



تأثیر جریان سیال بر پاسخ دینامیکی وابسته به اندازه میکروتیرهای یکسرگردار با استفاده از

تئوری گرادیان کرنشی اصلاح شده و تئوری تیر تغییر شکل پذیر برشی هایپربولیک

بابک رضایی دروازی^۱، جواد رضاپور^{۲*}، سعید روحی^۳، راهب غلامی^۴

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران.
^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران.
^۳ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد لنگرود، دانشگاه آزاد اسلامی، لنگرود، ایران.

برجسته‌ها

- تئوری تیر هایپربولیک نتایج دقیق‌تری نسبت به تئوری اویلر-برنولی و تیموشنکو در اختیار می‌گذارد.
- پارامتر اندازه‌های کوچک باعث ایجاد رفتار سخت‌شوندگی می‌شود.
- تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده اختلاف بین نتایج تجربی و تئوری کلاسیک را کاهش می‌دهد.

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۰۸

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۲۳

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰

ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۵/۲۴

*نویسنده مسئول:

Rezapour@liau.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

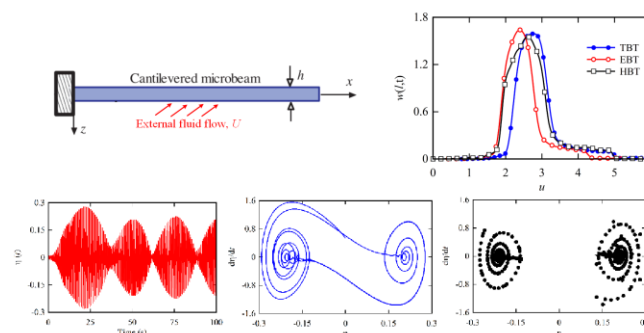
میکروتیر

ارتعاشات ناشی از جریان سیال

تئوری تیر هایپربولیک

فرکانس طبیعی

چکیده گرافیکی



چکیده

در این تحقیق، به مطالعه تحلیلی ارتعاشات القایی ناشی از جریان سیال در میکروتیرهای یکسرگردار پرداخته شده است. معادلات حاکم بر اساس تئوری تیر هایپربولیک و اندرکنش بین سازه و سیال استخراج شده است. معادلات حرکت با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شده و سپس با روش حل عددی جواب معادلات به دست آمده است. با بی‌بعدسازی معادلات، پاسخ دینامیکی سیستم و منحنی‌های دامنه-سرعت جریان سیال به ازای مقادیر مختلف پارامتر اندازه‌های کوچک و سرعت جریان سیال استخراج و تأثیر این پارامترها بر رفتار دینامیکی سیستم مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تئوری تیر هایپربولیک نتایج دقیق‌تری نسبت به تئوری تیرهای کلاسیک تیر اویلر-برنولی و تیموشنکو در اختیار می‌گذارد. مشاهده می‌شود که ناحیه قفل‌شدگی و حداکثر دامنه به وجود آمده در میکروتیر برای سه تئوری تحت بررسی متفاوت می‌باشد. همچنین، تئوری اویلر-برنولی فرکانس‌های طبیعی را بیشتر از دو تئوری دیگر پیش‌بینی می‌کند که علت آن صرف‌نظر کردن از اینرسی دورانی سطح مقطع تیر می‌باشد. تئوری تیر تیموشنکو فرکانس‌های نوسانات را بیشتر از تئوری تیر هایپربولیک پیش‌بینی می‌کند ولی به ازای مقادیر بزرگتر طول، فرکانس طبیعی دو تئوری تیر تیموشنکو و تیر هایپربولیک تقریباً برهم منطبق می‌شوند.

۱- مقدمه

اندازه‌گیری سرعت جریان سیال و تنش برشی دیوار ناشی از سیال در زمینه‌های مختلف علوم مهندسی مانند کنترل جریان سیال در خطوط لوله، آئرو دینامیک بدنه‌های سازه‌های هوایی و توربین‌های بادی، دریچه‌های زیست پزشکی میکرومکانیکی و بسیار از کاربردهای دیگر حائز اهمیت فراوانی می‌باشد [۱-۳]. سنسورهای تشخیص جریان سیال مبتنی بر سیستم میکروالکترومکانیکی به دلیل اندازه کوچک، هزینه کم و مصرف انرژی، حساسیت و وضوح بالا و قابلیت یکپارچگی با مدارهای الکترونیکی سودمند بوده و مورد توجه بسیار از محققان قرار گرفته است [۴، ۵]. در این میان، میکروتیرها به عنوان یکی از مهمترین اجزای تشکیل دهنده سیستم‌های میکروالکترومکانیکی تحت اثر محرک‌های مختلفی عمل می‌کنند که با توجه به مکانیزم ساده، کارایی بالا، قابلیت اطمینان و مصرف کمتر انرژی یکی از مهمترین و پرکاربردترین آن‌ها می‌باشد [۶-۸]. با توجه به کاربرد گسترده این سازه‌ها در تجهیزات میکروالکترومکانیکی مطالعه رفتار ارتعاشی این سازه‌ها تحت تأثیر نیروهای گوناگون از جنبه‌های مختلف مورد توجه قرار گرفته است [۹-۱۱].

نظریه کلاسیک، قابلیت توصیف رفتار وابستگی به اندازه را در سازه‌های بسیار کوچک ندارد [۱۲، ۱۳]، بنابراین در سال‌های اخیر نظریه‌های غیرکلاسیک مانند الاستیک غیرموضعی، تنش کوپل، نظریه گرادیان کرنش، نظریه تنش کوپل اصلاح شده و غیره برای در نظر گرفتن اثر اندازه پیشنهاد شده است [۱۴-۱۷]. یونیس و نایفه [۱۸] به بررسی ارتعاش غیرخطی میکروتیر تحت اثر میدان الکتریکی با در نظر گرفتن کشش صفحه میانی پرداختند. برنس و همکارش [۱۹] با در نظر گرفتن تحریک دو طرفه میکروتیر با استفاده از نیروی الکترواستاتیک به بررسی رفتار سیستم در نزدیکی فرکانس رزونانس پرداختند. اندخشیته و همکاران [۲۰] بر اساس تئوری تیر اویلر-برنولی به بررسی رفتار میکروتیرهای هدمند، تحت بارگذاری الکترواستاتیک پرداختند. در مطالعه آنها تأثیر نوع شرط مرزی بر ولتاژ پولین میکروتیر نیز بررسی شده است. گورسی و همکارانش

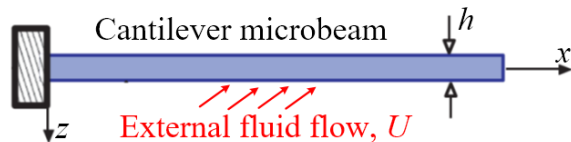
[۲۱] با استفاده از روش تفاضل محدود به بررسی حرکت استاتیکی میکروتیر در خلأ بعد از ناپایداری استاتیکی پرداختند. بارتا و همکارانش [۲۲] با استفاده از تئوری صفحه وون-کارمن به بررسی اثرات میدان الکتریکی حاشیه‌ای بر روی ارتعاش و ناپایداری میکروتیرهای مقطع مربعی نازک پرداختند. رفتار غیرخطی یک میکروتیر دوسرگردار دارای انحنای اولیه توسط نیکوپوریان و همکاران [۲۳] با استفاده از روش عددی نیوتن رافسون مطالعه گردید. در مطالعه آنها اثر اندازه و تحریک پیزوالکتریک بر پاسخ استاتیکی میکروتیر و فرکانس طبیعی آن مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شد که تحریک پیزوالکتریک می‌تواند برای تنظیم باند دوپایداری استاتیکی سیستم مورد استفاده قرار گیرد.

برای حالتی که میکروتیر در داخل سیال ارتعاش نماید، به عنوان مثال در میکروسنسورهای شیمیایی و بیولوژیکی، میکروزوناتورها، میکروسویچ‌ها، میکرو ویسکوزیته‌مترها و میکرو دانسیته‌مترها، نیروی ناشی از سیال ساکن احاطه‌کننده میکروساختار به صورت نیروهای اینرسی و میراکننده در معادلات ظاهر می‌گردد که اثر خود را به صورت جرم و میرایی افزوده سیال نشان خواهند داد [۲۴]. تحقیقاتی که تاکنون در مقیاس میکرو به بررسی اثر سیال بر ساختار پرداخته شده عمدتاً محدود به بررسی اثر سیال ساکن بوده است [۲۵-۲۷]. نیک و همکارانش [۲۸] به بررسی تجربی تأثیر فاصله سطح و ساختار از همدیگر بر روی ارتعاش میکروتیر در هوا و چند سیال با چگالی نزدیک هم پرداخته و با معادل‌سازی ضرایب جرم و دمپینگ افزوده به بررسی اثرات آن‌ها بر پاسخ سیستم پرداختند. چون و همکارانش [۲۹] با استفاده از نتایج تجربی به بررسی صحت روش‌های مورد استفاده در تحلیل فرکانسی میکروتیر مغروق در سیال پرداخته و نشان دادند که برای سیالات نیوتنی می‌توان از اثر ویسکوزیته صرف‌نظر کرد. کورایم و شرابی [۳۰] به مقایسه رفتار میکروسکوپ نیروی اتمی در معرض جریان سیال و هوا پرداخته و تأثیر چگالی و ویسکوزیته سیال را بر جرم و میرایی افزوده بررسی کردند. گلزار و همکاران [۳۱] به بررسی رفتار دینامیکی و ناپایداری میکروتیر تحت اثر نیروی الکترواستاتیک و سیال ویسکوز

کوچک بر روی پاسخ دینامیکی و مشخصه‌های ارتعاشی این سیستم‌ها مطالعه شده است.

۲- معادلات حاکم بر حرکت

مدل ریاضی میکروتیر یکسرگیردار واقع در معرض جریان سیال خارجی در شکل ۱ نشان داده شده است. میکروتیر دارای طول L ، عرض b و ضخامت h می‌باشد. همچنین، مدول الاستیک و چگالی میکروتیر به ترتیب برابر E و ρ می‌باشد.



شکل (۱): هندسه میکروتیر یکسرگیردار واقع در معرض جریان سیال خارجی

۲-۱- تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده

تئوری کرنش‌های مرتبه بالا توسط فلک و هاجینسون [۳۹] توسعه داده شده است. در این تئوری سه پارامتر اثر اندازه در مقیاس‌های کوچک معرفی می‌شود که در حقیقت این پارامترها بیانگر رفتار ماده بوده که در مقیاس میکرو به ابعاد ماده بستگی دارند.

بر طبق این تئوری، انرژی کرنشی برای ماده ایزوتروپیک خطی الاستیک به صورت زیر بیان می‌شود [۴۰]:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + p_i \gamma_i + \tau_{ijk} \eta_{ijk} + m_{ij} \chi_{ij}) dV \quad (1)$$

$$= U_N + U_P + U_T + U_M$$

که در آن

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

$$\gamma_i = \varepsilon_{mm,i} \quad (3)$$

$$\eta_{ijk} = \frac{1}{3} (\varepsilon_{jk,i} + \varepsilon_{ki,j} + \varepsilon_{ij,k})$$

$$- \frac{1}{15} \begin{bmatrix} \delta_{ij} (\varepsilon_{mm,k} + 2\varepsilon_{mk,m}) \\ + \delta_{jk} (\varepsilon_{mm,i} + 2\varepsilon_{mi,m}) \\ + \delta_{ki} (\varepsilon_{mm,j} + 2\varepsilon_{mj,m}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (e_{ipq} \varepsilon_{qj,p} + e_{jipq} \varepsilon_{qi,p}) \quad (5)$$

تراکم‌ناپذیر پرداختند. جباری و همکارانش [۳۲] با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده به بررسی رفتار میکروتیر غوطه‌ور در سیال ساکن با در نظر گرفتن اثرات اندازه پرداخته و نشان دادند که با در نظر گرفتن پارامتر مقیاس اندازه فرکانس ارتعاشی کاهش می‌یابد. منتظونی و همکارانش [۳۳] ارتعاشات آزاد صفحه یکسر گیردار غوطه‌ور در سیال غیر ویسکوز را با در نظر گرفتن اثر جرم افزوده مورد بررسی قرار دادند. آنها همچنین مشخصه‌های ارتعاشی را به ازای نسبت‌های طول به عرض مختلف برای صفحه غوطه‌ور در آب به دست آورده و یافته‌های خود را با اطلاعات آزمایشگاهی و عددی مقایسه نمودند.

در برخی از کاربردها، میکروتیرها در تماس با سیال متحرک هستند که با توجه به پیچیدگی‌های موجود در زمینه حل معادلات مربوط به سیال متحرک تحقیقات کمتری در این زمینه انجام پذیرفته است [۳۴-۳۷]. علاوه بر این، نتایج مطالعات قبلی نشان می‌دهد که در نظر گرفتن سه پارامتر مشخصه طولی و اثرات مشتق اول و دوم کرنش در نظریه گرادیان کرنش اصلاح شده به نتایجی دقیق‌تر در مقایسه با نظریه تنش کوپل و نظریه‌های کلاسیک می‌انجامد. در واقع تئوری تنش کوپل حالت ساده شده تئوری گرادیان کرنش است که در آن از چرخش به جای کرنش برای به دست آوردن تانسور انحنا استفاده شده است [۳۸]. بر این اساس، در این مقاله ارتعاشات وابسته به اندازه در میکروتیر یکسرگیردار واقع در معرض جریان سیال با استفاده از تئوری گرادیان کرنش بهبود یافته مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادلات حاکم بر حرکت با استفاده از اصل همپلتون و مد نظر قرار دادن سه تئوری تیر اویلر-برنولی، تیر تیموشنکو و تیر هایپربولیک به دست آمده است. همچنین، نیروی‌های اعمالی از طرف جریان سیال به صورت دو مؤلفه نیروی لیفت و نیروی هیدرودینامیکی در نظر گرفته شده و اثر آن با استفاده از معادله ون-در پل غیرخطی در معادلات لحاظ شده است. با اعمال روش گالرکین، معادلات حرکت گسسته‌سازی شده و پاسخ سیستم به صورت عددی تعیین شده است. پس از صحت‌سنجی مدل ارائه شده، تأثیر سرعت جریان سیال و پارامتر اندازه‌های

در روابط فوق u جابجایی محوری، w جابجایی عرضی و Φ دوران خمش کل تار خنثی تیر می‌باشد. $H(z)$ معرف تئوری‌های مختلف تیر مانند تئوری تیر اویلر برنولی (EBT)، تئوری تیر تیموشنکو (TBT) و تئوری تیر هایپربولیک (HBT) می‌باشد و در تحقیقات توابع مختلفی برای آن ارائه شده است [۴۳-۴۵]. به عنوان نمونه $H(z)=0$ برای EBT، $H(z)=z$ برای TBT و $H(z)=h \sin(\frac{z}{h}) - z \cos(\frac{z}{h})$ برای HBT در نظر گرفته می‌شود.

جایگذاری معادله (۱۰) در روابط (۲) تا (۵) نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H(z) \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \Phi, \\ \gamma_x &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + H(z) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \gamma_z &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \eta_{xxx} &= \frac{2}{5} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + H(z) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dz^2} H(z) \right) \Phi \right), \\ \eta_{xxz} &= \eta_{zxx} = \eta_{xzx} = -\frac{4}{15} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

$$\eta_{yyz} = \eta_{zyy} = \eta_{yyz} = \frac{1}{15} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \eta_{xyy} &= \eta_{yyx} = \eta_{xyy} \\ &= -\frac{1}{5} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{1}{3} \left(\frac{d^2}{dz^2} H(z) \right) \Phi + H(z) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{zzz} &= \eta_{zxx} = \eta_{zzz} \\ &= \frac{1}{5} \left(z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{4}{3} \left(\frac{d^2}{dz^2} H(z) \right) \Phi - H(z) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\chi_{yz} = \chi_{zy} = \frac{1}{4} \left(\frac{d^2}{dz^2} H(z) \right) \Phi \quad (15)$$

از طرف دیگر، با جایگذاری معادلات (۱۲) و (۱۳) در معادله (۶)، مؤلفه‌های غیر-صفر تانسور تنش کلاسیک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{xx} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H(z) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \quad (16)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dots \right) \quad (17)$$

که در روابط فوق σ_{ij} تانسور تنش، ε_{ij} تانسور کرنش، γ_i بردار گرادیان اتساع، χ_{ij} تانسور گرادیان چرخش متقارن، η_{ijk} تانسور گرادیان انحراف کشیدگی و p_i ، m_{ij} و τ_{ijk} تنش‌های مرتبه بالا می‌باشند. δ_{ij} نشان دهنده تانسور دلتای کرونگر بوده و e_{ipq} نماد جایگشتی می‌باشد. علاوه بر این، مؤلفه‌های تانسور تنش کلاسیک σ و تانسورهای تنش مرتبه-بالا p ، τ و m به صورت زیر تعریف می‌شوند [۴۱]:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{mm} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

$$p_i = 2\mu \ell_0^2 \gamma_i \quad (7)$$

$$\tau_{ijk} = 2\mu \ell_1^2 \eta_{ijk} \quad (8)$$

$$m_{ij} = 2\mu \ell_2^2 \chi_{ij} \quad (9)$$

که در آن ثابت ℓ_0 ، ℓ_1 و ℓ_2 ثابت مادی وابسته به اندازه هستند که به ترتیب بستگی به بردار گرادیان انحراف، تانسور گرادیان کشش انحرافی و تانسور گرادیان چرخش بوده و در تحقیق حاضر برابر ℓ در نظر گرفته می‌شوند. λ و μ ثابت لامه هستند.

۲-۲- مدل میکروتیر و سینماتیک آن

فرض عمود باقی ماندن صفحات عمود بر محور خنثی که در تئوری اویلر-برنولی وجود دارد توسط تئوری تیر تیموشنکو یا سایر تئوری‌های برشی مرتبه بالا اصلاح شده است. بر این اساس، تفاوت تئوری‌های مختلف در نظر گرفتن اثر همزمان تغییرشکل برشی و ممان پیچشی در معادلات حاکم می‌باشد. در تئوری تیر تیموشنکو هر صفحه عمود بر تار خنثی بعد از تغییر شکل به صورت صفحه باقی می‌ماند. ولی در تئوری تیر هایپربولیک هر صفحه عمود بر تار خنثی بعد از تغییر شکل به صورت منحنی تبدیل می‌شود. بر اساس تئوری تیرها و با فرض حرکت صفحه‌ای، مؤلفه‌های میدان جابجایی میکروتیر را به صورت زیر می‌توان نوشت [۴۲]:

$$\begin{aligned} u_x(x, z, t) &= u(x, t) - z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + H(z) \Phi(x, t) \\ u_y(x, z, t) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t)$$

که در آن

$$\Phi(x, t) = \frac{\partial w}{\partial x} - \phi \quad (11)$$

که در معادلات بالا

$$\{R_0, R_1, R_2\} = \int_A (\lambda + 2\mu) \{1, z^1, z^2\} dA,$$

$$\{R_3, R_4, R_5\} = \int_A (\lambda + 2\mu) H(z) \{1, z, H(z)\} dA, \quad (24)$$

$$R_6 = \int_A \mu \left(\frac{d}{dx} H(z) \right)^2 dA$$

$$\{C_0, C_1, C_2\} = \int_A \ell_0^2 \mu \{1, z^1, z^2\} dA,$$

$$\{C_3, C_4, C_5\} = \int_A \ell_0^2 \mu H(z) \{1, z, H(z)\} dA, \quad (25)$$

$$\{C_6, C_7\} = \int_A \ell_0^2 \mu \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \left\{ 1, \frac{d}{dz} H(z) \right\} dA$$

$$\{B_0, B_1, B_2, B_3\} = \int_A \ell_2^2 \mu \left\{ \begin{array}{l} 1, \frac{d}{dz} H(z), \dots \\ \left(\frac{d}{dz} H(z) \right)^2, \dots \\ \left(\frac{d}{dz} H(z) \right)^3 \end{array} \right\} dA$$

$$\{S_0, S_1, S_2\} = \int_A \ell_2^2 \mu \{1, z^1, z^2\} dA, \quad (26)$$

$$\{S_3, S_4, S_5\} = \int_A \ell_2^2 \mu H(z) \{1, z, H(z)\} dA,$$

$$\{S_6, S_7\} = \int_A \ell_2^2 \mu \left(\frac{d}{dz} H(z) \right) \left\{ 1, \frac{d}{dz} H(z) \right\} dA,$$

$$\{S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} = \int_A \left\{ \begin{array}{l} \ell_2^2 \mu \left(\frac{d^2}{dz^2} H(z) \right) \dots \\ \left\{ 1, \frac{d^2}{dz^2} H(z), z, H(z) \right\} \end{array} \right\} dA,$$

همچنین، با توجه به میدان‌های جابجایی انرژی جنبشی میکروتیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho \left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right) dA dx \quad (27)$$

با جایگذاری معادله (۱۰) در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\begin{array}{l} I_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - I_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) \\ + I_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 + I_3 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \\ - I_4 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 + I_5 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \end{array} \right] dx \quad (28)$$

که در آن

$$\{I_0, I_1, I_2\} = \int_A \rho \{1, z, z^2\} dA$$

$$\{I_3, I_4, I_5\} = \int_A \rho H(z) \{1, z, H(z)\} dA \quad (29)$$

$$\sigma_{xz} = \mu H(z) \Phi \quad (18)$$

با جایگذاری معادلات (۱۳) در رابطه (۷) مؤلفه‌های غیر-صفر تانسور مرتبه بالای p_i به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p_x = 2\mu \ell_0^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + R \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)$$

$$p_z = -2\mu \ell_0^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - H(z) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (19)$$

همچنین به روش مشابه، با جایگذاری معادلات (۱۴) در معادله (۸) مؤلفه‌های غیر صفر تانسور مرتبه بالای τ_{ijk} به دست می‌آید. با جایگذاری روابط (۱۶)-(۱۹) در معادله (۱) و اعمال عملگر تغییرات خواهیم داشت:

$$U_N = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{2} R_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$$

$$- R_1 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} R_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + R_3 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (20)$$

$$- R_4 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} R_5 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} R_6 \Phi^2$$

$$U_T = \int_V \tau_{ij} \eta_{ijk} dV = \frac{2}{5} S_0 \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right)$$

$$+ \frac{4}{5} S_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{2}{5} S_2 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2$$

$$- \frac{4}{5} S_3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{2}{5} S_4 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 \quad (21)$$

$$+ \frac{4}{5} S_5 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{16}{15} S_6 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$+ \frac{2}{5} S_7 \Phi \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{16}{15} S_8 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2$$

$$- \frac{4}{15} S_9 \Phi^2 - \frac{2}{5} S_{10} \Phi \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{2}{5} S_{11} \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}$$

$$U_M = \int_V m_{ij} \chi_{ij} dV = \frac{1}{2} B_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2$$

$$- \frac{1}{2} B_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{8} B_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{8} B_3 \Phi^2 \quad (22)$$

$$U_P = \int_V p_i \gamma_i dV = C_0 \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right)$$

$$- 2C_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + C_2 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 + C_4 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 \quad (23)$$

$$- 2C_5 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 2C_6 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + C_7 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2$$

$$w'' = 0 \text{ or } N_{(w)}^{(2)} - N_w^{(2)} = 0, \quad (34)$$

$$w' = 0 \text{ or } N_{(w)}^{(1)} - N_w^{(1)} = 0,$$

$$w = 0 \text{ or } N_{(w)}^{(0)} - N_w^{(0)} - M_2 \ddot{w}' - M_3 \ddot{\Phi} = 0,$$

$$\Phi' = 0 \text{ or } N_{(\Phi)}^{(1)} - N_\Phi^{(1)} = 0,$$

$$\Phi = 0 \text{ or } N_{(\Phi)}^{(0)} - N_\Phi^{(0)} = 0,$$

$$u' = 0 \text{ or } N_{(u)}^{(1)} - N_u^{(1)} = 0,$$

$$u = 0 \text{ or } N_{(u)}^{(0)} - N_u^{(0)} = 0.$$

که در آن $N_\alpha^{(i)}$ نشان دهنده متجه‌های نیرو می‌باشند.

۲-۳- نیروهای القائی ناشی از جریان سیال

با در نظر گرفتن ارتعاشات القائی ناشی از سیال، نیروی خارجی سیال که در معادله (۳۳) بیان شده است از دو قسمت نیروی لیفت، f_L ، و میرایی هیدرودینامیک، f_D ، که در راستای عرضی به تیر اعمال می‌شود، تشکیل می‌شود. با توجه به مطالعات انجام شده توسط فاجینتی و همکاران [۴۶] این نیروها به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$f_D(x,t) = -\frac{1}{2} C_D \rho_f D v \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \quad (الف-۳۵)$$

$$f_L(x,t) = \frac{1}{4} C_L \rho_f D v^2 \bar{q}(x,t) \quad (ب-۳۵)$$

که در آن D قطر هیدرولیکی معادل، ρ_f چگالی سیال، v سرعت جریان سیال خارجی و C_D ضریب میرایی می‌باشد و مقدار آن وابسته به عدد رینولدز می‌باشد. در تحقیق حاضر مقدار C_D برابر $1/2$ و مقدار C_L که ضریب لیفت بوده برابر 0.3 فرض می‌شود [۴۶]. اگر $\bar{q}(x,t)$ تابع ضریب کاهش یافته لیفت باشد، در این صورت رفتار ناحیه ویک را به صورت معادله ون در پل می‌توان بیان نمود [۴۶]:

$$\frac{\partial^2 \bar{q}(x,t)}{\partial t^2} + \delta \omega_s [\bar{q}(x,t)^2 - 1] \frac{\partial \bar{q}(x,t)}{\partial t} + \omega_s^2 \bar{q}(x,t) = F_d \quad (36)$$

که در آن F_d نیروی اعمالی ناشی از طرف سیال بر سازه است و δ ضریب دمپینگ جریان سیال اضافه شده است که وابسته به ضریب درگ متوسط بوده و مقدار آن معمولاً برابر 0.3 می‌باشد [۴۶]. فرکانس گردابه‌ها می‌باشد:

$$\omega_s = 2\pi S_f \frac{v}{D} \quad (37)$$

برای استخراج معادله حرکت از اصل همپلتون استفاده می‌شود. این اصل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - U + W) dt = 0 \quad (30)$$

که در آن U انرژی کرنشی میکروتیر، W کار انجام شده توسط نیروهای خارجی و K انرژی جنبشی می‌باشد. با جایگذاری روابط (۱۹)-(۲۲) و (۲۸) در رابطه (۳۰) و اعمال عملگر ریاضی تغییرات، معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی میکروتیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \delta u: & -R_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + R_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \left(\frac{2}{5} S_7 - R_3 \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ & + \left(2C_0 + \frac{4}{5} S_0 \right) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \left(\frac{4}{5} S_1 - 2C_1 \right) \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} \\ & + \left(2C_3 - \frac{4}{5} S_3 \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} - I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ & - I_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} + I_3 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \delta w: & \left(B_0 + 2C_0 + R_2 + \frac{8}{15} S_0 \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(2C_5 - \frac{4}{5} S_5 \right) \frac{\partial^5 \Phi}{\partial x^5} \\ & + \left(R_4 - \frac{1}{2} B_1 - 2C_6 + \frac{16}{15} S_6 + \frac{2}{5} S_{10} \right) \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} \\ & - R_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \left(2C_1 - \frac{4}{5} S_1 \right) \frac{\partial^5 u}{\partial x^5} + \left(\frac{4}{5} S_2 - 2C_2 \right) \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \\ & + I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} - I_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + I_4 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial t^2} = f(x,t) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \delta \Phi: & \left(2C_4 - \frac{4}{5} S_5 \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \frac{4}{5} S_{11} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \Phi \right) \\ & - \left(R_5 + 2C_7 + \frac{1}{4} B_2 + \frac{32}{15} S_8 \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ & + \left(\frac{4}{5} S_5 - 2C_5 \right) \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} + \left(\frac{2}{15} S_7 - R_3 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ & + \left(R_4 + \frac{1}{2} C_6 - \frac{16}{15} S_6 - \frac{2}{5} S_{10} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \\ & + \left(2C_3 - \frac{4}{5} S_3 \right) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \left(R_6 + \frac{1}{16} B_3 - \frac{64}{225} S_9 \right) \Phi \\ & + I_3 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - I_4 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + I_5 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

که در آن $f(x,t)$ نیروهای خارجی کل وارد بر میکروتیر می‌باشد که نیروهای القائی ناشی از جریان سیال می‌باشد که در ادامه به بیان این نیروها پرداخته می‌شود. شرایط مرزی به صورت زیر به دست می‌آید:

نیروهای خارجی اعمالی بر سیستم می‌باشد. با در نظر گرفتن $N=12$ ، معادله ماتریسی (۴۶)، $3N+1$ معادله دیفرانسیل غیرخطی کوپل را در اختیار می‌گذارد. با حل عددی معادلات فوق با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ پاسخ سیستم و منحنی تابع پاسخ فرکانسی استخراج و سپس با استفاده از تبدیل فوریه فرکانس‌های طبیعی سیستم تعیین می‌شود. در ادامه تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار سیستم مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \left(\left(B_0 + 2C_0 + R_2 + \frac{8}{15} S_0 \right) W_n(t) F_n^{w(4)}(x) \right. \\ & + \left(R_4 - \frac{1}{2} B_1 - 2C_6 + \frac{16}{15} S_6 + \frac{2}{5} S_{10} \right) \varphi_n(t) F_n^{\phi(4)}(x) \\ & - R_1 U_n(t) F_n^{u(4)}(x) + \left(2C_1 - \frac{4}{5} S_1 \right) U_n(t) F_n^{u(5)}(x) \\ & + \left(\frac{4}{5} S_2 - 2C_2 \right) W_n(t) F_n^{w(6)}(x) \\ & + \left(2C_3 - \frac{4}{5} S_3 \right) \varphi_n(t) F_n^{\phi(5)}(x) + I_0 \ddot{W}_n(t) F_n^w(x) \\ & + I_1 \ddot{U}_n(t) F_n^u(x) - I_2 \ddot{W}_n(t) F_n^{w(4)}(x) + I_4 \ddot{\varphi}_n(t) F_n^{\phi(4)}(x) \\ & = -\frac{1}{2} C_D \rho_f DV \ddot{q}_n(t) F_n^w(x) + \frac{1}{4} C_L \rho_f DV^2 \ddot{q}(x,t) \\ & + \beta_\alpha \frac{\beta}{1 - \frac{1}{g} \sum_{n=1}^N W_n(t) F_n^w(x)} V^2 + \frac{\beta}{\left(1 - \frac{1}{g} \sum_{n=1}^N W_n(t) F_n^w(x) \right)^2} V^2 \\ & + \frac{\alpha_w}{\left(1 - \frac{1}{g} \sum_{n=1}^N W_n(t) F_n^w(x) \right)^3} + \frac{\alpha_c}{\left(1 - \frac{1}{g} \sum_{n=1}^N W_n(t) F_n^w(x) \right)^4} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \ddot{q}(x,t)}{\partial t^2} + \delta \omega_s \left[\ddot{q}(x,t)^2 - 1 \right] \frac{\partial \ddot{q}(x,t)}{\partial t} \\ & + \omega_s^2 \ddot{q}(x,t) = \frac{P}{D} \sum_{n=1}^N \ddot{W}_n(t) F_n^w(x) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \left(-R_0 U_n(t) F_n^{u(4)}(x) + R_1 W_n(t) F_n^{w(4)}(x) \right. \\ & + \left(\frac{2}{5} S_7 - R_3 \right) \varphi_n(t) F_n^{\phi(4)}(x) \\ & + \left(2C_0 + \frac{4}{5} S_0 \right) U_n(t) F_n^{u(4)}(x) \\ & + \left(\frac{4}{5} S_1 - 2C_1 \right) W_n(t) F_n^{w(5)}(x) \\ & + \left(2C_3 - \frac{4}{5} S_3 \right) \varphi_n(t) F_n^{\phi(4)}(x) \\ & \left. - I_0 \ddot{U}_n(t) F_n^u(x) - I_1 \ddot{W}_n(t) F_n^{w(4)}(x) \right. \\ & \left. + I_3 \ddot{\varphi}_n(t) F_n^{\phi(4)}(x) \right) = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \{\mathbf{K}_C(\mathbf{d}) - \mathbf{K}_G\} \mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{d}) \quad (46)$$

۴- بررسی نتایج

در این قسمت به بررسی تأثیر نیروهای الکترومغناطیس و جریان سیال خارجی بر رفتار ارتعاشات غیرخطی میکروتیر

که در آن D قطر هیدرولیکی معادل بوده و S_i عدد بی‌بعد استروهمال می‌باشد و مقدار آن با توجه به هندسه سطح مقطع جسم تعیین می‌شود [۴۷]. در این مدل، اندرکنش بین سیال و سازه با استفاده از مؤلفه نیرو اعمال می‌شود. با توجه به تئوری ارائه شده توسط فاجینیتی و همکاران [۴۶] بهترین رابطه‌ای که معرف این نیروهاست و با نتایج تجربی نیز سازگاری قابل قبولی دارد به صورت زیر می‌باشد:

$$F_d = \frac{P}{D} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (38)$$

که پس از برازش داده‌های تجربی $P=12$ به دست می‌آید. با در نظر گرفتن روابط (۳۴) و (۳۵) نیروی کل خارجی اعمال شده از طرف جریان سیال با سرعت V به تیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(x,t) = f_D(x,t) + f_L(x,t) \quad (39)$$

۳- حل معادلات حاکم

با توجه به غیرخطی و کوپل بودن معادلات حاکم بر حرکت، معادلات حاکم ابتدا با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شده و سپس با استفاده از روش حل عددی به استخراج پاسخ زمانی پرداخته می‌شود. همچنین، به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی سیستم، از تبدیل فوریه سریع پاسخ زمانی استفاده می‌شود. بر اساس روش گالرکین و در نظر گرفتن شرایط مرزی میکروتیر یکسرگیردار، پاسخ فرضی معادلات حرکت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^N U_n(t) F_n^u(x) = \sum_{n=1}^N U_n(t) \sin \frac{2n\pi x}{L} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} w(x,t) &= \sum_{n=1}^N W_n(t) F_n^w(x) \\ &= \sum_{n=1}^N W_n(t) \left(1 - \cos \frac{2n\pi x}{L} \right)^2 \end{aligned} \quad (41)$$

$$\phi(x,t) = \sum_{n=1}^N \varphi_n(t) F_n^\phi(x) = \sum_{n=1}^N \varphi_n(t) \sin \frac{2n\pi x}{L} \quad (42)$$

با جایگذاری در معادلات (۳۱)-(۳۳) و (۳۶) روابط (۴۳) تا (۴۵) خواهیم داشت. در ادامه، با اعمال روش گالرکین به معادلات (۴۵)، معادلات حاکم بر حرکت را می‌توان به فرم ماتریسی (۴۶) بیان نمود که در آن \mathbf{M} ماتریس جرم، \mathbf{d} بردار جابجایی، \mathbf{C} ماتریس میرایی، $\mathbf{K}_C(\mathbf{d})$ ماتریس سفتی غیرخطی و \mathbf{K}_G ماتریس سفتی خطی متناظر و $\mathbf{F}(\mathbf{d})$ بردار

حداکثر خطا کمتر از ۲ درصد می‌باشد و با افزایش ضخامت میکروتیر این خطا کاهش می‌یابد. بنابراین، باید مقدار مناسب برای پارامتر اثر اندازه مشخص گردد. از طرفی به دست آوردن مقدار دقیق پارامتر اثر اندازه کار دشواری می‌باشد، لذا در این پژوهش سعی شده تا پارامتر اثر اندازه مقداری انتخاب گردد که در طول‌های کمتر بهترین پیش‌بینی را برای نتایج آزمایشگاهی داشته باشد. ذکر این نکته لازم است که همانطور که مشاهده می‌گردد با افزایش ضخامت میکروتیر، اثر تئوری گرادیان کرنش بیشتر شده و به عبارتی اختلاف بین نتایج این تئوری و آزمایشگاهی کمتر می‌گردد. در کل می‌توان گفت، بکار گرفتن تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده شکاف بین نتایج آزمایشگاهی و تئوری کلاسیک را در مقیاس میکرو/نانو پر نموده است. در شکل ۲ تأثیر ولتاژ اعمالی به میکروتیر بر حداکثر خیز انتهایی میکروتیر با در نظر گرفتن سه تئوری مختلف EBT، TBT و HBT و در غیاب جریان سیال خارجی نشان داده شده است. همچنین در این شکل پاسخ زمانی نقطه انتهایی میکروتیر به ازای مقادیر مشخصی از ولتاژ اعمالی نیز نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که حداکثر خیز و فرکانس طبیعی به دست آمده با سه تئوری اختلاف قابل ملاحظه‌ای باهم دارند. **جدول (۱):** نتایج سه فرکانس طبیعی عرضی اول در مقایسه با نتایج مرجع [۴۸].

شماره مود	ضخامت (μm)	نتایج حاضر	مرجع [۴۸]
اول	۲۰	۵۲۸/۰۴	۵۳۵/۱۴
دوم		۳۳۵۰/۴۷	۳۳۵۳/۷۹
سوم		۹۴۱۲/۷۸	۹۴۱۹/۴۵
اول	۵۰	۱۰۱/۳۴	۱۰۲/۲۵
دوم		۶۳۵/۷۱	۶۳۸/۳۹
سوم		۱۷۹۶/۳۴	۱۸۰۲/۴۵

جدول (۲): مقایسه فرکانس طبیعی اول بی‌بعد برای میکروتیر با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و ضخامت $h=20\mu\text{m}$

شرایط مرزی	[۵۰]	[۵۱]	تحقیق حاضر
تکیه‌گاه‌های ساده	۹/۸۶۹۶	۹/۸۶۹۶	۹/۸۶۷۵
تکیه‌گاه‌های گیردار	۲۲/۳۷۳۳	۲۲/۳۷۳۳	۲۲/۳۷۲۴
تکیه‌گاه گیردار-آزاد	۳/۵۱۶۰	۳/۵۱۹۹	۳/۵۱۷۴

یکسرگردار بر اساس تئوری‌های تیر اویلر برنولی (EBT)، تئوری تیر تیموشنکو (TBT) و تئوری تیر هایپربولیک (HBT) پرداخته می‌شود. از مقادیر مشخصات هندسی و مکانیکی زیر در استخراج نتایج استفاده شده است:

$$E = 67 \text{ GPa}, \rho = 2450 \text{ kg.m}^{-3}, \nu = 0.33, \rho_f = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$h = 3 \mu\text{m}, L = 200 \mu\text{m}, b = 50 \mu\text{m}, g = 4 \mu\text{m}$$

همچنین، در ارائه نتایج از فرکانس طبیعی بی‌بعد به صورت $\Omega = \omega L^2 \sqrt{\rho A / EI}$ ، خیز بی‌بعد به صورت $\eta = w/h$ و سرعت بی‌بعد سیال $u = \nu L \sqrt{\rho A / EI}$ استفاده می‌شود.

۴-۱- صحت‌سنجی نتایج

در این تحقیق به منظور صحت‌سنجی با صرف‌نظر کردن از اثرات جریان سیال خارجی، نتایج تحلیلی با نتایج موجود مقایسه می‌شود. به منظور اعتبار سنجی نتایج حاضر، میکروتیر یکسرگردار از جنس اپوکسی با مدول یانگ 1.44 GPa، چگالی 1000 kg.m^{-3} و طول $17.6 \mu\text{m}$ مطابق مرجع [۴۸] در نظر گرفته شده است. در این مرجع فرکانس‌های طبیعی یک میکروتیر اویلر-برنولی بر مبنای تئوری گرادیان کرنش محاسبه گردیده است. با فرض $\ell_0 = \ell_1 = \ell_2 = \ell$ و $b/h = 2$ و $L/h = 20$ نتایج فرکانس‌های طبیعی عرضی اول تا سوم در جدول ۱ برای دو ضخامت متفاوت $20 \mu\text{m}$ و $50 \mu\text{m}$ ارائه شده است. مقایسه نتایج بر تطابق خوب نتایج دلالت دارد و حداکثر خطای بین نتایج کمتر از ۲ درصد می‌باشد. همچنین، در جدول ۲ نتایج به دست آمده از حل حاضر و نتایج مراجع [۴۹] و [۵۰] با هم مقایسه شده‌اند. همچنین، در جدول ۳ نتایج تحقیق حاضر برای میکروتیر یکسرگردار بر اساس تئوری HBT با نتایج تست‌های تجربی [۵۲] مقایسه شده است. از مقایسه نتایج مشاهده می‌شود که تئوری کلاسیک نمی‌تواند نتایج آزمایشگاهی را به درستی پیش‌بینی نماید اما تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده با فرضیات تئوری هایپربولیک، تطابق قابل قبولی با نتایج تست‌های تجربی را در اختیار می‌گذارد. لازم به ذکر است که تئوری گرادیان کرنش خاصیت سخت شوندگی داشته و با انتخاب مناسب پارامتر اثر اندازه، نتایج آن همخوانی قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی پیدا می‌کند و به ازای $\ell_0 = 2.36$ و برای ضخامت میکروتیر کمتر از $20 \mu\text{m}$

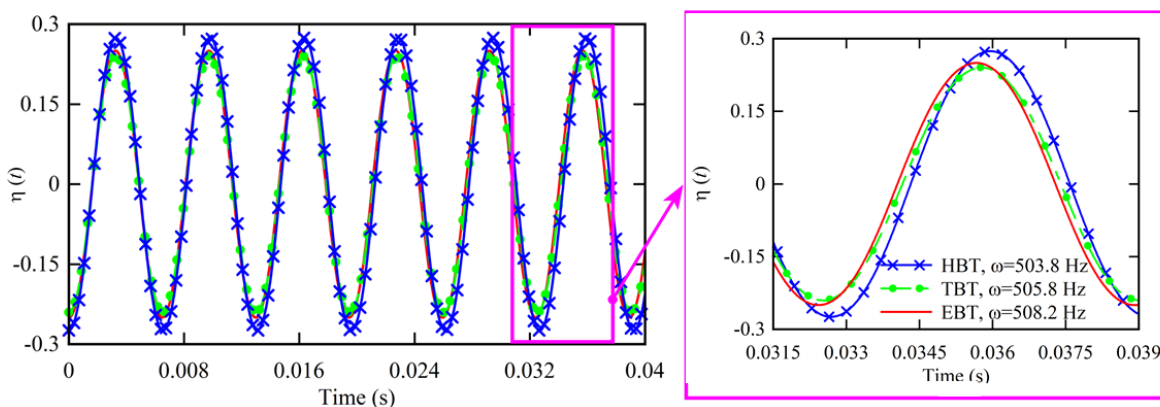
۴-۲- تأثیر جریان سیال خارجی

1.59 و 1.55 به دست می‌آید. در نواحی قبل از قفل‌شدگی به علت اختلاف فاز ۹۰ درجه نیروی لیفت با جابجایی میکروتیر، دامنه نوسانات کاهش یافته و نیروی ناشی از جریان سیال اثر میرایی بر پاسخ داشته و باعث کاهش شدید دامنه نوسانات می‌شود که این نتیجه در شکل ۴ الف نشان داده شده است. علت وقوع پدیده قفل‌شدگی این است که در ناحیه قفل‌شدگی ضریب لیفت و جابجایی هم فاز بوده (شکل ۴ ب) و در نتیجه نیروهای حاصل از جریان سیال، اثر تقویتی داشته و باعث افزایش بیش از حد دامنه می‌شوند. در ناحیه قفل‌شدگی اندازه ضریب لیفت بزرگتر از سایر نواحی می‌باشد و با توجه به اثر تقویتی آن با نیروهای اینرسی میکروتیر، باعث رشد سریع دامنه نوسانات می‌گردد.

منحنی تغییرات حداکثر دامنه نوسانات نقطه انتهایی میکروتیر برحسب سرعت جریان سیال خارجی و برای سه تئوری در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که مشخص است سه تئوری باعث جابجاشدن موقعیت ناحیه قفل‌شدگی و تغییر در حداکثر دامنه در میکروتیر می‌شود. این امر باعث می‌شود که سازه تحت ارتعاشات اجباری ناشی از سیال در اثر پدیده خستگی سریع‌تر وارد ناحیه شکست شود. با توجه به نتایج شکل ۳ مشاهده می‌شود تئوری HBT، ناحیه قفل‌شدگی را $1.7 \leq u \leq 3.5$ پیش‌بینی می‌کند که در آن دامنه نوسانات میکروتیر ناگهان به شدت افزایش می‌یابد، اما در ناحیه قبل و بعد از آن، دامنه نوسانات میکروتیر بسیار ناچیز می‌باشد. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که حداکثر دامنه نوسانات پیش‌بینی شده با استفاده از تئوری‌های EBT، TBT و HBT به ترتیب برابر 1.64،

جدول (۳): مقایسه فرکانس طبیعی اول میکروتیر برای تئوری تیر هایپربولیک تحقیق حاضر با نتایج تست‌های تجربی مرجع [۵۲]

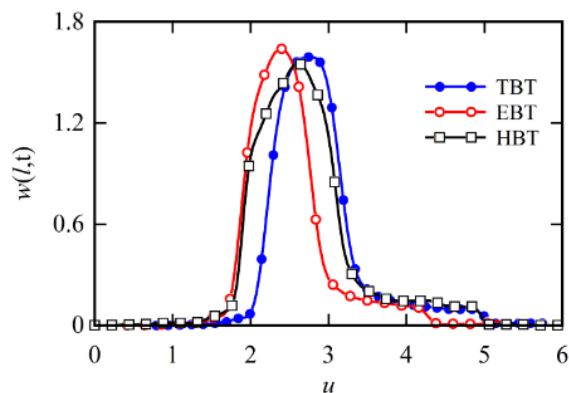
ضخامت میکروتیر (μm)	تئوری کلاسیک	اولین فرکانس طبیعی (Hz)				نتایج تجربی [۵۱]
		تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده				
		$\ell/h=1$	$\ell/h=1.5$	$\ell/h=2$	$\ell/h=2.36$ (خطا %)	
۲/۱	۱۲۷/۲	۱۲۸/۵	۱۳۱/۳	۱۳۳/۸	۱۳۴/۸ (۱/۳۱)	۱۳۶/۶
۳/۲	۱۴۳/۴	۱۴۵/۶	۱۴۸/۱	۱۵۰/۴	۱۵۳/۴ (۰/۷۷)	۱۵۴/۶
۵/۲	۱۹۵/۲	۱۹۸/۳	۲۰۱/۷	۲۳۰/۰	۲۰۵/۲ (۰/۶۳)	۲۰۶/۵
۱۰/۰	۳۲۷/۶	۳۳۰/۲	۳۳۸/۵	۳۴۳/۴	۳۴۵/۹ (۰/۴۲)	۳۴۷/۴
۱۵/۰	۴۹۰/۳	۴۹۳/۸	۴۹۷/۸	۵۰۱/۴	۵۰۳/۳ (۰/۱۴)	۵۰۴/۰



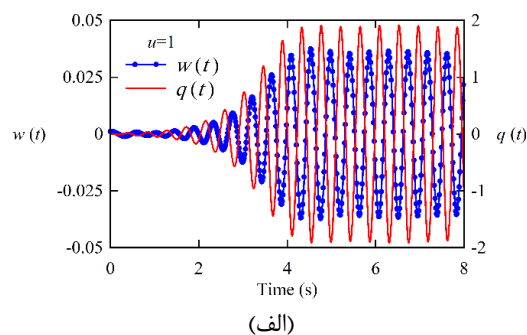
شکل (۲): مقایسه تأثیر سه تئوری مختلف تیر بر روی پاسخ دینامیکی میکروتیر

در شکل ۵ پاسخ نقطه انتهایی، منحنی‌های فازی و نگاشت پوانکاره برای میکروتیر یکسرگردار به ازای سرعت‌های بی‌بعد مختلف سیال خارجی $u=0.0$ ، $u=0$ ، $u=2.6$ و $u=3.1$ نشان داده شده است.

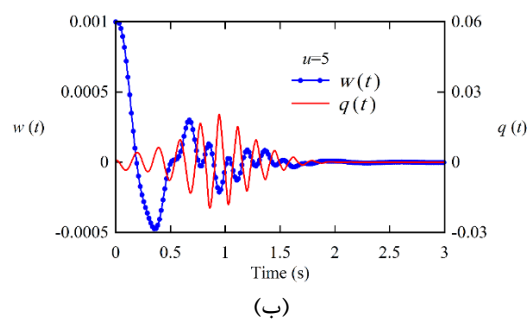
با توجه به شکل ۵ الف مشاهده می‌شود که در غیاب جریان خارجی سیال پاسخ میکروتیر به صورت نوسانی با دامنه بی‌بعد ثابت 0.013 می‌باشد. با توجه به نوسانی بودن پاسخ، منحنی نگاشت پوانکاره تنها یک نقطه وجود دارد و منحنی فازی در این حالت به صورت یک مسیر بیضوی شکل می‌باشد. در چنین شرایطی جرم افزوده ناشی از سیال اثر گذاشته که این امر باعث کمتر شدن فرکانس نوسانات میکروتیر می‌شود. در این حالت به علت کم بودن سرعت نوسانات میکروتیر (شکل ۵ الف) اثرات اینرسی سیال ناچیز و قابل صرف نظر است. با افزایش سرعت جریان سیال و در سرعت‌های پایین سیال، جریان سیال اطراف میکروتیر از نوع بسیار آهسته و یا خزشی می‌باشد. با جریان پیدا کردن سیال اطراف تیر، گردابه‌های ون کارمن بر اثر فشار منفی در پشت تیر به صورت متقارن ایجاد شده و سبب وارد کردن نیروهای لیفت بر میکروتیر شده و در نتیجه باعث افزایش ارتعاشات تیر می‌شوند. با توجه به شکل ۵ ب مشاهده می‌شود که در سرعت‌های پایین سیال جریان سیال اطراف میکروتیر باعث می‌شود که دامنه نوسانات با گذشت زمان در ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش یافته و به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. در سرعت $u=0.1$ دامنه نوسانات بی‌بعد به مقدار 0.042 همگرا می‌شود. در چنین شرایطی رفتار سیستم به صورت شبه پرودیک بوده و در نگاشت پوانکاره چندین نقطه متفاوت وجود دارد. با افزایش بیشتر سرعت سیال، نیروهای اینرسی سیال بزرگتر شده و دیگر قابل صرف نظر کردن نمی‌باشند. این امر باعث می‌شود تا در سرعت‌های بالاتر دامنه ارتعاشات سیستم به صورت ناگهانی افزایش یافته و دوباره نوسانات سیستم پایدار شود. در شکل ۵ ج پاسخ سیستم به ازای $u=2.6$ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود این محدوده از سرعت سیال، ناحیه قفل‌شدگی نامیده می‌شود.



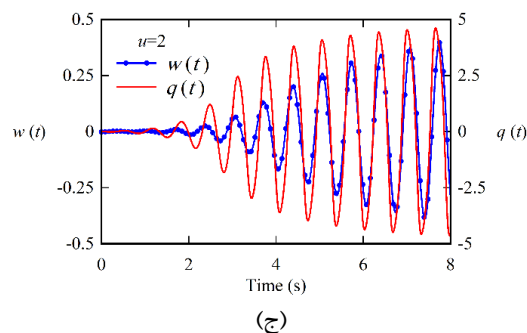
شکل (۳): تأثیر سه تئوری مختلف تیر بر منحنی جابجایی- سرعت میکروتیر تحت تأثیر جریان سیال خارجی



(الف)

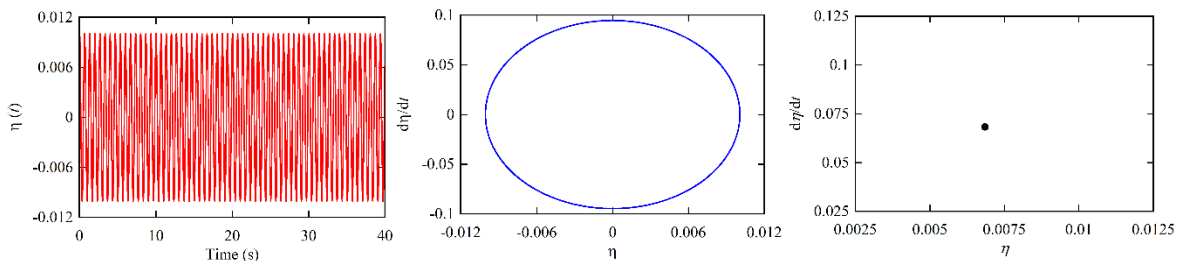


(ب)

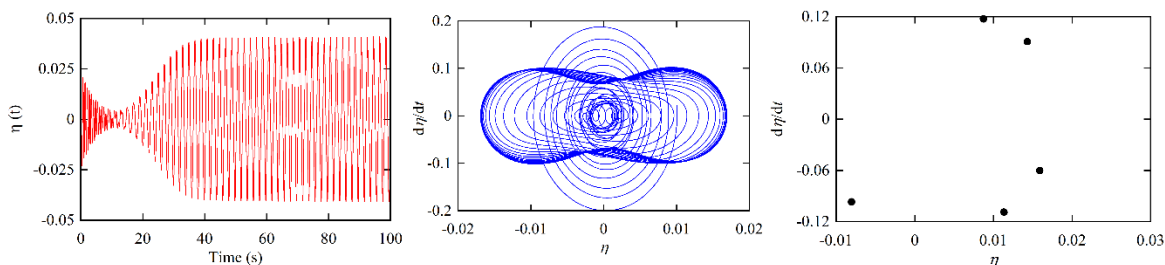


(ج)

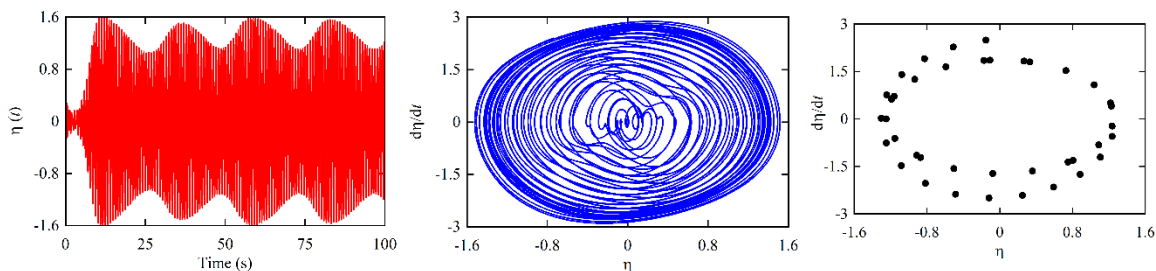
شکل (۴): تأثیر سرعت جریان سیال بر پاسخ زمانی نیروی لیفت و جابجایی میکروتیر به ازایی دو سرعت مختلف (الف) $u=1$ (ب) $u=2$ (ج) $u=5$



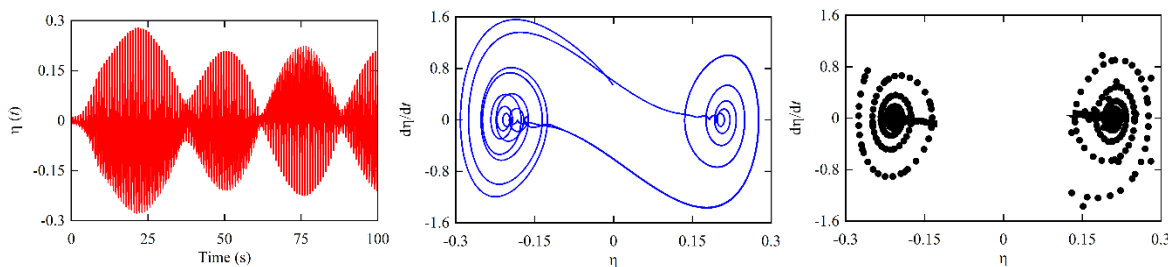
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

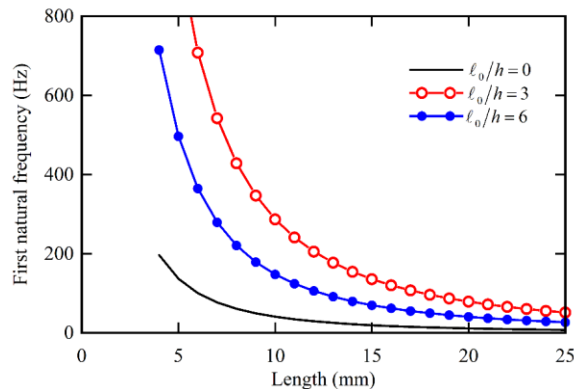
شکل (۵): پاسخ نقطه انتهایی، منحنی‌های فازی و نگاشت پوانکاره برای میکروتیر یکسرگردار به ازای سرعت‌های بی‌بعد مختلف سیال خارجی (الف) $u = 0.0$ ، (ب) $u = 0.1$ ، (ج) $u = 2.6$ و (د) $u = 3.1$

نقاط زیادی با پراکندگی نامنظم وجود دارد که در شکل ۵د قابل مشاهده است.

با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود که در سرعت‌های بالاتر سیال به علت غالب بودن نیروی میرایی هیدرودینامیک، دامنه نوسانات سیستم به شدت کاهش یافته و به سمت

در ناحیه بعد از ناحیه قفل‌شدگی، افزایش بیشتر سرعت سیال باعث کاهش دامنه نوسانات شده و دامنه حالت پایدار سیستم بر خلاف حالت‌های قبل کاهش یافته و در سرعت‌های بسیار بزرگ‌تر به صفر می‌رسد. در این حالت رفتار سیستم آشوبناک بوده و در منحنی نگاشت پوانکاره

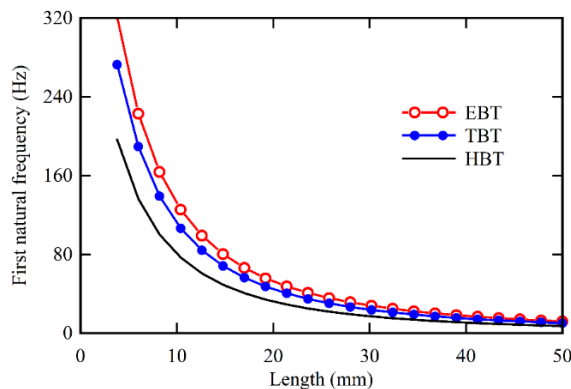
کاهش یافته که دلیل آن کاهش سختی سازه و کاهش اثر پارامتر اندازه با افزایش طول میکروتیر می‌باشد.



شکل (۷): تأثیر پارامتر اندازه‌های کوچک بر فرکانس

نوسانات میکروتیر در حالت $u = 0.2$

در شکل ۸ فرکانس نوسانات میکروتیر واقع در معرض جریان سیال خارجی به ازای $u = 0.5$ و به دست آمده با استفاده از سه تئوری EBT، TBT و HBT نشان داده شده است.



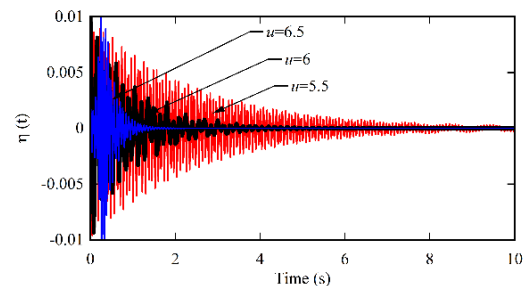
شکل (۸): فرکانس نوسانات میکروتیر واقع در معرض

جریان سیال خارجی به ازای $u = 0.5$ و به دست آمده با

استفاده از سه تئوری EBT، TBT و HBT

با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که تئوری اویلر-برنولی فرکانس‌های طبیعی را بیشتر از دو تئوری دیگر پیش‌بینی می‌کند که علت آن صرف‌نظر کردن از اینرسی دورانی سطح مقطع تیر می‌باشد. تئوری تیر تیموشنکو فرکانس‌های نوسانات را بیشتر از تئوری HBT پیش‌بینی می‌کند ولی به ازای مقادیر بزرگتر طول، فرکانس طبیعی دو تئوری TBT و HBT تقریباً برهم منطبق می‌شوند. دلیل بیشتر بودن فرکانس طبیعی تئوری هایپربولیک و تیموشنکو این است

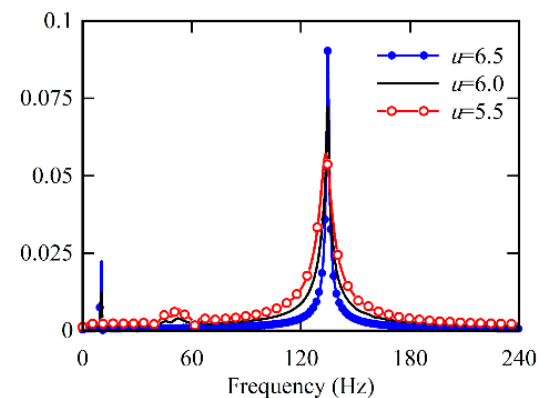
صفر میل می‌کند. به منظور بررسی دقیق رفتار سیستم در سرعت‌های بالاتر، در شکل ۶ تأثیر سرعت‌های بالای سیال بر روی پاسخ زمانی و فرکانسی نشان داده شده است. با توجه به شکل ۶ مشاهده می‌شود که سرعت‌های بالای سیال تنها باعث افزایش میرایی سیستم و کاهش دامنه نوسانات شده و بر فرکانس‌های نوسانات سیستم تأثیرگذار نیست.



شکل (۶): تأثیر سرعت‌های بالای سیال بر روی منحنی

پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی میکروتیر

در شکل ۷ تأثیر پارامتر اندازه‌های کوچک بر فرکانس نوسانات میکروتیر به ازای $u = 0.2$ نشان داده شده است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که پارامتر اندازه‌های کوچک باعث ایجاد رفتار سخت‌شوندگی در سیستم شده و فرکانس نوسانات را افزایش می‌دهد و اثر آن با افزایش طول میکروتیر کاهش می‌یابد. به عنوان مثال به ازای طول 10 mm میکروتیر، با افزایش l_0/h از 0.0 به 3.0 فرکانس نوسانات از 40 Hz به 143.3 Hz افزایش می‌یابد که نشان دهنده افزایش حدود 2.6 برابری فرکانس طبیعی و تأثیر قابل ملاحظه این پارامتر بر مشخصه‌های ارتعاشی میکروتیرها می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش طول میکروتیر، فرکانس‌های طبیعی کاهش و تأثیر پارامتر اندازه‌های کوچک



قرار گرفت. همچنین، تأثیر سه تئوری تیر اویلر-برنولی، تیر تیموشنکو و تیر هایپربولیک بر رفتار این سیستم‌ها مطالعه گردید. نتایج به دست آمده از مدل تیر هایپربولیک تطابق خوبی با نتایج تجربی از خود نشان دادند و مشاهده شد که تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده می‌تواند فاصله بین نتایج تجربی و تئوری کلاسیک را با در نظر گرفتن پارامترهای اثر اندازه ببوشاند. استفاده از تئوری تیر هایپربولیک رفتار دقیق‌تری نسبت به مدل‌های دیگر داشته و به منظور شبیه‌سازی رفتار دینامیکی میکروتیرها از دقت مناسب‌تری برخوردار می‌باشد. علاوه بر این، پارامتر اندازه‌های کوچک باعث ایجاد رفتار سخت‌شوندگی در سیستم شده و فرکانس نوسانات را افزایش می‌دهد و اثر این پارامتر در ابعاد کوچک میکروتیر بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

۶- مراجع

- [1] Borisenkov Y, Kholmyansky M, Krylov S, Liberzon A, Tsinober A. Multiarray micromachined probe for turbulence measurements assembled of suspended hot-film sensors. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2015;24(5):1503-9.
- [2] Tavakol B, Holmes DP. Voltage-induced buckling of dielectric films using fluid electrodes. *Applied Physics Letters*. 2016;108(11):112-31.
- [3] Gad-el-Hak M. *Advances in fluid mechanics measurements*: Springer Science & Business Media; 2013.
- [4] Gardner EL, Vincent TA, Jones RG, Gardner JW, Coull J, De Luca A, et al. MEMS thermal flow sensors—An accuracy investigation. *IEEE Sensors Journal*. 2019;19(8):2991-8.
- [5] Ejeian F, Azadi S, Razmjou A, Orooji Y, Kottapalli A, Warkiani ME, et al. Design and applications of MEMS flow sensors: A review. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2019;295:483-502.
- [6] Tang Y, Li J, Xu L, Lee J-B, Xie H. Review of Electrothermal Micromirrors. *Micromachines*. 2022;13(3):429-42.
- [7] Pourreza T, Alijani A, Maleki VA, Kazemi A. Nonlinear vibration of nanosheets subjected to electromagnetic fields and electrical current. *Advances in nano research*. 2021;10(5):481-91.
- [8] Jahanghiry R, Yahyazadeh R, Sharafkhani N, Maleki VA. Stability analysis of FGM microgripper subjected to nonlinear electrostatic and temperature variation loadings. *Science and Engineering of Composite Materials*. 2016;23(2):199-207.

که ممان اینرسی دورانی جرمی بر فرکانس‌های طبیعی دارای اثر نرم‌کننده می‌باشد و علت این امر افزایش انرژی جنبشی میکروتیر و به دنبال آن افزایش جرم مؤثر سازه بوده که باعث کاهش فرکانس طبیعی شده و این امر برای تیرهای ضخیم قابل ملاحظه می‌باشد. با افزایش طول میکروتیر، تأثیر اینرسی‌های دورانی کاهش یافته و بنابراین نتایج سه تئوری به سمت منطبق شدن به یکدیگر میل می‌کنند. در جدول ۴ فرکانس نوسانات میکروتیر واقع در معرض جریان سیال خارجی به ازای $u = 0.5$ و به دست آمده با استفاده از سه تئوری EBT، TBT و HBT بر مبنای سه تئوری کلاسیک، تنش کوپل اصلاح شده و گرادیان کرنشی اصلاح شده به ازای $L = 20mm$ ، $l/h = 2.3$ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که فرکانس طبیعی پیش‌بینی شده با استفاده از تئوری کلاسیک کمتر از مقادیر تئوری گرادیان تنش کوپل اصلاح شده و فرکانس طبیعی به دست آمده از تئوری گرادیان تنش کوپل اصلاح شده کمتر از فرکانس طبیعی تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده می‌باشد. دلیل این امر، در نظر سختی‌های متناظر با تانسورهای گرادیان انحراف و تانسور گرادیان کشش انحرافی در معادلات می‌باشد که باعث می‌شود سختی معادل کل سازه نسبت به دو تئوری دیگر بیشتر تخمین زده بشود.

جدول (۴): فرکانس‌های طبیعی (Hz) برای میکروتیر یکسرگردار بر مبنای سه تئوری کلاسیک، تنش کوپل اصلاح شده و گرادیان کرنشی اصلاح شده

تئوری غیر کلاسیک			
تئوری تیر	کلاسیک	تنش اصلاح شده	کرنش اصلاح شده
اوایلر-برنولی	۴۵/۲۳	۴۸/۰۷	۵۲/۷۳
تیموشنکو	۳۸/۹۵	۴۱/۸۳	۴۴/۷۹
هایپربولیک	۲۶/۷۴	۲۹/۹۱	۳۲/۲۵

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مشخصه‌های ارتعاشی و رفتار دینامیکی میکروتیر یکسرگردار واقع در معرض جریان سیال خارجی با استفاده از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده مورد بررسی

- excitation. *Journal of Solid and Fluid Mechanics*. 2018;8(3):137-51.
- [21] Gorthi S, Mohanty A, Chatterjee A. Cantilever beam electrostatic MEMS actuators beyond pull-in. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2006;16(9):1800.
- [22] Batra RC, Porfiri M, Spinello D. Electromechanical model of electrically actuated narrow microbeams. *Journal of Microelectromechanical systems*. 2006;15(5):1175-89.
- [23] Nikpourian A, Ghazavi MR. Nonlinear Size-Dependent Analysis of an Initially Curved Microbeam. *Modares Mechanical Engineering*. 2019;19(2):247-58.
- [24] Najaf F, Ghommem M, Abdelkefi A. A double-side electrically-actuated arch microbeam for pressure sensing applications. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020;178:105624.
- [25] Fallah M, Arab Maleki V. Renewable Energy Harvesting by Vortex-Induced Vibration of Bimorph Porous Beam with Piezoelectric Layer. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2021;53(8):9-24.
- [26] Ghommem M, Najaf F, Arabi M, Abdel-Rahman E, Yavuz M. A unified model for electrostatic sensors in fluid media. *Nonlinear Dynamics*. 2020;101(1):271-91.
- [27] Li H, Ke L, Yang J, Kitipornchai S. Size-dependent free vibration of microbeams submerged in fluid. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2020;20(12):205-16.
- [28] Naik T, Longmire EK, Mantell SC. Dynamic response of a cantilever in liquid near a solid wall. *Sensors and Actuators A: physical*. 2003;102(3):240-54.
- [29] Chon JW, Mulvaney P, Sader JE. Experimental validation of theoretical models for the frequency response of atomic force microscope cantilever beams immersed in fluids. *Journal of applied physics*. 2000;87(8):3978-88.
- [30] Korayem MH, Sharahi HJ. Analysis of the effect of mechanical properties of liquid and geometrical parameters of cantilever on the frequency response function of AFM. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2011;57(5-8):477-89.
- [31] Golzar FG, Shabani R, Hatami H, Rezazadeh G. Dynamic response of an electrostatically actuated micro-beam in an incompressible viscous fluid cavity. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2013;23(3):555-62.
- [32] Jabbari G, Shabani R, Rezazadeh G. Nonlinear vibrations of an electrostatically actuated microresonator in an incompressible fluid cavity
- [9] Mirtalebi H, Ebrahimi Mamaghani A. On the Vibrational Analysis of Cantilevered Fluid Conveying Micro-Beams Rested on Various Elastic Foundations. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2020;52(1):3-16.
- [10] Bakhsheshy A, Mahbadi H. The effect of accuracy of the length scale parameter on natural frequencies of porous rectangular microplate. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2021;53(Issue 2 (Special Issue)):1179-96.
- [11] Mousavi SM, Sharifi P, Mohammadi H. Analysis of Static Pull-in Instability and Nonlinear Vibrations of an Functionally Graded Micro-Resonator Beam. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2019;51(1):119-32.
- [12] Ajri M, Seyyed Fakhrabadi MM, Asemiani H. Viscoelastic effects on nonlinear dynamics of microplates with fluid interaction based on consistent couple stress theory. *Journal of Computational Applied Mechanics*. 2021;52(3):394-407.
- [13] Ajri M, Seyyed Fakhrabadi MM. Nonlinear free vibration of viscoelastic nanoplates based on modified couple stress theory. *Journal of Computational Applied Mechanics*. 2018;49(1):44-53.
- [14] Rouhi S, Xiros N, Aktosun E, Sultan C, VanZwieten J, Ioup J, et al., editors. *A Small-Scale Experimental Ocean Current Turbine Apparatus for Power Measurement*. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition; 2021: American Society of Mechanical Engineers.
- [15] Mirtalebi SH, Ebrahimi-Mamaghani A, Ahmadian MT. Vibration control and manufacturing of intelligibly designed axially functionally graded cantilevered macro/micro-tubes. *IFAC-PapersOnLine*. 2019;52(10):382-7.
- [16] Ebrahimi-Mamaghani A, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R, Mostoufi N. Thermo-mechanical stability of axially graded Rayleigh pipes. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2020:1-30.
- [17] Han SM, Benaroya H, Wei T. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and vibration*. 1999;225(5):935-88.
- [18] Younis MI, Nayfeh A. A study of the nonlinear response of a resonant microbeam to an electric actuation. *Nonlinear Dynamics*. 2003;31(1):91-117.
- [19] Brenes A, Juillard J, Dos Santos FV. Resonant pull-in of high-Q MEMS oscillators with arbitrary closed-loop phase shift. *Procedia Engineering*. 2016;168:941-5.
- [20] Andakhshideh A, Maleki S, Marashi SS. Investigation of nonlinear pull-in phenomena in functionally graded micro-beams under electrostatic

- novel unified approach. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016;110:242-55.
- [46] Facchinetti ML, De Langre E, Biolley F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*. 2004;19(2):123-40.
- [47] Ciappi E, De Rosa S, Franco F, Guyader J-L, Hambric SA. *Flinovia-Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects*: Springer; 2015.
- [48] Kong S, Zhou S, Nie Z, Wang K. Static and dynamic analysis of micro beams based on strain gradient elasticity theory. *International Journal of Engineering Science*. 2009;47(4):487-98.
- [49] Osterberg PM. *Electrostatically actuated microelectromechanical test structures for material property measurement*: Massachusetts Institute of Technology; 1995.
- [50] Shu C, Du H. Implementation of clamped and simply supported boundary conditions in the GDQ free vibration analysis of beams and plates. *International Journal of Solids and Structures*. 1997;34(7):819-35.
- [51] Singh SS, Nair DK, Rajagopal A, Pal P, Pandey AK. Dynamic analysis of microbeams based on modified strain gradient theory using differential quadrature method. *European Journal of Computational Mechanics*. 2018;27(3):187-203.
- [52] Li Z, He Y, Zhang B, Lei J, Guo S, Liu D. Experimental investigation and theoretical modelling on nonlinear dynamics of cantilevered microbeams. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 2019;78:103834.
- based on the modified couple stress theory. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2016;11(4):041029.
- [33] Mentzoni F, Kristiansen T. Numerical modeling of perforated plates in oscillating flow. *Applied Ocean Research*. 2019;84:1-11.
- [34] Rezaee M, Sharafkhani N. Electrostatically frequency tunable micro-beam-based piezoelectric fluid flow energy harvester. *Smart Materials and Structures*. 2017;26(7):075008.
- [35] Najar F, Ghommam M, Abdel-Rahman E. Arch microbeam bifurcation gas sensors. *Nonlinear Dynamics*. 2021;104(2):923-40.
- [36] Nasrabadi M, Sevbitov AV, Maleki VA, Akbar N, Javanshir I. Passive fluid-induced vibration control of viscoelastic cylinder using nonlinear energy sink. *Marine Structures*. 2022;81:103116.
- [37] Rezaee M, Sharafkhani N. Out-of-plane vibration of an electrostatically actuated microbeam immersed in flowing fluid. *Nonlinear Dynamics*. 2020;102(1):1-17.
- [38] Ansari R, Gholami R, Sahmani S. Size-dependent vibration of functionally graded curved microbeams based on the modified strain gradient elasticity theory. *Archive of Applied Mechanics*. 2013;83(10):1439-49.
- [39] Fleck N, Hutchinson J. *Strain gradient plasticity (advances in applied mechanics)*, Vol. 33. Elsevier, New York; 1997.
- [40] Wang YQ, Zhao HL, Ye C, Zu JW. A porous microbeam model for bending and vibration analysis based on the sinusoidal beam theory and modified strain gradient theory. *International Journal of Applied Mechanics*. 2018;10(05):1850059.
- [41] Lam DC, Yang F, Chong A, Wang J, Tong P. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2003;51(8):1477-508.
- [42] Akgöz B, Civalek Ö. Effects of thermal and shear deformation on vibration response of functionally graded thick composite microbeams. *Composites Part B: Engineering*. 2017;129:77-87.
- [43] Mantari J, Soares CG. Analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a generalized higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*. 2012;94(8):2640-56.
- [44] Mahi A, Tounsi A. A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates. *Applied Mathematical Modelling*. 2015;39(9):2489-508.
- [45] Nguyen TN, Thai CH, Nguyen-Xuan H. On the general framework of high order shear deformation theories for laminated composite plate structures: A



Fluid Flow Effects on Size-dependent Dynamic Response of Cantilever Microbeams Using Modified Strain Gradient and Hyperbolic Shear Deformation Beam Theory

Babak Ramazani Darvazi¹, Javad Rezapour^{2*}, Saeed Rouhi³, Raheb Gholami²

¹ Ph.D. Student, Faculty of Mechanical Engineering, Lahijan Branch, Islamic Azad University, Lahijan, Iran.

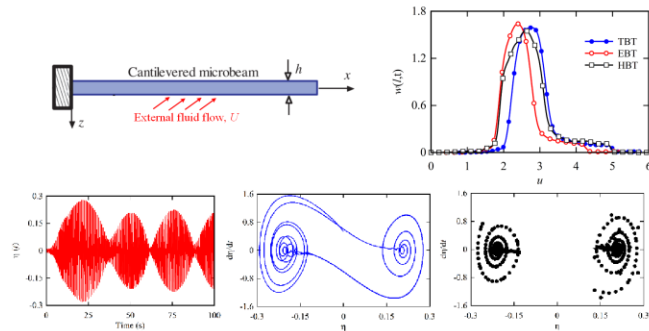
² Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Lahijan Branch, Islamic Azad University, Lahijan, Iran.

³ Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Langarud Branch, Islamic Azad University, Langarud, Iran.

HIGHLIGHTS

- Hyperbolic beam theory provides more accurate results than Euler-Bernoulli and Timoshenko theory.
- Small size parameter causes hardening behavior.
- Modified strain gradient theory reduces the difference between experimental results and classical theory.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 28 April 2022

Received in revised form: 13 May 2022

Accepted: 11 July 2022

Available online: 15 August 2022

*Correspondence:

Rezapour@liau.ac.ir

How to cite this article:

B.R. Darvazi, J. Rezapour, S. Rouhi, R. Gholami. Fluid flow effects on size-dependent dynamic response of cantilever microbeams using modified strain gradient and hyperbolic shear deformation beam theory. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(3):53-68.

Keywords:

Microbeam

Fluid-Induced Vibration

Hyperbolic Beam Theory

Natural Frequency

ABSTRACT

An analytical study on fluid induced dynamics of cantilever microbeam is presented in this paper. Modified strain gradient theory has been used to consider the effect of small sizes. By considering the interaction between structure and fluid, the governing equations of motion are derived from hyperbolic beam theory. Governing equations of motion are discretized with the Galerkin method, and then the solution is found numerically. The dynamic response of the system and the amplitude-velocity curves of the fluid flow at different values of small size parameters and fluid flow velocity are determined and the effects of these parameters are examined. The results show that the hyperbolic beam theory provides more accurate results than classical Euler-Bernoulli and Timoshenko beam theories. Each of the three theories exhibits different lock-in regions and maximum amplitudes of the microbeam. It is also relevant to note that Euler-Bernoulli's theory predicts natural frequencies more than the other two theories, which ignores the rotational inertia of the beam's cross-section. Timoshenko beam theory predicts higher oscillation frequencies than hyperbolic beam theory, however, when the length is increased, the natural frequencies for the two theories are almost identical.

