



## کنترل ارتعاشات سازه انعطاف پذیر متصل به پایه چرخان با الگوریتم مود لغزشی فراپیشی - ترمینال غیرتکین در حضور نامعینی

میلاذ عظیمی<sup>۱\*</sup>، ولی الله شاه بهرامی<sup>۲</sup>، علیرضا علیخانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، پژوهشکده فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

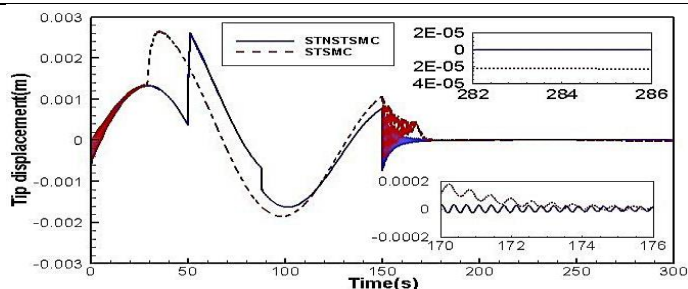
<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، پژوهشکده فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

<sup>۳</sup> دانشیار، پژوهشکده فضاوردی، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

### برجسته‌ها

- اثر چترینگ در کنترلرهای مود لغزشی فراپیشی و کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین محسوس است.
- با کاهش پدیده چترینگ، عملکرد سیستم از منظر تحریک مودهای فرکانس بالا افزایش می‌یابد.

### چکیده گرافیکی



### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:  
 نوع مقاله: علمی پژوهشی  
 دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۰۶  
 بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۲۴  
 پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱  
 ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۲/۲۸  
 \*نویسنده مسئول:  
 azimi.m@ari.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

ارتعاشات  
 ترمینال غیرتکین  
 چترینگ  
 سازه چرخان  
 کنترل مود لغزشی  
 فراپیشی

### چکیده

در این مقاله به طراحی کنترل مقاوم وضعیت یک سازه انعطاف پذیر متصل به پایه چرخان در قالب یک سیستم صلب- انعطاف پذیر با استفاده از الگوریتم هیبرید مرتبه دوم مود لغزشی فراپیشی- ترمینال غیرتکین پرداخته شده است. حدود مشخصی از اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های دینامیکی در کنار دینامیک کاملاً کوپل بخش‌های انعطاف پذیر در ساختار کنترلی در نظر گرفته شده است. معادله دینامیک صلب- انعطاف پذیر سیستم با استفاده از روش لاگرانژ استخراج و با به کارگیری روش المان محدود و فرض تئوری تیر اوپلر- برنولی برای بازوی انعطاف پذیر گسسته سازی شده است. رویکرد هیبرید کنترلی به کار گرفته شده شامل بخش مود لغزشی ترمینال غیرتکین منجر به افزایش دقت‌های بالا در ردگیری هدف و افزایش سرعت‌های همگرایی شده، و بخش مود لغزشی فراپیشی منجر به کاهش قابل ملاحظه پدیده چترینگ می‌شود. پایداری کلی سیستم با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده با به کارگیری تئوری کنترلی پیشنهادی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای امکان انجام مانورهای زاویه بزرگ و کاهش قابل ملاحظه ارتعاشات ناشی از تحریک بخش‌های انعطاف پذیر را با معیار چابکی، دقت و سرعت بالای همگرایی نمایش داده و با کاهش پدیده چترینگ، عملکرد سیستم را از منظر تحریک مودهای فرکانس بالا افزایش داده است.

## ۱- مقدمه

گسترده‌ای برای توسعه کنترل‌هایی که قادر به حل مشکلاتی مانند نامعینی‌های این سیستم‌ها می‌باشند صورت پذیرفته است [۱۴-۱۵]. در سال ۱۹۶۶ میروبیچ و نلسون [۱۶] برای نخستین بار مسئله پایداری یک سازه فضایی انعطاف‌پذیر در طی حرکت دورانی را مورد بررسی قرار دادند. مدل آن‌ها شامل یک جسم صلب در مرکز و دو تیر الاستیک متصل به بخش صلب در دو طرف بود. حرکات صلب در این مدل با معادلات دیفرانسیل معمولی لاگرانژ شبه مختصات، و تغییر شکل‌های سازه‌ای با معادلات دیفرانسیل پاره‌ای برحسب مختصات بدنه متصل به بخش صلب بیان شده‌اند. در زمینه طراحی کنترلر برای سیستم‌های با پارامترهای توزیعی اولین کار توسط لینکنینز و فلیشر [۱۷] در سال ۱۹۷۱ گزارش شد. آن‌ها پایداری سیستم کنترل وضعیت یک سازه را با در نظر گرفتن مودهای حرکتی الاستیک مورد بررسی قرار دادند.

تکنیک‌های کنترل مقاوم مانند کنترل‌های غیرخطی تطبیقی [۱۸-۱۹]، کنترلر  $H_2$  و  $H_\infty$  [۲۰-۲۱]، کنترل پیش‌بین مدل [۲۲]، پسگام [۲۳]، و کنترل مود لغزشی [۲۴] را می‌توان از جمله نمونه‌های رایج برای حل مسئله نامعینی نام برد. رویکردهای کنترلی اشاره شده، قابلیت ارضای اهداف کنترلی در حضور خطاهای مدل‌سازی و نامعینی‌هایی که عملکرد کنترلی را متأثر می‌سازد دارا می‌باشند. کنترل مود لغزشی از اواخر سال ۱۹۷۰ تاکنون به‌واسطه عدم حساسیت به تغییر پارامترها در ساختار سیستم و اغتشاشات خارجی مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است [۲۵-۲۷]. طراحی این قانون کنترلی دو گام اساسی دارد، گام اول شامل انتخاب سطح سوئیچ مناسب به‌طوری‌که حالت‌های سیستم را بر روی آن حفظ کند و گام دوم طراحی سطح لغزش می‌باشد. هنگامی که حالت‌های سیستم به سطح لغزش می‌رسند مرتبه سیستم کنترلی کاهش می‌یابد و کنترلر می‌تواند بر اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها غلبه کند. باین‌حال در رویکردهای رایج این کنترلر مسئله قوام در رسیدن به سطح لغزش به‌طور کامل ارضا نشده و نوسانات فرکانس بالایی تحت عنوان چترینگ در سیگنال کنترلی وجود دارد که می‌تواند مودهای فرکانس بالای سیستم را تحریک کند. گونه‌های مختلفی از

در واقعیت، تمام سیستم‌های فیزیکی متأثر از نامعینی‌های ناشی از خطای مدل‌سازی، تغییرات پارامترها و اغتشاشات خارجی می‌باشند [۱-۴]. کنترل سیستم‌های دینامیکی در حضور نامعینی‌ها به‌شدت عملکرد کنترلر را کاهش داده و حتی می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم شود. از جمله سیستم‌های دینامیکی رایج، سازه‌های انعطاف‌پذیر متصل به پایه‌های چرخان می‌باشند که در حوزه‌های روباتیک، هوافضا، مکانیک و تجهیزات پزشکی کاربرد فراوان دارند [۵-۸]. بازوهای روباتیک یکی از پرکاربردترین نمونه‌های مطرح سازه‌های با پایه چرخان می‌باشد [۹-۱۰]. این سازه‌ها اغلب مجهز به تجهیزاتی در انتهای بخش‌های انعطاف‌پذیر هستند که می‌بایست با دقت‌های بالا و بدون ارتعاشات مسیری را دنبال کرده و یا محموله‌ای را جابجا کنند. بخش‌های انعطاف‌پذیر این سیستم‌ها به‌واسطه مشخصه‌های سفتی و میرایی کوچک منجر به تولید ارتعاشات ناخواسته می‌شوند. ارتعاشات تولیدشده دینامیک سیستم‌های دقیق را متأثر از خود می‌سازد؛ بنابراین فرض نادیده گرفتن رفتار سازه‌های انعطاف‌پذیر در مدل دینامیکی می‌تواند طراحی و ساخت سیستم‌های نیازمند دقت در عملکرد را دچار مشکل سازد. مدل دینامیکی سازه‌های انعطاف‌پذیر متصل به پایه چرخان، غیرخطی همراه با نامعینی‌های مختلف در ذات سیستم است. با توجه به خطاهای موجود در رویکردهای مدل‌سازی دینامیکی این سیستم‌ها به‌واسطه دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر، فرآیند کنترل وضعیت و ارتعاشات آن‌ها را با چالش‌های عدیده‌ای روبرو ساخته است [۱۱-۱۳].

استفاده از کنترل‌های مقاوم می‌تواند طراحان را در مواجهه با چالش‌هایی نظیر ناپایداری، نامعینی‌های ناشی از دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر، اینرسی و اغتشاشات خارجی کمک کند. این عوامل هر کدام به‌طور مجزا و یا به‌صورت ترکیبی می‌توانند به کاهش دقت در وضعیت سازه سیستم اثرگذار باشند. قسمت انعطاف‌پذیر سازه چرخان در تقابل با سازه صلب است؛ بنابراین معادله‌های دینامیکی کوپل صلب-انعطاف‌پذیر به‌صورت معادلات (با مختصات هیبرید) دیفرانسیل معمولی و جزئی می‌باشند؛ بنابراین تحقیقات

فراپیشی را برای کنترل وضعیت سه محوره فضاپیمای انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات بررسی کردند.

ترن و کنگ [۴۳] یک کنترلر مود لغزشی ترمینال غیرتکین را برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم پیاده‌سازی کردند. مدل فیزیکی آن‌ها یک بازوی روباتیک دو لینکی صلب در نظر گرفته شده بود. آنتوان و همکاران [۴۴] ابتدا یک سطح لغزشی ترمینال غیرتکین برای از بین بردن مشکل تکینگی موجود در کنترلر مود لغزشی ترمینال رایج معرفی کردند و برای از بین بردن پدیده چترینگ، قانون فراپیشی تطبیقی مرتبه بالا برای پلتفرم یک بازوی روباتیک پیشنهاد کردند. کاپیسانی و همکاران [۴۵]، یک رویکرد کنترلی را برای حرکت روبات‌ها بر اساس دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر با روش کنترل مود لغزشی مرتبه دوم ارائه نمودند. با استفاده از این روش، در اصل، مسئله غیرخطی بودن کوپل صلب-انعطاف‌پذیر جبران شده است، کنترلر مود لغزشی به کار رفته آن‌ها از سادگی و استحکام طراحی در برابر محدوده گسترده‌ای از نامعینی‌ها و اغتشاشات برخوردار است. جونگ و همکاران [۴۶] به طراحی کنترلر مود لغزشی فراپیشی با ویژگی همگرایی زمان محدود در خطای ردگیری یک سیستم روباتیک پرداختند. الگوریتم پیشنهادی موقعیت روبات را بدون نیاز به مدل‌سازی پیچیده یا تقریب‌های غیرخطی و نامعینی‌های دینامیکی کنترل می‌کند.

در این مقاله، الگوریتم کنترلی جدیدی مبتنی بر تئوری مود لغزشی توسعه‌یافته برای یک سیستم مرتبه دوم با دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر غیرخطی طراحی شده است. رویکرد کنترل پیشنهادی متشکل از ترکیب دو الگوریتم مود لغزشی فراپیشی و ترمینال غیرتکین بوده است. به طوری که در آن تئوری کنترلی مود لغزشی ترمینال غیرتکین برای حفظ قوام و پایداری سیستم در مقابل نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی به کار برده شده و الگوریتم فراپیشی به حذف مسئله چترینگ بدون اثر بر پایداری سیستم پرداخته است. شبیه‌سازی‌های عددی، دقت مانور، پایداری و کاهش ارتعاشات سیستم با رویکرد کنترل پیشنهادی را در مقایسه با هر یک از الگوریتم‌ها به صورت مستقل در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای نمایش می‌دهد. قابل ذکر است ترکیب دو رویکرد کنترلی برای حفظ قوام و عملکرد سیستم بدون

این کنترلر مانند کنترلر مود لغزشی انتگرالی، کنترلر مود لغزشی مرتبه دوم و کنترلر مود لغزشی ترمینال توسط محققان بر روی سیستم‌های با دینامیک صلب-انعطاف‌پذیر پیشنهاد شده است. به طور خاص کنترلر مود لغزشی ترمینال به واسطه قابلیت همگرایی زمان محدود آن مورد توجه قرار گرفته است [۲۸-۲۹]؛ اما رویکردهای رایج این نوع کنترلر نیز دو عیب نرخ همگرایی آهسته هنگامی که از حالت تعادل دور هستند و مسئله تکینگی را دارند. کنترلر مود لغزشی ترمینال سریع توسط یو و همکاران [۳۰] پیشنهاد شد که مسئله همگرایی آهسته را حل کرد. از طرف دیگر، فنگ و همکاران [۳۱] کنترلر مود لغزشی ترمینال غیرتکین را پیشنهاد دادند که مسئله تکینگی را حل کرد. زو و همکاران [۳۲] کنترلر مود لغزشی ترمینال سریع اصلاح شده به همراه نسخه زمان محدود پیوسته از سطح لغزش تعریف شده را با استفاده از شبکه عصبی چبیشف برای کنترل وضعیت یک فضاپیما پیشنهاد دادند. تیواری و همکاران [۳۳] قانون کنترلر مود لغزشی ترمینال سریع و غیرتکینی را توسعه دادند که هر دو مشخصه سرعت در همگرایی و غیرتکین شدن را تضمین می‌کند.

الگوریتم‌های فراپیشی به عنوان یکی دیگر از نسخه‌های کنترلرهای مود لغزشی پیشنهاد شده است [۳۴-۳۷]. این الگوریتم غالباً به منظور کاهش پدیده چترینگ به کار برده می‌شود، چراکه نیازمند محاسبه مشتقات زمانی مرتبه بالای سطح لغزش نمی‌باشند. این الگوریتم یکی از قدرتمندترین الگوریتم‌های مرتبه دوم مود لغزشی می‌باشد که توسط لوانت [۳۸] پیشنهاد شد. به طور کلی این قانون کنترلی یک تابع پیوسته کنترلی ایجاد می‌کند که به واسطه آن متغیرهای لغزشی و مشتقات آن‌ها را در یک زمان محدود (در حضور نامعینی‌ها) به صفر هدایت می‌کند [۳۹-۴۰]. این الگوریتم همچنین نسبت به نمونه‌های رایج کنترلر مود لغزشی مرتبه بالا دارای مزایای سرعت پایداری و همگرایی و کاهش محاسبات ناشی از مشتقات مرتبه بالا می‌باشد. از جمله سایر کاربردهای این الگوریتم تخمین حالت و ردگیری می‌باشد. میائو و همکاران [۴۱] کنترلر تطبیقی مود لغزشی ترمینال تطبیقی را برای تعقیب وضعیت یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر ارائه کردند. ندافی و همکاران [۴۲] کنترلر مود لغزشی

$$\dot{\mathbf{R}}(x,t) = \mathbf{v}(x,t) = -(\dot{\theta}(t))\bar{x} + (w(x,t) + (x+r)\dot{\theta}(t))\bar{y}$$

در معادله ۱ پارامتر  $x$  فاصله المان سازه انعطاف پذیر تا محصل اتصال به جسم صلب است. عبارت اول سمت راست تساوی در بخش دوم معادله ۱ سرعت جسم صلب المان جرمی در غیاب انعطاف پذیری و عبارت دوم سرعت ارتعاشات بخش الاستیک (از دید ناظر مختصات ثابت شده بر روی هاب) می باشد. انرژی های جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای ناپایستار سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$T = \frac{1}{2} J_{hub} \dot{\theta}(t)^2 + \frac{1}{2} \int_0^L \{\rho v(x,t)\}^2 dx \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \{EI (w''(x,t))^2\} dx \quad (3)$$

$$\delta w_{nc} = u_1 \delta \theta(t) + u_2 \left[ \delta \theta(t) + \delta \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_L \right) \right] \quad (4)$$

که در آن  $\delta(\cdot)$  علامت تغییرات،  $w_{nc}$  کار نیروهای ناپایستار،  $J_{hub}$  ممان اینرسی بخش صلب و  $\rho$  چگالی سازه انعطاف پذیر می باشند. با جایگذاری معادلات ۲ تا ۴ در اصل همیلتون و انجام عملیات ریاضی مناسب خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta w_{nc} dt = 0 \\ & \int_{t_1}^{t_2} \left[ \int_0^L \rho v(x,t) \delta v(x,t) dx - \int_0^L EI \left( \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) \delta \left( \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) dx + \right. \\ & \left. J_h \dot{\theta}(t) \delta \dot{\theta}(t) + u_1 \delta \theta(t) + u_2 \left( \delta \theta(t) + \delta \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_L \right) \right) \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

با در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر- برنولی و استفاده از روش المان محدود برای گسسته سازی بخش های انعطاف پذیر معادله دینامیک سیستم به صورت ماتریسی زیر استخراج می شود:

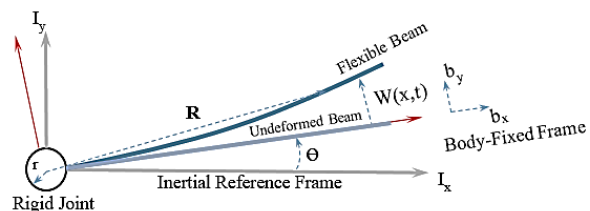
$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} M_{\theta\theta} & \mathbf{M}_{\theta v} \\ \mathbf{M}_{v\theta} & \mathbf{M}_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{v}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{\theta\theta} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d \\ \mathbf{d} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

چترینگ، افزایش سرعت همگرایی سیستم و حفظ قوام در برابر اغتشاشات خارجی، نامعینی ها و دینامیک ناشی از ارتعاشات سازه ای و درعین حال کاهش آن از جمله نوآوری های این مقاله به شمار می رود.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش دوم مدل دینامیک سازه انعطاف پذیر متصل به هاب صلب با استفاده از ویژگی خاص معادلات حرکت سیستم، توصیف شده است. کنترل توسعه یافته وضعیت بر پایه کنترل مود لغزشی هیبرید فراپیشی- ترمینال غیرتکین در بخش سوم طراحی شده است. بخش چهارم به ارائه شبیه سازی های عددی و مقایسه نتایج می پردازد و نهایتاً مقاله با ارائه نتیجه گیری به اتمام رسیده است.

## ۲- مدل سازی دینامیک سازه چرخان

مدل سازه انعطاف پذیر در نظر گرفته شده در این مقاله از یک بخش صلب با شعاع  $r$  که حرکت دورانی درون صفحه ای دارد و یک سازه انعطاف پذیر (بازو) با طول  $L$  که صرفاً در معرض تغییر شکل های خمشی  $w(x,t)$  قرار می گیرد تشکیل شده است. با فرض همگن بودن سازه و در نظر گرفتن تیر اویلر- برنولی برای مدل سازی حوزه انعطاف پذیر، معادله دینامیکی استخراج خواهد شد. شکل ۱ مدل ساده شده سازه انعطاف پذیر متصل به پایه چرخان را نمایش می دهد. محورهای  $OXY$  و  $Oxy$  به ترتیب دستگاه مختصات اینرسی (کلی) و بدنی (محلی) سیستم هستند که وضعیت این دو مختصات با زاویه  $\theta$  نسبت به هم نمایش داده می شود.



شکل (۱): مدل دینامیکی صلب-انعطاف پذیر سازه چرخان بردار موقعیت و سرعت یک نقطه انتخابی بر روی سازه انعطاف پذیر سیستم نمایش داده شده در شکل ۱ برابر است با:

$$\mathbf{R}(x,t) = (r+x)\bar{x} + (w(x,t))\bar{y} \quad (1)$$

که در آن:

$$w(x, t) = \sum_{k=1} \psi_k(x) \mathbf{v}_k(t) = \{\Psi\} \{\mathbf{v}\}$$

$$M_{\theta\theta} = J_h + \mathbf{v}^T \mathbf{M}_{vv} \mathbf{v} \quad (7)$$

$$C_{\theta\theta} = 2\mathbf{v}^T \mathbf{M}_{vv} \mathbf{v}$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{vv} = \mathbf{K}_{vv} - \dot{\theta}^2 \mathbf{M}_{vv}$$

همچنین  $\Psi$  توابع شکلی هرمیت  $v$  مختصات و درجات آزادی دو گره هر المان  $M_{\theta\theta}$  جرم بخش صلب و سازه انعطاف پذیر  $M_{\theta v}$  و  $M_{v\theta}$  ماتریس‌های حاصل از کوپل بخش-های صلب انعطاف پذیر و  $M_{vv}$  ماتریس جرم سازه انعطاف پذیر  $u_i$  ( $i = 1, 2$ ) گشتاور/نیروی کنترلی،  $d = -\Delta M_{\theta\theta} \ddot{\theta} - \Delta M_{\theta v} \ddot{v} - \Delta C_{\theta\theta} \dot{\theta} + d_1$  شامل اغتشاشات خارجی  $d_1$  و نامعینی‌های  $\Delta O$  سیستم دینامیکی می‌باشند.

### ۳- کنترلر مود لغزشی فراپیشگی-ترمینال غیرتکین

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، کنترلر مود لغزشی کلاسیک یکی از روش‌های کنترل مقاوم در برابر اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های سیستم می‌باشند. مهم‌ترین عیب این روش وجود چترینگ است که می‌تواند سیستم‌های با مختصات هیبرید (صلب-انعطاف‌پذیر) شامل مودهای فرکانس بالای بخش انعطاف‌پذیر را تحریک کرده و باعث کاهش دقت و گاهاً تشدید سیستم شود. جهت برطرف کردن چترینگ از الگوریتم‌های مرتبه بالای مود لغزشی استفاده می‌شود. شناخته‌شده‌ترین الگوریتم‌های این دسته کنترلرهای مرتبه دوم هستند. کنترلر مود لغزشی ترمینال، کنترل مرتبه دومی است که از مزیت سرعت همگرایی در زمان محدود برخوردار است. عیب این کنترلر تکین شدن آن حول نقطه تعادل می‌باشد. الگوریتم کنترلر مود لغزشی ترمینال غیرتکین ناپیوسته مسئله تکینگی را با حفظ سرعت همگرایی در زمان محدود برطرف می‌کند. در این مقاله از کنترلر غیرخطی ترمینال غیرتکین بر پایه الگوریتم فراپیشگی استفاده شده است که دارای مزیت‌هایی از قبیل سرعت همگرایی بالا، کاهش پدیده چترینگ، پایداری در زمان محدود و حل مسئله تکینگی است. در طراحی این کنترلر دو مرحله مدنظر است: (۱) تعریف فاز رسیدن به سطح لغزش و (۲)

تعریف سطح لغزشی که در زمان محدود تمامی حالت‌های سیستم را به مبدأ همگرا نماید. به این ترتیب سطح لغزش  $\sigma$  به صورت زیر تعریف می‌شود [۴۷]:

$$\sigma(t) = e(t) + \frac{1}{\beta} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}}; \text{ with } \beta > 0, a > b \quad (8)$$

که در آن  $\beta > 0$  عدد ثابت،  $a$  و  $b$  اعداد فرد مثبت به طوری که  $a > b$ ،  $e = \theta - \theta_d$ ،  $a > b$  خطای وضعیت نسبت به حالت مرجع و  $\theta_d$  زاویه مطلوب به عنوان مرجع می‌باشند. با مشتق‌گیری از معادله ۸ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \dot{e}(t) + \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d) = 0 \\ &= \dot{e}(t) + \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \left( -\frac{1}{M_{\theta\theta}} (\bar{M}_{\theta v} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - u_1 - d) \right) = 0 \\ &= \dot{e}(t) + \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \left( -\frac{\bar{M}_{\theta v} \ddot{v}}{M_{\theta\theta}} - \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{M_{\theta\theta}} + \frac{u_1}{M_{\theta\theta}} + \frac{d}{M_{\theta\theta}} \right) = 0 \quad (9) \end{aligned}$$

$$\frac{u_1}{M_{\theta\theta}} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} =$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \left( \frac{\bar{M}_{\theta v} \ddot{v}}{M_{\theta\theta}} + \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{M_{\theta\theta}} - \frac{d}{M_{\theta\theta}} \right) - \dot{e}(t)$$

با بازنویسی معادله فوق برحسب  $u$  داریم:

$$u_{eq} = \bar{M}_{\theta v} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - \beta \frac{b}{a} M_{\theta\theta} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}} \quad (10)$$

که در آن  $u_{eq}$  بخش تناسبی کنترلر و  $(\bar{\quad})$  بخش معین پارامترهای سیستم می‌باشد. به منظور تعدیل و حذف اثرات اغتشاشات و نامعینی‌ها یک بخش کمکی  $u_{aux}$  برای قانون کنترلی به صورت زیر تعریف شده است:

$$u_{aux} = -(L_1 + \eta_1) \text{sgn}(\sigma), \quad \eta_1 > 0 \quad (11)$$

به طوری که در آن  $|d(x, t)| \leq L_1$  به این ترتیب قانون کنترلر مود لغزشی ترمینال غیرتکین به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{eq} + u_{aux} = \\ & \bar{M}_{\theta v} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - \beta \frac{b}{a} M_{\theta\theta} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}} - (L_1 + \eta_1) \text{sgn}(\sigma) \end{aligned} \quad (12)$$

**تئوری ۱:** سطح لغزش تعریف شده در معادله ۸ را در نظر بگیرید. تمامی حالت‌های سیستم تعریف شده در معادله ۶ به سطح لغزش  $\sigma = 0$  با در نظر گرفتن قانون کنترلی ۱۲ در زمان محدود همگرا خواهند شد اگر  $L_1$  در رابطه  $|d(x, t)| \leq L_1$  یک عدد مثبت معین باشد.

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &\leq \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} (-\eta_1 |\sigma|) \\ &\leq -\frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \eta_1 |\sigma| \\ &\leq -\eta_1' |\sigma| \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن:

$$\eta_1' = \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1}, \quad \eta_1' > 0, \quad \dot{e}(t) \neq 0 \quad (16)$$

باید به این نکته توجه داشت که به ازای  $\sigma > 0$  و  $\dot{e}(t) \leq -\eta_1$ ،  $\dot{e}(t) \geq -\eta_1$  و شرایط  $\dot{e}(t) = 0$  و  $\sigma = 0$ ، حالت سیستم در زمان محدود به نقطه مرجع همگرا می‌شود.

**توضیح:** در قانون کنترلی ارائه شده معادله ۱۲ وجود تابع علامت باعث پدیده چترینگ شده که با جایگزین نمودن تابع علامت با یک تابع sat تا حدودی می‌توان اثر پدیده چترینگ را کاهش داد. وسعت لایه مرزی اطراف سطح لغزش منجر به خطای ماندگار شده و لایه مرزی‌های باریک‌تر نیز مسئله چترینگ را به‌طور کامل حذف نمی‌کنند. الگوریتم کنترلی فراپیچشی یک جایگزین مناسب برای از بین بردن چترینگ بدون تأثیر منفی بر عملکرد ردیابی خطا می‌باشند. به این منظور با تعریف قضیه زیر در الگوریتم کنترلی، روش ترمینال غیرتکین با الگوریتم فراپیچشی ترکیب می‌شود.

**تئوری ۲:** با در نظر گرفتن سطح لغزشی معادله ۸ کنترلر هیبرید مود لغزشی فراپیچشی - ترمینال غیرتکین به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_1 = \bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - \beta \frac{b}{a} \bar{M}_{\theta\theta} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}} - L_1 \quad (17)$$

$$- \bar{M}_{\theta\theta} \lambda_1 |\sigma|^{\varepsilon} \operatorname{sgn}(\sigma) - \bar{M}_{\theta\theta} H$$

که در آن:

$$\dot{H} = -\lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma) \quad 0 < \varepsilon \leq 0.5 \quad (18)$$

در این روابط  $H \in \mathbb{R}$  حالت کنترلر فراپیچشی و ضرایب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  ثابت‌های مثبت هستند که به‌واسطه آن‌ها متغیرهای حالت سیستم پایدار می‌شوند.

**اثبات:** تابع لیاپانوف مثبت معین زیر را در نظر بگیرید:

$$V(\varphi) = \varphi^T P \varphi \quad (19)$$

که در آن  $P$  ماتریس مثبت معین و  $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2]^T$  به‌صورت زیر تعریف شده است:

**اثبات:** تابع مثبت لیاپانوف پیشنهادی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (13)$$

با مشتق‌گیری از معادله ۱۳ و قرار دادن مقادیر  $\sigma$  و  $\dot{\sigma}$  در آن خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} = \sigma \dot{e}(t) + \sigma \left( \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \right) \\ &\quad \left( -\frac{\bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v}}{\bar{M}_{\theta\theta}} - \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{\bar{M}_{\theta\theta}} + \frac{u_1}{\bar{M}_{\theta\theta}} + \frac{d}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right) \\ &= \sigma \dot{e}(t) + \sigma \left( \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \right) \left( -\frac{\bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v}}{\bar{M}_{\theta\theta}} - \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - \beta \frac{b}{a} \bar{M}_{\theta\theta} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}}}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(L_1 + \eta_1) \operatorname{sgn}(\sigma)}{\bar{M}_{\theta\theta}} + \frac{d}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right) \\ &= \sigma \left( \dot{e}(t) + \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{\bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v}}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{\bar{M}_{\theta\theta}} - \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{\bar{M}_{\theta\theta} \ddot{v}}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{\bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta}}{\bar{M}_{\theta\theta}} - \dot{e}(t) + \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{d}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \frac{(L_1 + \eta_1) \operatorname{sgn}(\sigma)}{\bar{M}_{\theta\theta}} \right) \\ &= \sigma \left( \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \right) \left( d - (L_1 + \eta_1) \operatorname{sgn}(\sigma) \right) \\ &= \frac{1}{\beta b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \left( (\sigma d) - (L_1 + \eta_1) |\sigma| \right) \end{aligned} \quad (14)$$

به‌دلیل آنکه  $1 < \frac{a}{b} < 2$  و از آنجاکه  $0 < \frac{a}{b} - 1 < 1$  همچنین با شرط  $a > b$  و  $\beta > 0$  و مثبت و فرد بودن اعداد  $a$  و  $b$ ، داریم  $\dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} > 0$  و  $\dot{e}(t) \neq 0$  یعنی:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\bar{\lambda}\lambda_1 & -\bar{\lambda} \\ -2\lambda_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\lambda} = \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \quad (24)$$

با مشتق‌گیری از معادله ۱۹ و استفاده از معادله ۲۳ خواهیم داشت:

$$2|\varphi_1| \dot{V}(\boldsymbol{\varphi}) = 2|\varphi_1| \dot{\boldsymbol{\varphi}}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\varphi} + 2\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{P} |\varphi_1| \dot{\boldsymbol{\varphi}} \\ = \boldsymbol{\varphi}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \boldsymbol{\varphi} \quad (25)$$

در معادله ۲۵ نیاز است تا  $-\zeta_0 < 0$  برقرار باشد؛ که در آن  $\zeta_0$  ماتریس مثبت معین و  $\mathbf{P}$  ماتریس ثابت مثبت است اگر و فقط اگر  $\mathbf{A}$  ماتریس هورویتز باشد. با استفاده از معادله ۲۵ و مشتق‌گیری از معادله ۱۹ نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varphi}) = -\frac{1}{2|\varphi_1|} \boldsymbol{\varphi}^T \zeta_0 \boldsymbol{\varphi} < 0 \quad (26)$$

بنابراین به‌وسیله قانون کنترلی پیشنهادی، رابطه ۱۷ حالت‌های سیستم را به صفر میل داده و پایداری را تضمین می‌کند.

#### ۴- شبیه‌سازی‌های کامپیوتری و تحلیل نتایج

برای پیاده‌سازی کنترلر پیشنهادی پارامترهای در نظر گرفته شده سیستم عبارت‌اند از: برای بخش صلب، ممان اینرسی  $J_h = 23.67 \text{ (kg.m}^2\text{)}$  و شعاع  $r = 0.1 \text{ (m)}$  و برای بخش انعطاف‌پذیر، طول سازه  $L = 4 \text{ (m)}$ ، مدول یانگ  $E = 1.015 \times 10^7 \text{ (psi)}$ ، چگالی  $\rho = 1850 \text{ (kg/m}^3\text{)}$  در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی‌ها در محیط MATLAB/Simulink صورت پذیرفته است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای طراحی کنترلر در شبیه‌سازی‌ها جهت تأمین جابجایی زاویه‌ای  $\theta(t) = 140^\circ$  در قالب یک دوران سکون به سکون (از  $\theta(t) = 0^\circ$  به  $\theta(t) = 140^\circ$ ) در جدول ۱ نمایش داده شده است. همچنین برای اعمال گشتاور کنترلی، محدودیت (حد اشباع)  $\theta(t) = 12 \text{ (N.m)}$  در نظر گرفته شده است. مقادیر اغتشاشات ناشی از گشتاور خارجی و حدود نامعینی‌ها به صورت  $d_1(t) = 0.003 \sin(0.05t) + 0.0015 \cos(0.02t) \text{ (N.m)}$  و  $L_1 = 0.01$  و همچنین شرایط اولیه  $\theta(t) = \dot{\theta}(t) = 0$  و  $v(t) = \dot{v}(t) = 0$  در نظر گرفته شده است.

**جدول (۱):** پارامترهای کنترلی

$$\varphi_1 = |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\sigma), \quad \varphi_2 = H \quad (20)$$

از این معادله می‌توان دریافت که مقادیر  $H$  و  $\sigma$  (به‌واسطه  $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow 0$ ) به مبدأ همگرا می‌شوند. با توجه به معادله ۱۹، مشتق  $\varphi$  نسبت به زمان عبارت است از:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 & \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial H} \dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\sigma}}{2|\sigma|^{\frac{1}{2}}} \\ -\lambda_2 \text{sgn}(\sigma) \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{\sigma} \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

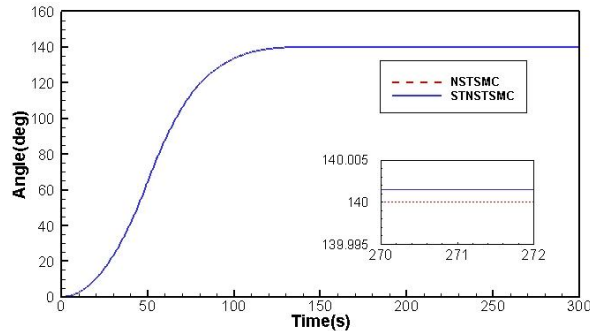
با جایگذاری  $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$  از معادله ۹ و معادله ۱۸ در معادله ۲۱، رابطه ۲۲ را خواهیم داشت:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{e}(t) + \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \ddot{e}(t) \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{e}(t) + \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \\ \left( -\frac{1}{\bar{M}_{\theta\theta}} (\bar{\mathbf{M}}_{\theta v} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - u_1 - d) \right) \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{e}(t) + \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \\ \left( -\frac{1}{\bar{M}_{\theta\theta}} [\bar{\mathbf{M}}_{\theta v} \ddot{v} + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} - \right. \\ \left. (-\beta \bar{M}_{\theta\theta} \dot{e}(t) \frac{b}{a} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}} + \bar{\mathbf{M}}_{\theta v} \ddot{v} - L_1 \right. \\ \left. + \bar{C}_{\theta\theta} \dot{\theta} + \bar{M}_{\theta\theta} (\lambda_1 |\sigma|^f \text{sgn}(\sigma) + H) \right) - d \Big] \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{e}(t) + \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} \\ \left( -\beta \dot{e}(t) \frac{b}{a} \dot{e}(t)^{\frac{2-a}{b}} - \lambda_1 |\sigma|^f \text{sgn}(\sigma) - H \right) \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{|\varphi_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{a}{b} \dot{e}(t)^{\frac{a}{b}-1} (-\lambda_1 \varphi_1 - \varphi_2) \\ -\lambda_2 \varphi_1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

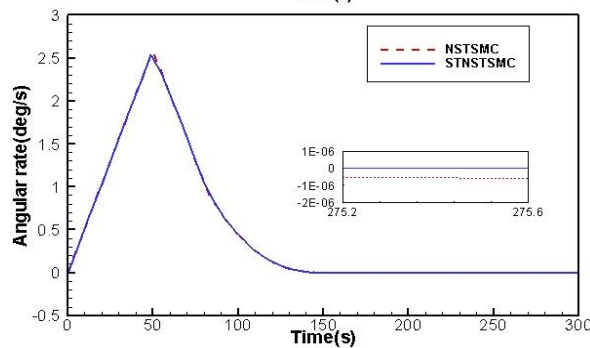
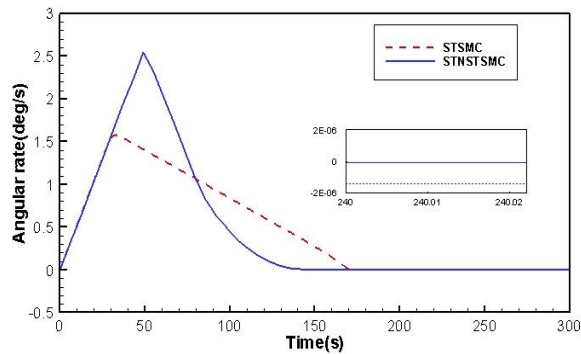
بخش آخر معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$2|\varphi_1| \dot{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{A} \boldsymbol{\varphi} \quad (23)$$

که در آن:



شکل (۲): زاویه دوران (مد لغزشی ترمینال غیرتکین و فراپیچشی ترمینال غیرتکین)



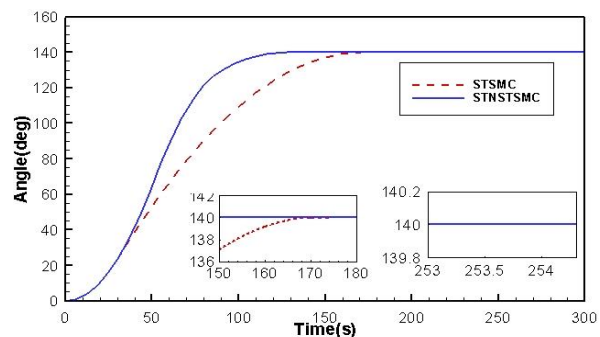
شکل (۳): سرعت زاویه‌ای (مد لغزشی ترمینال غیرتکین و فراپیچشی ترمینال غیرتکین)

مهم‌ترین اثر اضافه شدن بخش فراپیچشی به قانون کنترلی ترمینال غیرتکین در شکل‌های ۴ (میزان ارتعاشات انتهای آزاد سازه انعطاف‌پذیر) و در شکل‌های ۵ (میزان گشتاور کنترلی) قابل‌مشاهده است به‌طوری‌که میزان تحریک مودهای فرکانس بالای سیستم و دامنه ارتعاشات حین مانور توسط الگوریتم STNSTM نسبت به دو الگوریتم دیگر کمترین مقدار را داشته و پس از انجام مانور (از ثانیه ۱۵۰) به مدت ۱۸ ثانیه ارتعاشات با دقت بالایی از بین رفته است. از طرف دیگر، کاهش ارتعاشات در فازهای پس از انجام مانور

STNSTM	NSTM	STSM	پارامترهای کنترلی
۲۵	۰	۲۵	$\lambda_1$
۰/۰۰۵	۰	۰/۰۰۵	$\lambda_2$
۵	۵	۰	$\beta$
۷	۷	۰	A
۵	۵	۰	B
۰/۵	۰	۰/۵	$\varepsilon$

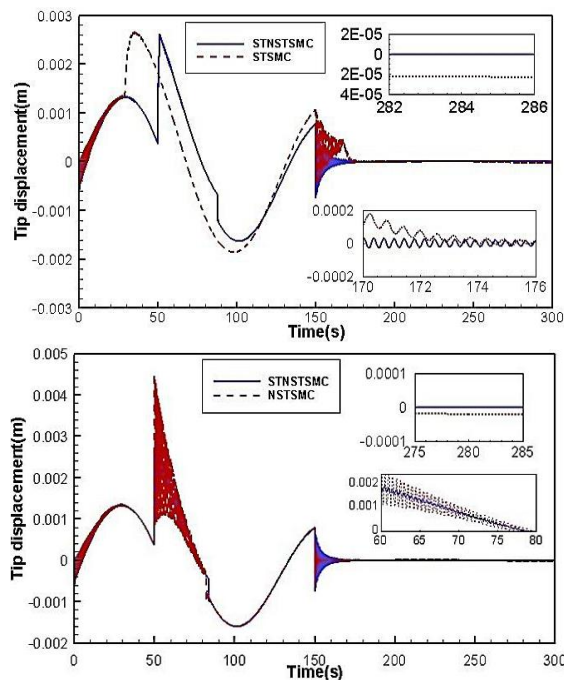
جهت بررسی عملکرد کنترلرهای پیشنهادی شامل کنترلر مد لغزشی فراپیچشی (STSM)، کنترلر مد لغزشی ترمینال غیرتکین (NSTM) و کنترلر هیبرید مد لغزشی فراپیچشی-ترمینال غیرتکین (STNSTM)، شبیه‌سازی‌ها در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای از پاسخ‌های زمانی جابجایی زاویه‌ای بخش صلب، سرعت زاویه‌ای، خروجی گشتاور کنترلی و ارتعاشات سازه در شکل‌های ۲ تا ۵ نمایش داده شده‌اند.

در شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب زاویه و سرعت زاویه‌ای پایه متصل به سازه انعطاف‌پذیر برای کنترلر هیبرید پیشنهادی (STNSTM) با دو الگوریتم STSM و NSTM نمایش داده و مقایسه شده است. همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد، کنترلر هیبرید از منظر سرعت همگرایی (در رسیدن به زاویه مطلوب) مزیتی نسبت به NSTM نداشته و پس از گذشت ۱۲۰ ثانیه زاویه مطلوب ایجاد شده است که البته این معیار برای الگوریتم STSM کاملاً مشهود (دستیابی به زاویه هدف پس از ۱۷۰ ثانیه محقق شده است) می‌باشد. از طرف دیگر دقت دستیابی به زاویه مطلوب از جمله مزایای الگوریتم‌های STSM و STNSTM می‌باشد.

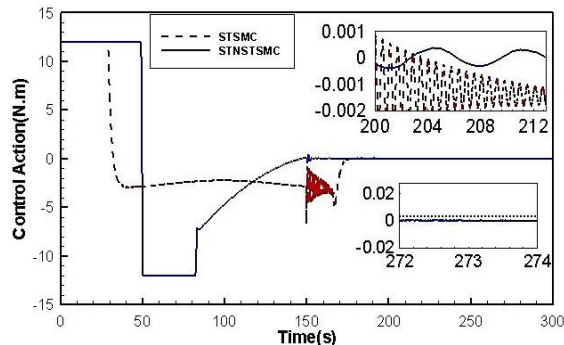




پیشنهادی ضمن حفظ پایداری سیستم، کمترین میزان تحریک نوسانات بخش‌های انعطاف‌پذیر و همچنین کمترین تلاش کنترلی در فاز نهایی (رسیدن به زاویه مطلوب) را نمایش داده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای با استفاده از روش گسسته‌سازی المان محدود برای بخش انعطاف‌پذیر عملکرد کنترلی پیشنهادی را نشان داده است. از جمله فعالیت‌های پیش رو نویسندگان مقاله استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک در کاهش ارتعاشات باقی‌مانده حین و پس از انجام مانور و افزایش قوام کنترلی با استفاده از الگوریتم‌های تطبیقی می‌باشد.



شکل (۴): ارتعاشات انتهای آزاد سازه انعطاف‌پذیر (مود لغزشی ترمینال غیرتکین و فرایپجشی ترمینال غیرتکین)



باعث کاهش تلاش کنترلی و نهایتاً توان مصرفی خواهد شد. عملگرهای مولد گشتاور کنترلی موردنیاز جهت تأمین مانور به مدت ۸۰ ثانیه با بیشترین توان موردنیاز برای الگوریتم‌های STNSTM و NSTSMC روشن بوده و پس‌از آن برای کنترلر هیبرید با شیب ملایمی گشتاور را کاهش داده است (از ۷ N.m به صفر). میزان گشتاور کنترلی برای الگوریتم STSMC تا ۳۰ ثانیه اول با بیشترین توان و از آن به بعد با توان کمتر نسبت به دو الگوریتم دیگر فعال بوده (مقدار تقریبی ۳ N.m) اما نوسانات بین ثانیه ۱۵۰ تا ۱۷۰ این الگوریتم می‌تواند فرکانس دینامیک با مقیاس سریع سیستم (بخش‌های انعطاف‌پذیر) را تحریک کند. این نوسان در ثانیه ۱۵۰ برای الگوریتم NSTSMC نیز مشاهده می‌شود که علی‌رغم دامنه بزرگ‌تر آن با سرعت بالاتری میرا می‌شود. آنچه قابل‌ملاحظه است، حذف پدیده چترینگ در کنترلر هیبرید می‌باشد که به دلیل وجود مشتق زمانی پارامتر H در کنترلر هیبرید و تنظیم ضریب اثر آن با پارامتر  $\lambda_2$  می‌باشد. به طوری که میزان کاهش در الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم‌های STSMC و NSTSMC به ترتیب مقادیر تقریبی ۳۱ و ۲۳ درصد اندازه‌گیری شده است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله کنترل مقاوم هیبرید مود لغزشی فرایپجشی-ترمینال غیرتکین برای دوران تک‌محوره و با زاویه بزرگ یک سازه انعطاف‌پذیر موردبررسی قرار گرفته است. کارایی کنترل پیشنهادی با کنترل مود لغزشی فرایپجشی و کنترل ترمینال غیرتکین بررسی شده است. کنترلر هیبرید پیشنهادی به منظور افزایش عملکرد سیستم از منظر سرعت همگرایی و کاهش اثرات نامطلوب پدیده چترینگ پیاده‌سازی و طراحی شده است. وظیفه کاهش چترینگ به عهده بخش فرایپجشی و ایجاد همگرایی در زمان محدود و تأمین ملاحظات قوام (در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های محدود) به عهده الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیرتکین می‌باشد. اثر چترینگ در کنترلرهای مود لغزشی فرایپجشی و کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین محسوس بوده که این پدیده در دینامیک‌های با مقیاس زمانی سریع نسبت به حرکت‌های جسم صلب می‌تواند مخرب باشد. الگوریتم

[10] Kumar P, Pratiher B. Position analysis and nonlinear phenomena of flexible manipulator with generic payload mounted on a moving base. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2020;234(2):408-23.

[11] Azimi M, Joubaneh EF. Dynamic modeling and vibration control of a coupled rigid-flexible high-order structural system: A comparative study. Aerospace Science and Technology. 2020;102:105875.

[12] Fan L, Huang H, Sun L, Zhou K. Robust attitude control for a rigid-flexible-rigid microsatellite with multiple uncertainties and input saturations. Aerospace Science and Technology. 2019;95:105443.

[13] Cao F, Liu J. Boundary control for a constrained two-link rigid-flexible manipulator with prescribed performance. International Journal of Control. 2018;91(5):1091-103.

[14] Shafei HR, Bahrami M, Talebi HA. Design of adaptive optimal robust control for two-flexible-link manipulators in the presence of matched uncertainties. Journal of Vibration and Control. 2020:1077546320932028.

[15] Souza A, Souza L. Design of a controller for a rigid-flexible satellite using the H-infinity method considering the parametric uncertainty. Mechanical Systems and Signal Processing. 2019;116:641-50.

[16] MEIROVITCH L, NELSON HD. On the high-spin motion of a satellite containing elastic parts. Journal of Spacecraft and Rockets. 1966;3(11):1597-602.

[17] Likins PW, Fleischer GE. Results of flexible spacecraft attitude control studies utilizing hybrid coordinates. Journal of Spacecraft and Rockets. 1971;8(3):264-73.

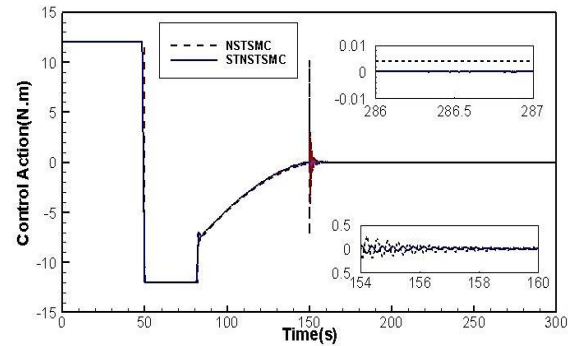
[18] Yu Z-w, Cai G-p. Robust adaptive control of a 6-DOF space robot with flexible panels. International Journal of Dynamics and Control. 2019;7(4):1370-8.

[19] Song Z, Sun K. Prescribed performance adaptive control for an uncertain robotic manipulator with input compensation updating law. Journal of the Franklin Institute. 2021.

[20] Makarov M, Grossard M, Rodriguez-Ayerbe P, Dumur D. Modeling and preview  $H_\infty$  control design for motion control of elastic-joint robots with uncertainties. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2016;63(10):6429-38.

[21] Azimi V, Menhaj MB, Fakharian A. Tool position tracking control of a nonlinear uncertain flexible robot manipulator by using robust  $H_2/H_\infty$  controller via T-S fuzzy model. Sadhana. 2015;40(2):307-33.

[22] Artola M, Wynn A, Palacios R. Modal-Based Nonlinear Model Predictive Control for 3D Very



شکل (۵): گشتاور کنترلی (مود لغزشی ترمینال غیرتکین و فراپیشی ترمینال غیرتکین)

## ۶- مراجع

[1] Meng F, Zhao L, Yu J. Backstepping based adaptive finite-time tracking control of manipulator systems with uncertain parameters and unknown backlash. Journal of the Franklin Institute. 2020;357(16):11281-97.

[2] Altan A, Hacıoğlu R. Model predictive control of three-axis gimbal system mounted on UAV for real-time target tracking under external disturbances. Mechanical Systems and Signal Processing. 2020;138:106548.

[3] Wang B, Yu X, Mu L, Zhang Y. Disturbance observer-based adaptive fault-tolerant control for a quadrotor helicopter subject to parametric uncertainties and external disturbances. Mechanical Systems and Signal Processing. 2019;120:727-43.

[4] Du J, Hu X, Krstić M, Sun Y. Dynamic positioning of ships with unknown parameters and disturbances. Control Engineering Practice. 2018;76:22-30.

[5] Ondra V, Titurus B. Free vibration analysis of a rotating pre-twisted beam subjected to tendon-induced axial loading. Journal of Sound and Vibration. 2019;461:114912.

[6] Li L, Liao W-H, Zhang D, Zhang Y. Vibration control and analysis of a rotating flexible FGM beam with a lumped mass in temperature field. Composite Structures. 2019;208:244-60.

[7] Li C, Shen Z, Zhong B, Wen B. Study on the nonlinear characteristics of a rotating flexible blade with dovetail interface feature. Shock and Vibration. 2018;2018.

[8] Aksencer T, Aydogdu M. Vibration of a rotating composite beam with an attached point mass. Composite Structures. 2018;190:1-9.

[9] Kumar P, Pratiher B. Modal analysis and dynamic responses of a rotating Cartesian manipulator with generic payload and asymmetric load. Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2020;48(1):48-67.

- [35] Humaidi AJ, Hasan AF. Particle swarm optimization-based adaptive super-twisting sliding mode control design for 2-degree-of-freedom helicopter. *Measurement and Control*. 2019;52(9-10):1403-19.
- [36] Zhao Y, Huang P, Zhang F. Dynamic modeling and super-twisting sliding mode control for tethered space robot. *Acta Astronautica*. 2018;143:310-21.
- [37] Tayebi-Haghighi S, Piltan F, Kim J-M. Robust composite high-order super-twisting sliding mode control of robot manipulators. *Robotics*. 2018;7(1):13.
- [38] Levant A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*. 1993;58(6):1247-63.
- [39] Zhang Y, Tang S, Guo J. Adaptive-gain fast super-twisting sliding mode fault tolerant control for a reusable launch vehicle in reentry phase. *ISA transactions*. 2017;71:380-90.
- [40] Pati AK, Sahoo N. Adaptive super-twisting sliding mode control for a three-phase single-stage grid-connected differential boost inverter based photovoltaic system. *ISA transactions*. 2017;69:296-306.
- [41] Miao Y, Hwang I, Liu M, Wang F. Adaptive fast nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of flexible spacecraft with rotating appendage. *Aerospace Science and Technology*. 2019;93:105312.
- [42] Nadafi R, Kabganian M, Kamali A, Hossein Nejad M. Super-twisting sliding mode control design based on Lyapunov criteria for attitude tracking control and vibration suppression of a flexible spacecraft. *Measurement and Control*. 2019;52(7-8):814-31.
- [43] Tran M-D, Kang H-J. Nonsingular terminal sliding mode control of uncertain second-order nonlinear systems. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015;2015.
- [44] Anh Tuan V, Kang H-J. A new finite time control solution for robotic manipulators based on nonsingular fast terminal sliding variables and the adaptive super-twisting scheme. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2019;14(3).
- [45] Capisani LM, Ferrara A, Magnani L. Design and experimental validation of a second-order sliding-mode motion controller for robot manipulators. *International Journal of Control*. 2009;82(2):365-77.
- [46] Jeong C-S, Kim J-S, Han S-I. Tracking error constrained super-twisting sliding mode control for robotic systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2018;16(2):804-14.
- [47] Feng Y, Yu X, Han F. On nonsingular terminal sliding-mode control of nonlinear systems. *Automatica*. 2013;49(6):1715-22.
- Flexible Structures. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2021.
- [23] Dian S, Hu Y, Zhao T, Han J. Adaptive backstepping control for flexible-joint manipulator using interval type-2 fuzzy neural network approximator. *Nonlinear Dynamics*. 2019;97(2):1567-80.
- [24] SOLTANPOUR MR. Trajectory Tracking of a Wheeled Mobile Robot using Backstepping and Sliding Mode Approaches. *AEROSPACE MECHANICS JOURNAL*. 2020;16(1 (59) #HD00123):83-98.
- [25] Yang H-J, Tan M. Sliding mode control for flexible-link manipulators based on adaptive neural networks. *International Journal of Automation and Computing*. 2018;15(2):239-48.
- [26] Wu A-G, Dong R-Q, Zhang Y, He L. Adaptive sliding mode control laws for attitude stabilization of flexible spacecraft with inertia uncertainty. *IEEE Access*. 2018;7:7159-75.
- [27] Fang Y, Fei J, Hu T. Adaptive backstepping fuzzy sliding mode vibration control of flexible structure. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. 2018;37(4):1079-96.
- [28] Amirkhani S, Mobayen S, Ilaee N, Boubaker O, Hosseinnia SH. Fast terminal sliding mode tracking control of nonlinear uncertain mass-spring system with experimental verifications. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2019;16(1):1729881419828176.
- [29] Abolvafaei M, Ganjefar S. Maximum power extraction from a wind turbine using second-order fast terminal sliding mode control. *Renewable Energy*. 2019;139:1437-46.
- [30] Yu X, Zhihong M. Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*. 2002;49(2):261-4.
- [31] Feng Y, Yu X, Man Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*. 2002;38(12):2159-67.
- [32] Zou A-M, Kumar KD, Hou Z-G, Liu X. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*. 2011;41(4):950-63.
- [33] Tiwari PM, Janardhanan S. Rigid spacecraft fault-tolerant control using adaptive fast terminal sliding mode. *Advances and Applications in Sliding Mode Control Systems: Springer*; 2015. p. 381-406.
- [34] Zargham F, Mazinan A. Super-twisting sliding mode control approach with its application to wind turbine systems. *Energy Systems*. 2019;10(1):211-29.





## Vibration Suppression of a Rotating Flexible Structure using Super Twisting-Nonsingular Terminal Sliding Mode Control with Uncertainty

Milad Azimi<sup>1\*</sup>, Valiollah Shahbahrami<sup>2</sup>, Alireza Alikhani<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Astronautic Department, Aerospace research institute, Tehran, Iran

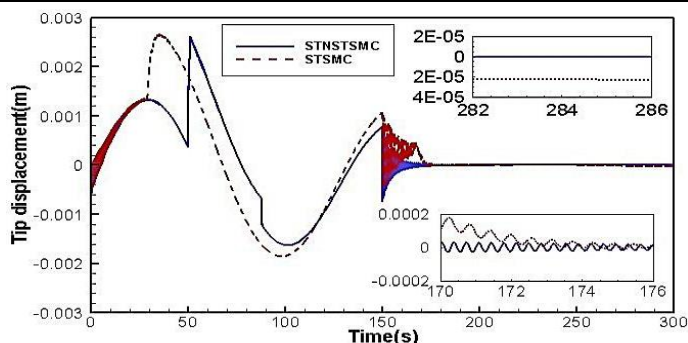
<sup>2</sup> MSc Student, Astronautic Department, Aerospace research institute, Tehran, Iran

<sup>3</sup> Associate Professor, Astronautic Department, Aerospace research institute, Tehran, Iran

### HIGHLIGHTS

- A novel hybrid super twisting and non-singular terminal sliding mode control approach is presented.
- The proposed scheme is established to perform a chattering-free performance without high-frequency modes excitation.

### GRAPHICAL ABSTRACT



### ARTICLE INFO

#### Article history:

Article Type: Research paper

Received: 26 April 2021

Received in revised form: 15 November 2021

Accepted: 1 January 2022

Available online: 18 May 2022

\*Correspondence:

azimi.m@ari.ac.ir

#### How to cite this article:

M. Azimi, V. Shahbahrami, A. Alikhani. Vibration suppression of a rotating flexible structure using super twisting-nonsingular terminal sliding mode control with uncertainty. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(1):171-182.

#### Keywords:

Vibration  
Nonsingular Terminal  
Chattering  
Rotating Structure  
Sliding Mode Control  
Super Twisting

### ABSTRACT

In this paper, a robust hybrid control approach for vibration and attitude control of a flexible rotating structure as a fully coupled rigid-flexible system is investigated. Two control algorithms as a combination of second-order super twisting-nonsingular terminal sliding mode control (SMC) considering external disturbances and system uncertainties are developed. The nonlinear dynamic equation of the motion is derived via the Lagrangian approach and the finite element method. The non-singular terminal SMC leads to high accuracy in target tracking, and convergence and the super twisting part significantly reduce the chattering phenomenon. The overall stability of the system has been guaranteed using the Lyapunov theory. The simulations in the form of a comparative study (with agility, accuracy, and high convergence criteria) show the feasibility of performing large-angle maneuvers and significantly reducing the vibrations caused by the flexible parts. Moreover, by controlling the chattering phenomenon, the system performance regarding high-frequency modes excitation is increased.

