}_R^{i \times}(P) \\ &+ \mathbf{y}^{i \times}) \dot{\mathbf{y}}^i dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} \int_{x_i}^{x_i+L_p} \rho_p^j \dot{\mathbf{y}}^j T \dot{\mathbf{y}}^j \\ &+ \omega^j \rho_p^j (\mathbf{r}_R^{j \times}(P) + \mathbf{y}^{j \times}) \dot{\mathbf{y}}^j dx \\ V &= \sum_{i=1}^2 V_b^i + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} V_p^i \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_a^{a+L_b} EI_b^i \left( \frac{\partial^2 \mathbf{y}^i}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} (E\omega h)_p^i \left( y + y_h \right. \\ &\left. + \frac{h_p^i}{3} \right) \int_{x_i}^{x_i+L_p} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{y}^i}{\partial x^2} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (1)$$

کار انجام شده توسط اغتشاشات خارجی، گشتاور کنترلی و حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک عبارت است از:

$$W_{nc} = \frac{1}{2} (\mathbf{A}^T \mathbf{N} \mathbf{A} - (\mathbf{y}^k)^T \mathbf{P} \mathbf{A}) + W_D \quad (8)$$

با:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{n \times 1}^j &= 2[(E_3 \times h)_p^j \quad (E_3 \times h)_p^j \quad \dots \quad (E_3 \times h)_p^{n_j}]^T \\ \mathbf{N}_{n \times n} &= \text{diag} \left[ 2((\bar{w}L/h)(\epsilon_3^T - d_{31}^2 E))^j \right] \\ \mathbf{P}_{1 \times n}^{a,s} &= 2 \int_{x_i}^{x_i+L_p} \left( (d_{31} E \omega)(y + h/2) \Psi'^T \right)_p^i \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن کار انجام شده توسط اغتشاشات خارجی و ورودی گشتاور کنترلی،  $E_3$  و  $\epsilon_3^T$  به ترتیب ثابت ولتاژ، چگالی میدان الکتریکی و قابلیت گذردهی انرژی الکتریکی مواد پیزوالکتریک می‌باشند. با استفاده از معادلات (۶) تا (۸) و جایگذاری در معادلات لاگرانژ برحسب شبه مختصات [۴۲]، مدل دینامیک وضعیت و ارتعاشات فضاپیما به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$(OXYZ)_b = \mathbf{C}(t)(OXYZ)_I \quad (1)$$

کواترنیون‌ها (که پارامترهای متقارن اوایلر نیز نامیده می‌شود)، به‌عنوان پارامترهای مبین وضعیت، به‌طور کامل از سمت‌گیری تکین اجتناب می‌کند و به‌صورت برداری  $\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{q}_{1:3}] \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{1:3} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = e(t) \sin \frac{\Phi(t)}{2} \\ q_0 = \cos \frac{\Phi(t)}{2} \end{cases} \quad (2)$$

که در آن  $0 \leq \Phi(t) \leq 2\pi$  دوران جسم صلب حول محور دوران اوایلر  $e(t)$  می‌باشد. کواترنیون‌ها توسط رابطه زیر به بردار سرعت‌های زاویه‌ای  $\omega = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$  در ارتباط هستند:

$$q(t) = \frac{1}{2} \begin{cases} (q_0 \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}) \omega \\ -\mathbf{q}_{1:3}^T \omega \end{cases} \quad (3)$$

که در آن  $\times$  (بیانگر ماتریس پادمقارن است. سرعت یک نقطه فرضی  $P$  بر روی هر پِنل نسبت به دستگاه مختصات بدنه ثابت را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$\dot{\mathbf{r}}^i(P, t) = \dot{\mathbf{y}}^i(P, t) + \omega \times (\mathbf{r}_R^i(P) + \mathbf{y}^i(P, t)) \quad (4)$$

که در آن برداری از مرکز جرم تا نقطه  $P$  (تغییر شکل نیافته)،  $\mathbf{y}^i(P, t)$ ،  $(i = 1, 2)$  تغییر شکل الاستیک نامین پِنل می‌باشد که می‌توان آن را با استفاده از روش موده‌های فرضی گسسته‌سازی کرد:

$$\mathbf{y}(x, t) = \sum_{k=1}^m (\Psi^k)^T(x) \mathbf{y}^k(t) \quad (5)$$

که در آن توابع شکلی و  $\mathbf{y}^k = [\gamma^1 \quad \gamma^2 \quad \dots \quad \gamma^k]$   $k$  امین مختصات تعمیم‌یافته می‌باشد. انرژی جنبشی کل سیستم را می‌توان به‌صورت رابطه (۶) نمایش داد که در آن اندیس  $M$  بیانگر هاب اصلی،  $J_h$  ممان اینرسی هاب،  $a$  فاصله از مرکز هاب تا ریشه پِنل و  $x_i$  نقطه مبدأ مختصات  $x$  حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک می‌باشد. انرژی پتانسیل کل سیستم را نیز می‌توان با استفاده از رابطه (۷) نمایش داد که در آن  $\gamma$  نقطه مرجع اندازه‌گیری محل جانمایی

**فرضیه ۱:** اغتشاشات خارجی مانند فشارهای ناشی از تابش خورشیدی، نیروهای گرانشی و مغناطیسی و دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر فضاپیما با مقدار اشباع  $\tau_S^m$  در نظر گرفته شده برای عملگرهای وضعیت محدود شده است:

$$\|\tau_e\| = \|\bar{\tau}_e\| \leq \bar{\tau}_b < \tau_S^m$$

**فرضیه ۲:** سیگنال کنترلی با یک مقدار اشباع، محدود در نظر گرفته شده است  $\|\tau_c\| < \tau_S^m$  [۴۳].

**فرضیه ۳:** حرکت بخش‌های انعطاف‌پذیر  $\|\dot{\gamma}^k\|$  و مشتق آن نیز  $\|\dot{\gamma}^k\|$  محدود در نظر گرفته شده است.

سطح لغزش توسعه یافته  $\sigma$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$\sigma = \omega_e + \bar{G}(t)\mathbf{q}_{1:3e} \quad (11)$$

در رابطه فوق  $\bar{G}(t)$  ضریب بهره متغیر با زمان است که مشتق آن عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{G}}(t) = & -\alpha_1(1-\beta)\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e}^T \left\{ \tanh\left(\frac{\sigma}{B^2}\right) \right. \\ & \left. + \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) \right\} - \alpha_1\alpha_2\bar{G}(\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن  $\alpha_i (i=1,3)$  اسکالرهایی مثبت،  $\alpha_2$  ضریب مقیاس،  $0 < \beta \leq 1$ ،  $B^2$  تابع تنظیم شدت سوئیچینگ که مبین تغییرات ساختار تلاش کنترلی با سطح  $\sigma$  بوده و بیانگر نرخ کنترل نیز می‌باشد:

$$\begin{aligned} B^2 = & B_0^2 \exp[-6\alpha_4\alpha_5(1-\beta)\tau_S^m t] \\ & + \alpha_4\alpha_5 \int_0^t \exp[-6\alpha_4\alpha_5(1-\beta)\tau_S^m(t \\ & - \bar{t})] (\bar{G}^2(\bar{t})(\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3)) d\bar{t} \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن  $B^2(0) = B_0^2$  جهت تنظیم نرخ کنترلی تعریف شده است،  $\alpha_4$  ثابت مثبت و بیانگر نرخ شدت سیگنال کنترلی بوده و  $\alpha_5$  رابطه زیر را ارضاء می‌کند [۴۴]:

$$0 \leq \frac{1}{\alpha_5} \leq \left| \frac{B^2}{\sigma_i} \right| \left( 1 - \tanh\left(\left| \frac{\sigma_i}{B^2} \right|\right) \right)^{-1} \quad (i=1:3) \quad (14)$$

قانون کنترل وضعیت به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{aligned} \tau_c = & \left( -\beta\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e} - (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\sigma}{B^2}\right) \right. \\ & \left. + \mathbf{M}^{RF}\dot{\gamma}^k + \mathbf{C}^R\omega + \mathbf{C}^{RF}\dot{\gamma}^k \right) \end{aligned} \quad (15)$$

مقدار  $\beta$  در قانون کنترل، وزن  $\mathbf{q}_{1:3e}$  و تابع تانژانت هایپربولیک را در حلقه فیدبک تعریف می‌کند. باید به این نکته توجه داشت که تابع تانژانت هایپربولیک همراه تابع تنظیم شدت برای کاهش اثرات چترینگ موجود در ساختار

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^R\dot{\omega} + \mathbf{M}^{RF}\dot{\gamma}^k + \mathbf{C}^R\omega + \mathbf{C}^{RF}\dot{\gamma}^k & = \tau \\ \mathbf{M}^{FR}\dot{\omega} + \mathbf{M}^F\dot{\gamma}^k + \mathbf{C}^{FR}\omega + \mathbf{C}^F\dot{\gamma}^k + \mathbf{K}^F\gamma^k & \\ & = -\mathbf{P}\mathbf{g}\mathbf{A}_p^a - \mathbf{d}_e \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_p^s = \mathbf{g}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{P}^T\mathbf{g}_p^s$$

که در آن  $\tau_c \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ،  $\tau = \tau_c + \tau_e$  گشتاور کنترلی،  $\tau_c \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  اغتشاشات خارجی وارد بر هاب،  $\mathbf{d}_e \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  اغتشاشات خارجی وارد بر بخش‌های انعطاف‌پذیر،  $\mathbf{M}$  ماتریس جرم،  $\mathbf{C}$  ماتریس میرایی،  $\mathbf{K}$  ماتریس سختی،  $g$  ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، و بالانویس‌های  $a$  و  $s$ ،  $R$ ،  $RF$  و  $F$  به ترتیب مبین عملگر پیزوالکتریک، حسگر پیزوالکتریک، جسم صلب، کوپلینگ صلب-انعطاف‌پذیر و جسم انعطاف‌پذیر می‌باشند.

### ۳- طراحی کنترلر

در این بخش دو رویکرد کنترلی مختلف در قالب دو الگوریتم مقاوم وضعیت و ارتعاشات ارائه شده است. ابتدا به طراحی کنترلر مود لغزشی با سطح لغزش متغیر با زمان و یک تابع تنظیم شدت سوئیچ پرداخته شده و در ادامه برای دستیابی به مانور با دقت بالا یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات پیاده‌سازی شده است.

#### ۳-۱- کنترلر مود لغزشی زمان متغیر

الگوریتم‌های مود لغزشی کلاسیک از جمله روش‌های مقاوم در برابر نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی می‌باشند. یکی از اصلی‌ترین ضعف‌های این روش، چترینگ موجود در ساختار آن است که می‌تواند مودهای فرکانس بالای سیستم‌های انعطاف‌پذیر را تحریک کند. جهت برطرف کردن چترینگ از الگوریتم‌های مرتبه بالای مود لغزشی استفاده می‌شود. هنگامی که هر اغتشاش خارجی یا داخلی منجر به تحریک مودهای فرکانس بالای سیستم می‌شود، ایجاد یک تابع شدت در ساختار سطح لغزش می‌تواند متناسب با فرکانس تحریک، ساختار سوئیچینگ را با زمان تغییر داده و باعث کاهش اثرات آن بر دینامیک سیستم شود. پیش از طراحی کنترلر وضعیت فرضیات زیر برای تحلیل بیشتر فرآیند طراحی کنترل در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \sum_{\mathbf{R}^3} \sigma_i \left( -(1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\sigma_i}{B^2}\right) + \bar{\tau}_e \right) \\
&\quad - \bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}^T \left( (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) + \bar{\tau}_e \right) \\
&\quad - \alpha_2 \bar{G}^2 (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \\
&\quad - 6B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \\
&\quad + \alpha_2 \bar{G}^2 (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \\
&\leq -(1-\beta)\tau_S^m \sum_{\mathbf{R}^3} |\sigma_i| \tanh\left(\frac{\sigma_i}{B^2}\right) + \|\boldsymbol{\sigma}\| \bar{\tau}_b \\
&\quad - \bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}^T \left( (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) - \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad - 6B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \\
&= -(1-\beta)\tau_S^m \sum_{\mathbf{R}^3} |\sigma_i| \tanh\left(\frac{\sigma_i}{B^2}\right) + \|\boldsymbol{\sigma}\| \bar{\tau}_b \quad (19) \\
&\quad + (1-\beta)\tau_S^m \left( \sum_{\mathbf{R}^3} |\sigma_i| - \|\boldsymbol{\sigma}\| \right) \\
&\quad - \bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}^T \left( (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) - \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad - 6B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \\
&= \|\boldsymbol{\sigma}\| \left( -(1-\beta)\tau_S^m + \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad + (1-\beta)\tau_S^m \left( \sum_{\mathbf{R}^3} |\sigma_i| \left( 1 - \tanh\left(\frac{\sigma_i}{B^2}\right) \right) \right) \\
&\quad - \bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}^T \left( (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) - \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad - 6B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \\
\dot{V}_1 &= -\|\boldsymbol{\sigma}\| \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad + 3B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \\
&\quad - \|\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}\| \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) \\
&\quad + 3B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m - 6B^2 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m \quad (20) \\
&= -(\|\boldsymbol{\sigma}\| + \|\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}\|) \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) \\
&\leq 0 \\
\dot{V}_1 &\leq \int_0^\infty -(\|\boldsymbol{\sigma}\| + \|\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}\|) \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) dt \\
&\leq \int_0^\infty \|\boldsymbol{\omega}_e\| \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) dt \quad (21) \\
&\leq \int_0^\infty -\|\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}\| \left( (1-\beta)\tau_S^m - \bar{\tau}_b \right) dt
\end{aligned}$$

با توجه به پیوستگی و مشخصه کران دار بودن  $\|\boldsymbol{\omega}_e\|$  و  $\|\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}\|$  در بازه انتگرال گیری و به کارگیری قضیه بارالات می توان نتیجه گرفت که با  $t \rightarrow \infty$  مقادیر  $\boldsymbol{\omega}_e$  و  $\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}$  به صفر همگرا می شوند. همچنین کران دار بودن  $\mathbf{q}$ ، از عبارت  $\|\mathbf{q}_{1:3e}\|_2^2 + q_0^2 = 1$  مشخص است. به این ترتیب کران دار

الگوریتم های مود لغزشی و محدودیت های اشباع در نظر گرفته شده اند.

**تئوری ۱:** در نظر گرفتن فرضیه ۱ تا ۳ و مقادیر مناسب برای  $\alpha_1$  و  $\alpha_3$  منجر به همگرایی سریع تر  $\mathbf{q}$  نسبت به  $\bar{G}(t)$  می شود. بنابراین شرایط سطح لغزش  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$  در زمان محدود حاصل شده و مؤلفه های مطلوب وضعیت دست یافتنی می باشد (به واسطه  $t \rightarrow \infty$  داریم  $\mathbf{q}_{1:3} \rightarrow \mathbf{0}$ ،  $q_0 \rightarrow 1$  و  $\boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{0}$ ).

**اثبات ۱:** پایداری مجانبی حالت مطلوب سیستم را می توان با تابع لیپانوف زیر اثبات کرد:

$$V_1 = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{M}^R \boldsymbol{\omega}_e + \alpha_1^{-1} \bar{G}^2) + 2\beta\tau_S^m (1 - q_{0e}) \alpha_4^{-1} B^2 \quad (16)$$

با مشتق گیری از معادله (۱۶)، جایگذاری  $\dot{\bar{G}}(t)$ ،  $\boldsymbol{\tau}_c$  و دینامیک سیستم داریم:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \boldsymbol{\omega}_e^T (\boldsymbol{\tau}_c + \boldsymbol{\tau}_e - \mathbf{M}^{RF} \dot{\mathbf{y}}^k + \mathbf{C}^R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}^{RF} \dot{\mathbf{y}}^k \\
&\quad + \beta\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e}) + \alpha_1^{-1} \bar{G} \dot{\bar{G}} + \alpha_4^{-1} \dot{B}^2(t) \\
&= \boldsymbol{\omega}_e^T \left( -\beta\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e} - (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{B^2}\right) \right. \\
&\quad \left. + \bar{\tau}_e + \beta\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e} \right) \\
&\quad + \alpha_1^{-1} \bar{G} \left\{ -\alpha_1 (1-\beta)\tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e}^T \left\{ \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{B^2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \alpha_1 \alpha_2 \bar{G} (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \right\} + \alpha_4^{-1} \dot{B}^2(t) \\
&= \boldsymbol{\sigma}^T \left( -(1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{B^2}\right) + \bar{\tau}_e \right) \\
&\quad - \bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}^T \left( \bar{\tau}_e - (1-\beta)\tau_S^m \tanh\left(\frac{\bar{G}\mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) \right) \\
&\quad - \alpha_2 \bar{G}^2 (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) + \alpha_4^{-1} \dot{B}^2(t)
\end{aligned} \quad (17)$$

که در آن:

$$\dot{B}^2 = -6B_0^2 \alpha_4 \alpha_5 (1-\beta)\tau_S^m + \alpha_2 \alpha_4 \bar{G}^2 (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \quad (18)$$

با بازنویسی معادله (۱۷)، در نظر گرفتن معادله (۱۸) و تعریف ترم ۱- بردارها ( $\mathbf{R}^3$ )، رابطه (۱۹) را داریم. با در نظر گرفتن معادله (۱۴) در معادله (۱۹)، معادله (۲۰) حاصل می شود. در ادامه، با توجه به معادله (۲۰) می توان مشاهده کرد که مقادیر کوچک  $\beta$  برای تحقق  $\dot{V}_1 \leq 0$  مناسب تر هستند. با انتگرال گیری از معادله (۲۰)، رابطه (۲۱) را داریم.

همچنین  $\mathbf{y}_e = \mathbf{y} - \mathbf{y}_d$  خطاهای حالت،  $\mathbf{y}_d$  بردار حالت‌های مطلوب که برای نرخ همگرایی تعریف شده است،  $\mathbf{\Lambda}_2 = \dot{\mathbf{y}}_e - \dot{\mathbf{y}}_d$  و  $\mathbf{\Lambda}_1 = \mathbf{y}_e + \mathbf{y}_e$  توابع خطای اندازه‌گیری شده،  $\mathbf{G}$  ماتریس مثبت معین،  $b_2$  اسکالر مثبت معین،  $b_3$  و  $b_4$  پارامترهای مثبت هموار کننده سیگنال کنترلی و زیرنویس 0 مبین بخش معین پارامتر می‌باشد. با در نظر گرفتن فرض ۴ و انتخاب مناسب  $\mathbf{G}$  و  $b_i$ ها، کنترل فعال ارتعاشات انجام خواهد شد.

**اثبات ۲:** تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{\Lambda}_1^T \mathbf{M}^F \mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \mathbf{y}_e \quad (25)$$

مشتق تابع فوق عبارت است از:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{\Lambda}_1^T (\mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}_e + \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}_e) + 2 \mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e \quad (26)$$

با جایگذاری بخش دوم معادله (۱۰) و سیگنال کنترلی معادله (۲۳) در معادله (۲۵) داریم:

بودن  $\bar{G}(t)$  که از رابطه (۱۲) استخراج می‌شود نیز قابل اثبات است:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\bar{G}^2(t)) &= -\alpha_1 (1 \\ &- \beta) \tau_S^m \mathbf{q}_{1:3e}^T \bar{G} \left\{ \tanh\left(\frac{\sigma}{B^2}\right) + \tanh\left(\frac{\bar{G} \mathbf{q}_{1:3e}}{B^2}\right) \right\} \\ &- \alpha_1 \alpha_2 \bar{G}^2 (\mathbf{q}_{1:3e}^T \mathbf{q}_{1:3e} + \alpha_3) \\ &\leq 2\sqrt{3}(1-\beta) \tau_S^m |\bar{G}| \\ &- \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \bar{G}^2 \\ &\leq -\frac{1}{2} (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3) \left( \bar{G}^2 \right. \\ &\left. - \left( \frac{2\sqrt{3}(1-\beta) \tau_S^m}{\alpha_2 \alpha_3} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (27)$$

که نشان می‌دهد  $|\bar{G}(t)|$  با در نظر گرفتن کران برای پارامترهای سیستم کاهش می‌یابد. اگرچه، امکان همگرا شدن  $\bar{G}(t)$  مادامی‌که  $\mathbf{q}_{1:3e} \neq 0$  برای  $\bar{G} \mathbf{q}_{1:3e} \rightarrow 0$  وجود دارد. باید به این نکته اشاره داشت که مقادیر  $\alpha_1$  و  $\alpha_3$  به این ترتیب سرعت تغییر  $\bar{G}(t)$  و صفر شدن آن را تحت تأثیر قرار می‌دهند. بنابراین، انتخاب مناسب این پارامترها برای عملکرد کنترلر ضروری است (نرخ همگرایی  $\mathbf{q}_{1:3e}$  سریع‌تر از  $\bar{G}(t)$  می‌باشد).

### ۳-۲- کنترل فعال ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات مقاوم با استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک پرداخته شده است.

**فرضیه ۴:** نامعینی‌های ناشی از بخش‌های انعطاف‌پذیر محدود در نظر گرفته شده است:

$$\|\Delta \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}^k + \Delta \mathbf{C}^F \dot{\mathbf{y}}^k + \Delta \mathbf{K}^F \mathbf{y}^k\| = \|\mathbf{b}_1\| < \bar{b}_1 + \bar{b}_2 \|\mathbf{y}^k\| + \bar{b}_3 \|\dot{\mathbf{y}}^k\|^2$$

که در آن  $\bar{b}_i$  (i = 1:3) اسکالرهایی مثبت معین هستند.

**تئوری ۲:** قانون کنترل فعال ارتعاشات مقاوم را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p^a &= (\mathbf{P} \mathbf{g})^{-1} \left( \mathbf{G} \mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{M}^F \mathbf{\Lambda}_2 - \mathbf{\Gamma}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) \right. \\ &\left. - \frac{1}{2b_2} \mathbf{\Lambda}_1 - \frac{\|\mathbf{b}_1\|^2 \mathbf{\Lambda}_1}{\|\mathbf{b}_1\| \|\mathbf{\Lambda}_1\| + b_3 \exp(-b_4 t)} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن:

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) = \mathbf{M}_0^{FR} \dot{\omega} + \mathbf{C}_0^{FR} \omega + \mathbf{C}_0^F \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_0^F \mathbf{y} \quad (29)$$

$\int_0^{\hat{t}} \|\mathbf{d}_e\|_G^2 dt \leq \infty$  بنابراین با انتگرال گیری از معادله (۲۷) داریم:

$$\int_0^{\hat{t}} \|\mathbf{d}_e\|_G^2 dt + V_2(\hat{t}) \leq V_2(0) + \frac{b_3}{b_4} (1 - \exp(-b_4 \hat{t})) + \frac{1}{2} \int_0^{\hat{t}} b_2 \|\mathbf{d}_e\|_G^2 dt \quad (0 \leq t < \infty) \quad (۲۹)$$

که نشان می دهد  $\mathbf{y}_e$  نیز انتگرالی-تربيعی است (که در آن  $\|\mathbf{y}_e\|_G^2 = \mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \mathbf{y}_e$  به معنی نُرم وزنی  $\mathbf{y}_e$  است). با به کارگیری قضیه باربالات همگرایی  $\mathbf{y}_e$  و پایداری سیستم تضمین شده است. باید به این نکته اشاره داشت که تلاش های کنترلی بزرگ با افزایش  $b_2$  حاصل خواهد شد.

#### ۴- شبیه سازی های عددی و نتایج

در این بخش شبیه سازی های مانور وضعیت چند محوره فضایی انعطاف پذیر مجهز به حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک جهت بررسی عملکرد و قابلیت های الگوریتم مود لغزشی و قانون کنترل فعال ارتعاشات مقاوم پیشنهادی ارائه شده است. کلیه شبیه سازی ها در محیط نرم افزار MATLAB/Simulink صورت پذیرفته است. نتایج در قالب یک مطالعه مقایسه ای از پاسخ های زمانی گشتاورهای کنترلی، کوآرنیون ها (زوایای مانور)، سرعت های زاویه ای، مودهای ارتعاشی و تلاش کنترلی عملگرهای پیزوالکتریک برای یک فضایی انعطاف پذیر در شکل های ۲ تا ۹ نمایش داده شده است. حسگر/عملگر پیزوالکتریک در پیکربندی هم مکان در نظر گرفته شده اند. شبیه سازی معادلات کاملاً غیرخطی با استفاده از روش انتگرال گیری عددی نیومارک-بتا انجام شده است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی و پنل ها عبارتند از: چگالی  $\rho_A = 1.85 \frac{kg}{m^3}$ ، سفتی خمشی  $EI_y = 43 \text{ (Gpa)}$ ، طول  $L_m = 2 \text{ (m)}$ ، عرض  $w_m = 0.3 \text{ (m)}$ ، ضخامت  $h_m = 0.02 \text{ (m)}$ ، اندازه هاب  $a = 0.3 \text{ (m)}$ ، اینرسی  $J_x = 22.31 \text{ (kg.m}^2\text{)}$ ،  $J_y = 28.44 \text{ (kg.m}^2\text{)}$  و مشخصات حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک A5 [۴۶]: ثابت کرنش پیزواکتریک  $d_{31} = 1.8 \times 10^{-10} \text{ (m/V)}$ ، ثابت شارژ پیزوالکتریک  $e_{31}$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 2\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e + \Lambda_1^T (-\mathbf{M}^{FR} \ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{C}^{FR} \dot{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}^F \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}^F \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{P} \mathbf{g} \mathbf{A}_p^a - \mathbf{d}_e - \mathbf{M}^F \ddot{\mathbf{y}}_d + \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}_e) \\ &= 2\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e + \Lambda_1^T \left( -\mathbf{M}^{FR} \ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{C}^{FR} \dot{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}^F \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}^F \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{G} \Lambda_1 - \mathbf{M}^F \Lambda_2 + \Gamma(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) + \frac{1}{2b_2} \Lambda_1 + \frac{\|\mathbf{b}_1\|^2 \Lambda_1}{\|\mathbf{b}_1\| \|\Lambda_1\| + b_3 \exp(-b_4 t)} - \mathbf{d}_e - \mathbf{M}^F \ddot{\mathbf{y}}_d + \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}_e \right) \\ &= 2\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e - \Lambda_1^T \mathbf{G} \Lambda_1 + \Lambda_1^T \left( \mathbf{M}^F \Lambda_2 + \frac{1}{2b_2} \Lambda_1 + \frac{\|\mathbf{b}_1\|^2 \Lambda_1}{\|\mathbf{b}_1\| \|\Lambda_1\| + b_3 \exp(-b_4 t)} - \mathbf{d}_e - \mathbf{M}^F \ddot{\mathbf{y}}_d + \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{y}}_e \right) \quad (۲۷) \\ &\leq -\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \mathbf{y}_e - \dot{\mathbf{y}}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e + \Lambda_1^T \left( \frac{1}{2b_2} \Lambda_1 + \frac{\|\mathbf{b}_1\|^2 \Lambda_1}{\|\mathbf{b}_1\| \|\Lambda_1\| + b_3 \exp(-b_4 t)} - \mathbf{d}_e \right) \\ &\leq -\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \mathbf{y}_e - \dot{\mathbf{y}}_e^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{y}}_e - \frac{1}{2b_2} (\Lambda_1 + b_2 \mathbf{d}_e)^T (\Lambda_1 + b_2 \mathbf{d}_e) + b_3 \exp(-b_4 t) + \frac{1}{2} b_2 \|\mathbf{d}_e\|^2 \\ &\leq -\mathbf{y}_e^T \mathbf{G} \mathbf{y}_e + b_3 \exp(-b_4 t) + \frac{1}{2} b_2 \|\mathbf{d}_e\|^2 \end{aligned}$$

از معادله (۲۷) داریم:

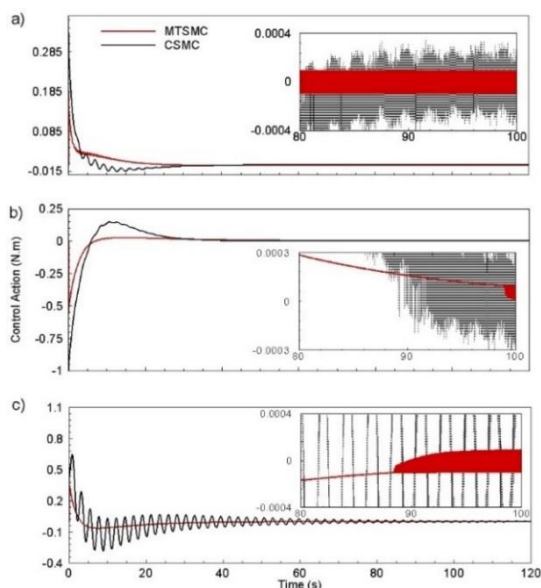
$$\dot{V}_2 \leq -b_G \|\mathbf{y}_e\|^2 + b_3 + \frac{1}{2} b_2 \bar{d}^2 \quad (۲۸)$$

که در آن  $\bar{d}$  اسکالر مثبت مبین کران بالای اغتشاشات خارجی  $\mathbf{d}_e$  و  $b_G$  کمترین مقدار ویژه ماتریس  $\mathbf{G}$  می باشد به طوری که با در نظر گرفتن:

$$b_G > \frac{2b_3 + b_2 \bar{d}^2}{2\Delta^2}, \quad \Delta > 0 \quad (۲۹)$$

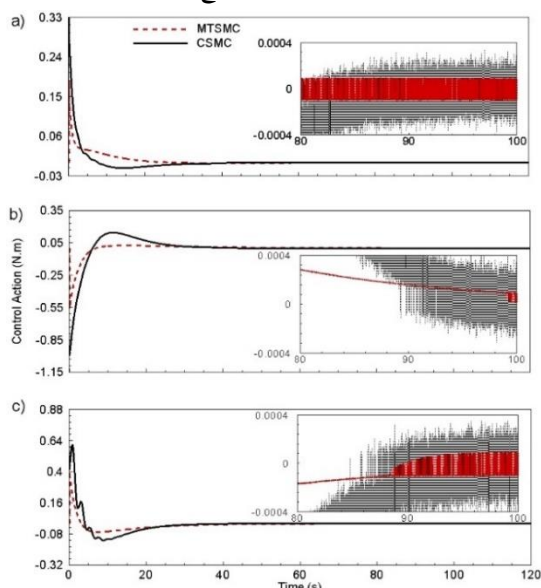
داریم  $\dot{V}_2 \leq -\bar{b} \|\mathbf{y}_e\|^2 < 0$ ، به این ترتیب  $t \geq \hat{t}$  وجود دارد که به ازای آن برای  $(\hat{t} \geq 0)$  داریم  $\|\mathbf{y}_e\| \leq \Delta$ . بنابراین،  $\mathbf{y}_e$  و  $\dot{\mathbf{y}}_e$  کران دار هستند [۴۵] و در نتیجه تمام پارامترهای سیستم کنترل فعال ارتعاشات کران دار می باشند. همچنین، اغتشاشات خارجی نیز کران دار در نظر گرفته شد، به این معنی که  $\mathbf{d}_e$  انتگرالی-تربيعی می باشد





شکل (۲): گشتاور کنترل مانور بدون کنترل فعال ارتعاشات

الف (ب  $\tau_{C-x}$  (ب  $\tau_{C-y}$  (ج  $\tau_{C-z}$ .



شکل (۳): گشتاور کنترل مانور با کنترل فعال ارتعاشات

الف (ب  $\tau_{C-x}$  (ب  $\tau_{C-y}$  (ج  $\tau_{C-z}$ .

همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد، گشتاور کنترلی، کوپلینگ سازه‌ای قابل‌توجهی را با بدنه صلب فضاپیما نمایش می‌دهد که به‌نوبه خود می‌تواند مودهای فرکانس بالای بخش‌های انعطاف‌پذیر را تحریک کند. اثرات کوپلینگ سازه‌ای در گشتاور کنترلی  $\tau_{C-z}$  حول محور Z فضاپیما، بیشترین اثر را بر تحریک بخش‌های انعطاف‌پذیر بر عهده داشته است. این رفتار معادلات حرکت استخراج‌شده را برای

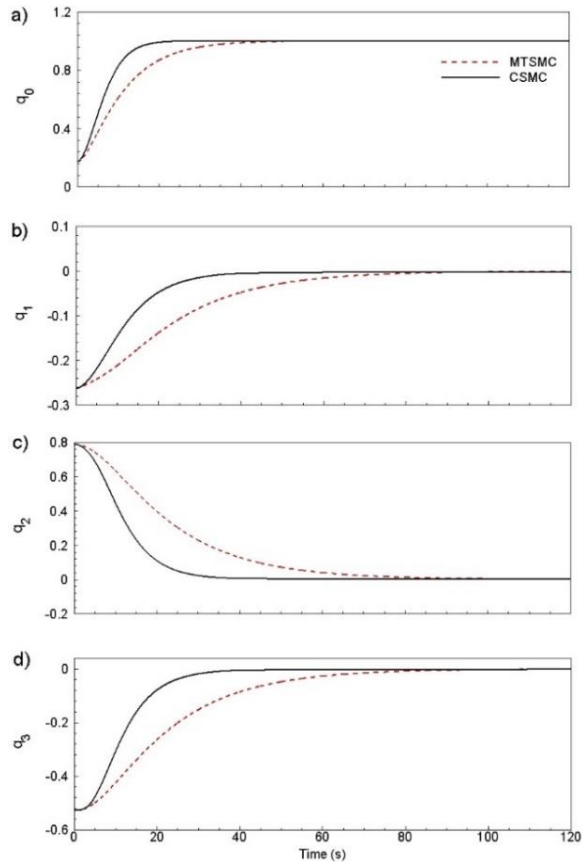
$\rho_p = 0.096 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)$  چگالی  $-11.3 \times 10^{-4} \text{ (Vm/N)}$   
 $h_p = 1.905 \times$  ضخامت  $\omega_p = 0.0635 \text{ (m)}$   
 $10^{-4} \text{ (m)}$  طول  $L_p = 0.0635 \text{ (m)}$  گذردهی  $1.5 \times$   
 $10^{-8} \text{ (F/m)}$  در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، به‌منظور دستیابی به‌دقت بالا و چابکی این سیستم انعطاف‌پذیر که در معرض اغتشاشات محدود و نامعینی‌ها مختلف در هر نوع مانور قرار دارد، علاوه بر الگوریتم مود لغزشی پیشنهادی، الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات مقاومی نیز توسعه داده‌شده است تا ارتعاشات ایجادشده و باقیمانده در حین و بعد از مأموریت را سریع‌تر از  $\exp(-t)$  کنترل کند. اغتشاشات خارجی واردشده بر بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب

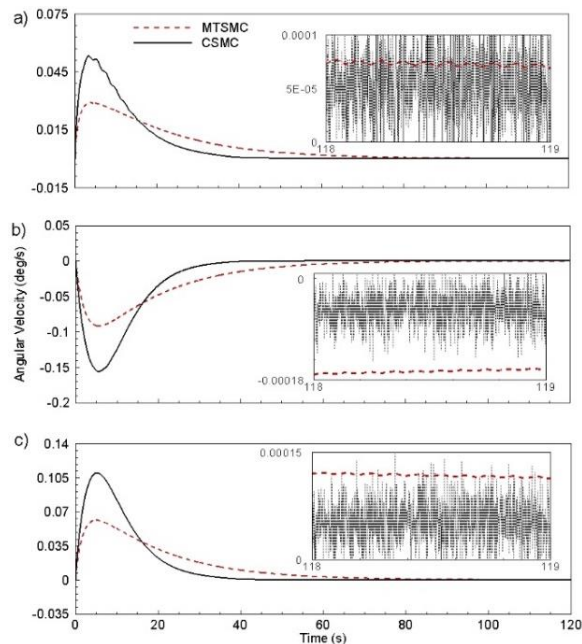
$\tau_e = 0.1((0.2 \sin(0.01t) + 0.3 \cos(0.015t)))$  و  
 $d_e = 0.00075 \sin(10t)$  در نظر گرفته‌شده است. یک مانور هدف‌گیری زاویه بزرگ  $160^\circ$  (درجه) برنامه‌ریزی‌شده است. شرایط اولیه وضعیت  $\omega = [0 \ 0 \ 0]^T$  و  $\mathbf{q}(t_0) = [0.174 \ -0.0263 \ 0.789 \ -0.526]^T$  و تنظیم‌شده و سه مود اول ارتعاش  $k = 3$  برای گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته‌شده است. تمام پارامترهای طراحی الگوریتم‌های کنترلی در جدول ۱ ارائه‌شده است. شکل‌های ۲ و ۳ تلاش کنترلی موردنیاز برای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی توسعه‌یافته با سطح لغزش متغیر با زمان MTSMC و مود لغزشی رایج (کلاسیک) CSMC را به ترتیب برای حالت بدون و با کنترل فعال ارتعاشات نمایش می‌دهد.

جدول (۱): پارامترهای کنترلی

رویکرد کنترلی	پارامترها و مقادیر
مود لغزشی	$\alpha_1 = 0.02, \alpha_2 = 0.01, \alpha_3 = 3 \times 10^{-4},$ $\alpha_4 = 0.1, \alpha_5 = 0.2875, \beta = 0.001,$ $\tau_s^m = 0.25$
کنترل فعال ارتعاشات	$\mathbf{G} = 1.2 \mathbf{I}_{3 \times 3}, b_2 = 0.17, b_3 = 3 \times 10^{-4},$ $b_4 = 0.045, \bar{b}_1 = 0.2875, \bar{b}_2 = 0.83,$ $b_3 = 1.6, \Delta = 0.002$



شکل (۴): زوایای مانور (کوآترنیون‌ها).



شکل (۵): سرعت‌های زوایای بدون کنترل فعال ارتعاشات

(الف)  $\omega_x$  (ب)  $\omega_y$  (ج)  $\omega_z$ .

توصیف چنین دینامیکی با درجه بالایی از کوپلینگ صلب-انعطاف پذیر معنی دار می‌کند. همچنین، مزیت الگوریتم کنترل پیشنهادی در برخورد با اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها، خطاهای ماندگار سیستم و ارتعاشات اضافی در فاز رسیدن (پس از ۸۰ ثانیه از نزدیک شدن حالت‌های سیستم به شرایط تعادل) است. این رفتار متأثر از دینامیک  $\bar{G}$  در ساختار کنترلی می‌باشد که مبین اثر انتگرالی در تلاش کنترلی است. از طرف دیگر به محض فعال‌سازی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات حین و پس از انجام مانور، اثرات چشم‌گیری در کاهش تلاش کنترلی داشته است که می‌تواند دقت بالایی در مانورهای با زاویه بزرگ نیازمند سرعت در فاز اکتساب را محقق سازد.

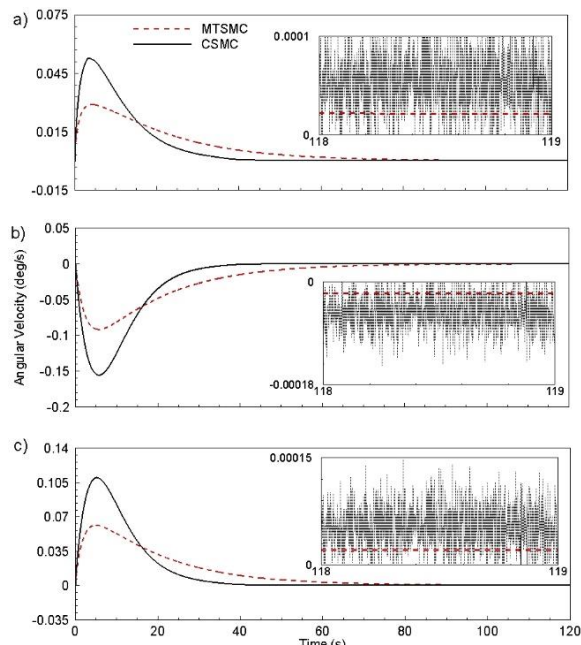
همچنین عملگرهای مانور وضعیت در الگوریتم مود لغزشی توسعه یافته گشتاور کنترلی مورد نیاز کمتری را با شیب ملایم و ساختاری هموارتر نسبت به الگوریتم مود لغزشی کلاسیک (به مدت ۲۰ ثانیه) تأمین کرده‌اند. این در حالی است که گشتاور کنترلی برای الگوریتم مود لغزشی کلاسیک خصوصاً در غیاب کنترل فعال ارتعاشات با نوسانات فرکانس بالا (تا ۶۰ ثانیه اول مانور) و با شیب تندتر به سیستم اعمال شده است که علیرغم دامنه بزرگ‌تر آن، در تمام عمر مأموریتی فضاپیما نیز عملکرد دارد. آنچه باید به آن توجه داشت، کاهش فراوان چترینگ و توانمندی افزایش قوام در برابر اغتشاشات خارجی سیستم در الگوریتم هیبرید پیشنهادی است (شکل ۲ و ۳).

در شکل‌های ۴ تا ۶ به ترتیب زوایای مانور برحسب پارامترهای کوآترنیون و سرعت‌های زوایای بدنه صلب فضاپیما نمایش داده شده است. همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد برخلاف کوآترنیون‌ها، اثرات انعطاف‌پذیری بر سرعت‌های زوایای خصوصاً در غیاب کنترل فعال ارتعاشات کاملاً واضح است.

وضعیت می‌باشد. به این ترتیب به منظور کاهش اثر ارتعاشات باقی مانده در سیستم می‌بایست میان این دو مصالحه‌ای صورت پذیرد. همگرایی جابجایی پنل‌های انعطاف‌پذیر سیستم را می‌توان در قالب سه نمودار ارتعاشی در شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن کنترل فعال ارتعاشات مشاهده کرد.

اثرات کوپلینگ بالای صلب-انعطاف‌پذیر به وضوح در این شکل‌ها نیز نمایش داده شده است خصوصاً برای نمودار اول. همچنین توانمندی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشی در کاهش ارتعاشات سیستم در حضور نامعینی‌های دینامیکی، اغتشاشات خارجی و اثرات دینامیک متقابل با بخش صلب نمایش داده شده است. علاوه بر این مهم‌ترین اثر در نظر گرفتن سطح لغزش و تابع شدت سوئیچینگ متغیر با زمان در قانون کنترلی نمود لغزشی پیشنهادی را می‌توان در تغییر شکل‌های عرضی پنل‌ها در نظر گرفت. به طوری که میزان تحریک مودهای فرکانس بالای سیستم و دامنه ارتعاشات حین مانور توسط الگوریتم نمود لغزشی توسعه یافته نسبت به الگوریتم نمود لغزشی کلاسیک کمترین مقدار را داشته (پس از ۳۰ ثانیه اول مانور به حداقل رسیده) و پس از انجام مانور با دقت بالایی میرا شده است. فعال سازی کنترل ارتعاشات باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای در نوسانات سیستم در لحظات اولیه مانور نیز شده است.

یکی دیگر از مزایای قانون کنترل نمود لغزشی توسعه یافته نسبت به نمود لغزشی کلاسیک در فرکانس تحریک بخش‌های انعطاف‌پذیر می‌باشد؛ به طوری که فرکانس ارتعاشات سیستم را افزایش داده است. باید به این نکته اشاره داشت که کاهش ارتعاشات در فازهای پس از انجام مانور باعث کاهش تلاش کنترلی و نهایتاً توان مصرفی خواهد شد. از طرف دیگر، عملکرد کنترل وضعیت را حین و پس از مانور تا حد ممکن دقیق تر و هموارتر می‌کند. این امر برای پیاده سازی سناریوهای کنترلی ضروری می‌باشد. عملکرد حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک در قالب پاسخ زمانی ولتاژ مورد نیاز در کنترل فعال ارتعاشات در شکل ۹ نمایش داده شده است. میزان توان مورد نیاز متناسب با میزان تحریک و جابجایی‌های پنل‌ها در الگوریتم نمود لغزشی



شکل (۶): سرعت‌های زاویه‌ای با کنترل فعال ارتعاشات

الف)  $\omega_x$  (ب)  $\omega_y$  (ج)  $\omega_z$ .

استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات کاهش چشمگیری در کاهش نوسانات ناشی از دینامیک انعطاف‌پذیر بر بدنه جسم صلب داشته است که به طور خاص اثر آن در هم‌زمانی استفاده در کنترلر نمود لغزشی کلاسیک به چشم می‌خورد. کنترلر پیشنهادی از منظر سرعت همگرایی کمی کندتر از کنترلر نمود لغزشی کلاسیک به وضعیت مطلوب دست یافته است (حدود ۲۰ ثانیه) و این در حالی است که مانوری هموارتر داشته و به تلاش کنترلی کمتری نیاز داشته است. همواری پاسخ‌های زاویه‌ای خود مبین کمترین تحریک بخش‌های انعطاف‌پذیر و کاهش خطاهای ماندگار در سیستم خواهد شد و به تبع آن الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات تلاش کمتری خواهد داشت. میزان خطای الگوریتم‌های رایج نمود لغزشی در مقایسه با الگوریتم نمود لغزشی با سطح لغزش متغیر با زمان خصوصاً در اوایل مانور و در بخش انتهای مانور به وضوح قابل ملاحظه است. قابلیت ایجاد سطحی هموار با بهره‌مندی از تابع تنظیم شدت سوئیچینگ  $B^2$  در انتهای مانور قابلیت منحصر به فردی به الگوریتم‌های نمود لغزشی خواهد داد.

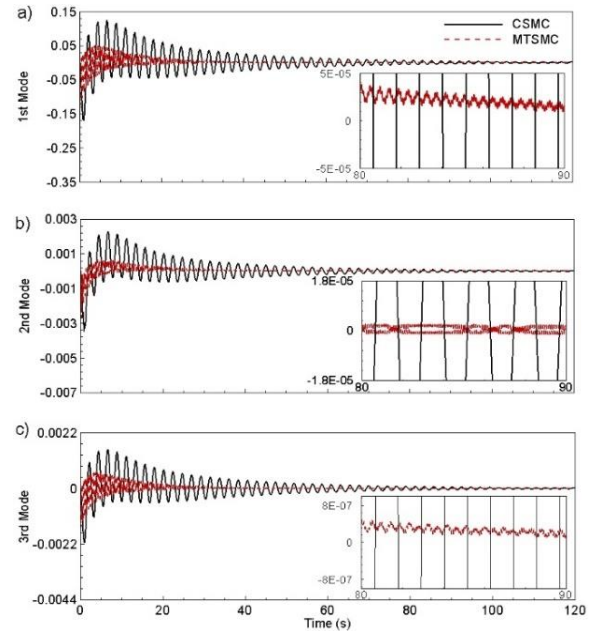
رفتار دینامیک گذرای تغییر شکل‌های بخش‌های انعطاف‌پذیر به شدت وابسته به نرخ همگرایی خطاهای

شکل (۹): سیگنال عملگرهای پیزوالکتریک.

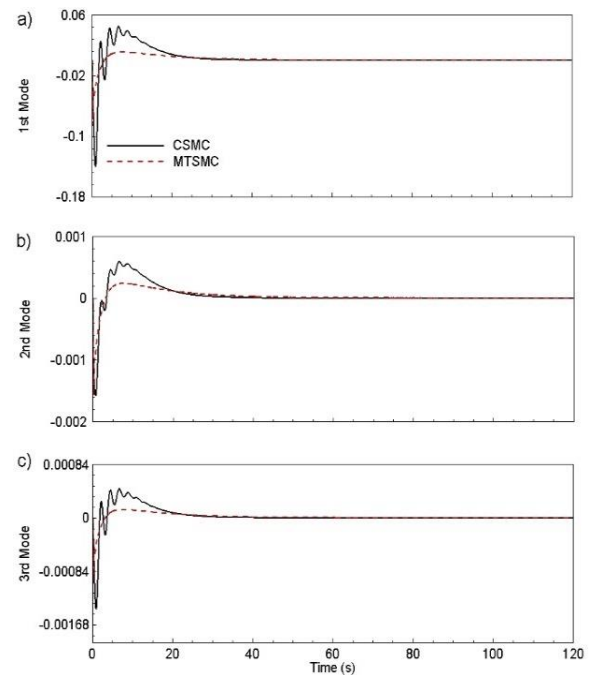
### ۵- نتیجه گیری

این مقاله در راستای نیاز به روش‌های دقیق کنترل وضعیت فضاپیماهای انعطاف پذیر در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها، بدون تحریک دینامیک فرکانس بالای سیستم توسعه داده شده است. بر این اساس، با طراحی دو الگوریتم مقاوم، ایجاد سیگنال کنترلی هموار با حفظ پایداری سیستم، این نیاز برآورده شده است. الگوریتم مقاوم کنترل مانور مبتنی بر کنترل مود لغزشی توسعه یافته، با بهره‌گیری از سطح لغزش و تابع تعیین شدت سوئیچینگ متغیر با زمان، منجر به تولید فرمان‌های کنترلی هموارتر، تعدیل شدت سیگنال کنترلی، کاهش چترینگ به اندازه تقریبی ۶۶ درصد، کاهش اثرات ناشی از اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها و دینامیک متقابل صلب-انعطاف پذیر (افزایش دقت به اندازه تقریبی ۶۰ درصد) شده است. این الگوریتم همچنین با جایگزین کردن تابع علامت رایج در الگوریتم‌های ساختار متغیر با یک تابع  $\tanh$  در کنار تعریف تابع تنظیم شدت سوئیچینگ فرمان‌های کنترلی، به اصلاح لایه مرزی سطح لغزش پرداخته است. مزیت استفاده از این قانون کنترلی این است که پس از رسیدن حالت‌های سیستم به مقدار مطلوب، تنها ارتعاشات باقی مانده بخش‌های الاستیک در سیستم حضور دارند. به منظور کنترل فعال ارتعاشات حین و پس از مانور وضعیت نیز، الگوریتم مقاومی با در نظر گرفتن اغتشاشات محیط فضا و نامعینی‌های دینامیکی طراحی و توسعه داده شده است. استفاده هم‌زمان الگوریتم کنترل ارتعاشات با کنترل مانور، تلاش‌های کنترلی عملگرهای جسم صلب را به حداقل رسانده است. الگوریتم‌های پیشنهادی ضمن حفظ پایداری کلی سیستم در حضور دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف پذیر، منجر به کاهش اثرات متقابل سیستم کنترلی و بخش‌های انعطاف و کاهش توان مصرفی عملگرهای سیستم شده و عملکرد سیستم را از منظر کنترل مانور و ارتعاشات به طور هم‌زمان افزایش داده است. از جمله فعالیت‌های پیش‌رو نویسندگان توسعه

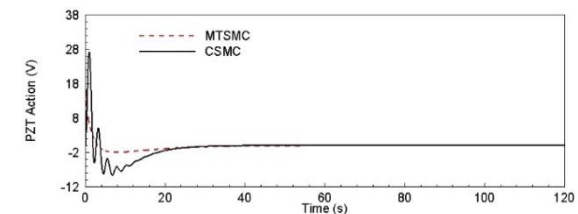
توسعه یافته یکی دیگر از مزیت‌های این الگوریتم به شمار می‌رود.



شکل (۷): مود اول تا سوم بدون کنترل فعال ارتعاشات.



شکل (۸): مود اول تا سوم با کنترل فعال ارتعاشات.



maneuver using time scale decomposition. *International Journal of structural Stability and dynamics*. 2016;16(02): 1450101.

[11] Miao Y, Wang F and Liu M. Anti-disturbance backstepping attitude control for rigid-flexible coupling spacecraft. *IEEE Access*. 2018;6: 50729-50736.

[12] Chagini M, Sadati H and Salarieh H. Chaos analysis in attitude dynamics of a flexible satellite. *Nonlinear Dynamics*. 2018;93(3): 1421-1438.

[13] Sahnehsaraei MA and Mahmoodabadi MJ. Approximate feedback linearization based optimal robust control for an inverted pendulum system with time-varying uncertainties. *International Journal of Dynamics and Control*. 2021;9(1): 160-172.

[14] Burkan R and Mutlu A. Robust control of robot manipulators with an adaptive fuzzy unmodelled parameter estimation law. *Robotica*. 2022;40(7): 2365-2380.

[15] Wu A-G, Dong R-Q, Zhang Y and He L. Adaptive sliding mode control laws for attitude stabilization of flexible spacecraft with inertia uncertainty. *IEEE Access*. 2018;7: 7159-7175.

[16] Li Y, Ye D and Sun Z. Time efficient sliding mode controller based on Bang-Bang logic for satellite attitude control. *Aerospace science and technology*. 2018;75: 342-352.

[17] Azimi M, Shahbahrani V and Alikhani A. Vibration Suppression of a Rotating Flexible Structure using Super Twisting-Nonsingular Terminal Sliding Mode Control with Uncertainty. *Aerospace Mechanics Journal*. 2022;18(1): 95-107.

[18] Jia S and Shan J. Continuous integral sliding mode control for space manipulator with actuator uncertainties. *Aerospace Science and Technology*. 2020;106: 106192.

[19] Qing L, Lei L, Yifan D, Shuo T and Yanbin Z. Twistor-based synchronous sliding mode control of spacecraft attitude and position. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2018;31(5): 1153-1164.

[20] Ahmed S, Wang H and Tian Y. Adaptive fractional high-order terminal sliding mode control for nonlinear robotic manipulator under alternating loads. *Asian Journal of Control*. 2021;23(4): 1900-1910.

[21] Sun H, Zhang S, Quan Q, Liu Z, Wang G, and Lian W. Trajectory Tracking Robust Control

رویکردهای مقاوم پیشنهادی به الگوریتم‌های تطبیقی و در نظر گرفتن ملاحظات پیاده‌سازی بهنگام سیستم می‌باشد.

## ۶- مراجع

[1] Zhong C, Chen Z and Guo Y. Attitude control for flexible spacecraft with disturbance rejection. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2017;53(1): 101-110.

[2] Wei J, Cao D, Wang L, Huang H and Huang W. Dynamic modeling and simulation for flexible spacecraft with flexible jointed solar panels. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2017;130: 558-570.

[3] Azimi M, Shahravi M and Fard KM. Modeling and vibration suppression of flexible spacecraft using higher-order sandwich panel theory. *International Journal of Acoustics and Vibration*. 2017;22(2): 143-151.

[4] Angeletti F, Gasbarri P, Sabatini M and Iannelli P. Design and performance assessment of a distributed vibration suppression system of a large flexible antenna during attitude manoeuvres. *Acta Astronautica*. 2020;176: 542-557.

[5] Guo J, Geng Y, Wu B and Kong X. Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver using CMGs. *Aerospace Science and Technology*. 2018;72: 183-192.

[6] Ding S and Zheng WX. Nonsmooth attitude stabilization of a flexible spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2014;50(2): 1163-1181.

[7] Sendi C and Ayoubi MA. Robust fuzzy tracking control of flexible spacecraft via a T-S fuzzy model. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2017;54(1): 170-179.

[8] Firuzi S and Gong S. Attitude control of a flexible solar sail in low Earth orbit. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2018;41(8): 1715-1730.

[9] Xiao Y, Ye D and Sun Z. Observer-based continuous finite-time attitude control for rigid-flexible coupling satellites. *International Journal of Control*. 2019;92(11): 2667-2680.

[10] Shahravi M and Azimi M. A hybrid scheme of synthesized sliding mode/strain rate feedback control design for flexible spacecraft attitude

- [32] Xie C, Wu Y and Liu Z. Modeling and active vibration control of lattice grid beam with piezoelectric fiber composite using fractional order PD $\mu$  algorithm. *Composite Structures*. 2018;198: 126-134.
- [33] Tian J, Guo Q and Shi G. Laminated piezoelectric beam element for dynamic analysis of piezolaminated smart beams and GA-based LQR active vibration control. *Composite Structures*. 2020;252: 112480.
- [34] Shivashankar P and Gopalakrishnan S. Review on the use of piezoelectric materials for active vibration, noise, and flow control. *Smart Materials and Structures*. 2020;29(5): 053001.
- [35] Zhang S, Schmidt R and Qin X. Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2015;28(1): 305-313.
- [36] Vasques C and Rodrigues JD. Active vibration control of smart piezoelectric beams: comparison of classical and optimal feedback control strategies. *Computers & structures*. 2006;84(22-23): 1402-1414.
- [37] Stavroulakis GE, Foutsitzi G, Hadjigeorgiou E, Marinova D and Baniotopoulos C. Design and robust optimal control of smart beams with application on vibrations suppression. *Advances in Engineering Software*. 2005;36(11-12): 806-813.
- [38] Raju V, Maheswari D and Patnaik S. Active vibration control of piezo actuated cantilever beam using PSO. in 2012 IEEE Students' Conference on Electrical, Electronics and Computer Science. 2012. IEEE.
- [39] Qiu Z-c and Wang T-x. Fuzzy neural network vibration control on a piezoelectric flexible hinged plate using stereo vision detection. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2019;30(4): 556-575.
- [40] Abdeljaber O, Avci O and Inman DJ. Active vibration control of flexible cantilever plates using piezoelectric materials and artificial neural networks. *Journal of sound and Vibration*. 2016;363: 33-53.
- [41] Li L, Song G and Ou J. Nonlinear structural vibration suppression using dynamic neural network observer and adaptive fuzzy sliding mode control. *Journal of Vibration and Control*. 2010;16(10): 1503-1526.
- Method Based on Finite-Time Convergence of Manipulator with Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Surface. *Journal of Control Science and Engineering*. 2022;2022.
- [22] Qiao J, Li Z, Xu J and Yu X. Composite nonsingular terminal sliding mode attitude controller for spacecraft with actuator dynamics under matched and mismatched disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2019;16(2): 1153-1162.
- [23] Alipour M, Malekzadeh M and Ariaei A. Practical fractional-order nonsingular terminal sliding mode control of spacecraft. *ISA transactions*. 2021.
- [24] Yu X and Zhihong M. Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*. 2002;49(2): 261-264.
- [25] Feng Y, Yu X and Man Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*. 2002;38(12): 2159-2167.
- [26] Ye D and Sun Z. Variable structure tracking control for flexible spacecraft. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*. 2016.
- [27] Liu C, Sun Z, Ye D and Shi K. Robust adaptive variable structure tracking control for spacecraft chaotic attitude motion. *IEEE Access*. 2018;6: 3851-3857.
- [28] Lee D, Vukovich G and Gui H. Adaptive variable-structure finite-time mode control for spacecraft proximity operations with actuator saturation. *Advances in Space Research*. 2017;59(10): 2473-2487.
- [29] Khalil HK, *Nonlinear systems*. 2002, Patience Hall. p. 469-499.
- [30] Lossouarn B, Aucejo M, Deü J-F and Cunefare KA. Design of a passive electrical analogue for piezoelectric damping of a plate. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2018;29(7): 1301-1314.
- [31] Jeon J-Y. Passive vibration damping enhancement of piezoelectric shunt damping system using optimization approach. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2009;23(5): 1435-1445.

- [42] Meirovitch L. Hybrid state equations of motion for flexible bodies in terms of quasi-coordinates. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1991;14(5): 1008-1013.
- [43] Hu Q, Shao X and Guo L. Adaptive fault-tolerant attitude tracking control of spacecraft with prescribed performance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2017;23(1): 331-341.
- [44] Chen M, Ge SS and Ren B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints. *Automatica*. 2011;47(3): 452-465.
- [45] Krstic M, Kokotovic PV and Kanellakopoulos I, *Nonlinear and adaptive control design*. 1995: John Wiley & Sons, Inc.
- [46] Song G, Schmidt SP and Agrawal BN. Experimental study of active vibration suppression of flexible structure using modular control patch. in 1998 IEEE Aerospace Conference Proceedings (Cat. No. 98TH8339). 1998. IEEE.





## Robust Stabilization and Active Vibration Control of a Rigid-Flexible Multibody System using Time-Varying Sliding Mode Algorithm

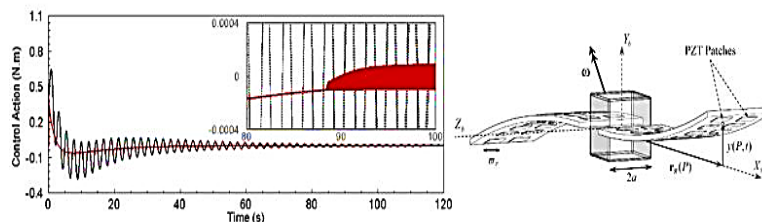
Milad Azimi

Assistant Professor, Department of Astronautic, Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran.

### HIGHLIGHTS

- Fully coupled dynamic modeling of rigid-flexible system.
- Hybrid robust active vibration control and time-varying sliding mode control.
- Definition of sharpness function to reduce chattering and rigid-flexible interactions.

### GRAPHICAL ABSTRACT



### ARTICLE INFO

#### Article history:

Article Type: Research paper

Received: 3 July 2022

Received in revised form: 17 July 2022

Accepted: 14 August 2022

Available online: 18 October 2022

\*Correspondence:

azimi.m@ari.ac.ir

#### How to cite this article:

M. Azimi. Robust stabilization and active vibration control of a rigid-flexible multibody system using time-varying sliding mode algorithm. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(4):49-63.

#### Keywords:

Active vibration control  
Chattering  
Piezoelectric  
Robust control  
Sliding mode control

### ABSTRACT

This paper proposes robust hybrid sliding mode control with a time-varying sliding surface and active vibration control for a flexible spacecraft during attitude maneuver. The fully coupled nonlinear dynamic model of the rigid-flexible system includes the three-axis rotation of the rigid body in interaction with the transverse deformation of the smart PZT-mounted flexible appendages. The smooth control signal includes a hyperbolic tangent and a sharpness function to reduce the effects of chattering and high-frequency interactions of the flexible parts and external disturbances in interaction with the rigid body and controller. The structure of the variable sliding surface with time has made it possible to adjust the effect of attitude parameters (quaternions and angular velocities) on the control performance. Also, the residual vibrations during and after the reaching phase are suppressed using a robust active vibration control algorithm. The simulations in the form of a comparative study show the performance and superiority of the proposed approach compared to conventional sliding mode control approaches for systems with structural flexibility in the presence of external perturbations and uncertainties.



