

علمی- پژوهشی

تحلیل دینامیکی یک ربات موازی کروی جدید بر روی بستر متحرک با استفاده از اصل کار مجازی

حسن خوشنودی^۱، علی رحمانی هنزکی^{۲*}، حیدرعلی طالبی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران | دانشکده مهندسی برق، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۲)

چکیده

ربات‌های موازی به دلیل مزایای فراوان، مورد توجه بسیاری از صنایع پیشرفته هستند. ولی در بازوهای مکانیکی موازی کروی، علاوه بر فضای کاری محدود، استفاده از عملگرهایی با توان بالا نیز دینامیک و کنترل آن‌ها را با پیچیدگی مواجه می‌کند. لازمه برخی کاربردهای این نوع ربات‌ها، فضای کاری بزرگ و حمل بار زیاد بر روی یک بستر غیرثابت و در حال حرکت می‌باشد. در این مقاله، یک بازوی مکانیکی کروی نو با ساختار PUS/S^۳ و با سه حرکت دورانی پیشنهاد شده و پس از بررسی سینماتیک، دینامیک آن برای کاربرد در حالات خاص مورد مطالعه قرار می‌گیرد. دوران نامحدود حول محور Z و تحمل بخش اعظم بار توسط مفصل مرکزی، از نقطه نظر سینماتیکی و دینامیکی، این ربات را از ربات‌های کروی دیگر تا حد زیادی متمایز کرده است. در این پژوهش، پس از بررسی روابط سینماتیک بازوی مورد اشاره و ارائه پاسخ تحلیلی برای موقعیت، سرعت و شتاب، به تحلیل روابط دینامیکی ربات روی بستر متحرک پایه، با استفاده از روش کار مجازی پرداخته می‌شود. جهت بررسی صحت روابط، نتایج با شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدامز بررسی گردیده که تطبیق قابل قبول این نتایج، صحت روابط را تایید می‌نماید. دوران نامحدود حول محور Z، ثابت بودن شیار حرکتی عملگرها و کاهش تأثیر دینامیکی ناشی از جرم آن‌ها، تأثیرپذیری کم نسبت به دینامیک لینک‌های ربات، تحمل قسمت استاتیکی بار توسط مفصل کروی مرکزی و کاهش بسیار محسوس توان مورد نیاز حرکتی، از مزیت‌های عمده سازوکار معرفی شده بوده و آن را جهت کاربردهای خاص بسیار جذاب نموده است.

واژه‌های کلیدی: ربات موازی کروی سه درجه آزادی، سینماتیک، تحلیل دینامیک، بستر متحرک، اصل کار مجازی

Dynamic Analysis of a Novel Spherical Parallel Manipulator on the Moving Base Using the Principle of Virtual Work

H. Khoshnoodi¹A. Rahmani Hanzaki^{2*}H. A. Talebi³

Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

Department of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 14/March/2020; Accepted: 22/ June/2020)

ABSTRACT

Parallel robots are of great interests to many advanced industries due to their lots of advantages. But in the spherical parallel robotic arms, addition to shortcomings of is their limited workspace, using of high power actuators made complexity their dynamics and control. Some applications of these types of robots require large work space and high load capacity on a nonstationary base and during moving. In this paper, a new spherical manipulator with 3PUS/S structure and three rotational movements are suggested and its kinematics and dynamics are studied for special applications. Unlimited rotation about Z axis and most of the load bearing by central joint, have made structure of this robot different from others kinematically and dynamically. In this study, after extracting the kinematics relations of the mentioned arm giving analytical answers for position, velocity and acceleration, the dynamics of the robot with the base mobile platform is investigated using the principle of virtual work. For checking the accuracy of kinematic and dynamic relationships, results verified by Adams software simulation which Acceptable matching of the results confirms the accuracy of the equations. Unlimited rotation about Z axis, the fixed grooves of actuators motion and the reduction of the dynamic effect due to their mass, low effect of the dynamics of robot links, bearing the static part of the load by the central spherical joint and very noticeable reduction of the required motor power are the main advantages of the introduced mechanism and has made it very attractive for special applications.

Keywords 3-DoF Spherical Parallel Manipulator, Kinematic, Dynamic Analysis, Moving Base, Principle of Virtual Work

^۱ - دانشجوی دکتری، h.khoshnoodi@sru.ac.ir^۲ - استادیار (نویسنده مسئول)، a.rahmani@sru.ac.ir^۳ - استاد، alit@aut.ac.ir

۱- مقدمه

ربات با اهدافی از قبیل ساده‌سازی معادلات پیچیده و غیرخطی آن و یا انتخاب عملگرهای آن در موضوع طراحی [۱۸ و ۱۹] و یا کنترل حرکت ربات [۲۲-۲۰] انجام پذیرفته و بنا به هدف مطلوب، روش‌های متنوعی برای آن بکار گرفته می‌شود [۲۳]. دینامیک ربات‌های موازی، به دلیل وجود حلقه‌های سینماتیکی بسته، نسبت به ربات‌های سریال بسیار پیچیده‌تر است. برای این منظور روش‌های مختلفی برای افزایش کارایی محاسباتی روابط دینامیکی و دستیابی به معادلات فشرده مدل دینامیکی پیشنهاد گردیده است [۷ و ۲۴]. در همه این مطالعات، فرض بر ثابت بودن پایه ربات و حرکت صفحه متحرک روی یک مسیر مطلوب بوده است.

علاوه بر این، بسیاری از مطالعات در حوزه ربات‌های موازی به ابداع سازوکارهای جدید پرداخته‌اند. بعنوان مثال، لو و همکاران به بررسی سینماتیک دو ربات موازی 3UPU-I و 3UPU-II با یک حرکت انتقالی و دو حرکت دورانی پرداخته‌اند [۲۵]. آن‌ها همچنین یک ربات 3UPS با شش درجه آزادی و با چندین انگشت معرفی کرده و سینماتیک آن را برای کاربردهای مختلف مورد مطالعه قرار دادند [۲۶]. حسینی یک ربات موازی پیچیده دیگر را با درجات آزادی انتقالی و دورانی ابداع کرده و سینماتیک، فضای کاری و چالاکی آن را مورد مطالعه قرار داد [۲۷]. در ربات‌های موازی، یکی از محدودیت‌های فضای کاری، ارتباط میان عملگرها و مجری نهایی یا همان محدودیت‌های مفاصل است. در این مورد، ژنگ و همکاران تحلیلی هندسی بر روی دو ربات متقارن مرکزی موازی معروف به ربات موازی استوارت 6-SPS و ربات صفحه‌ای موازی 3-RPR انجام داده و فضای کاری آن‌ها را بررسی نمودند [۲۸]. آروک و همکاران یک روش گرافیکی مبتنی بر طراحی به کمک کامپیوتر برای مطالعه مسائل مربوط به سینماتیک و تحلیل هندسی ربات‌های موازی صفحه‌ای ارائه کردند [۲۹]. در برخی از تحقیقات نیز پژوهشگران به بررسی روابط سینماتیکی رباتی نوین و بهینه‌سازی آن‌ها از نقطه نظر چالاکی و کاهش موقعیت‌های تکیه در فضای کاری ربات پرداخته‌اند. برای هر کدام از این سازوکارها، مزیت‌هایی از قبیل صلبیت بالا، حلقه‌های سینماتیکی ساده و تکیه کمتر در فضای کاری [۳۰] و یا فضای کاری بزرگ، دوران نامحدود حول یک محور و کاهش توان مصرفی نسبت به سازوکارهای مشابه [۳۱] برشمرده شده است.

پس از بازوهای مکانیکی سریال، ربات‌های موازی زمینه جدیدی برای تحقیقات پیش روی محققین گشودند و مقالات منتشر شده به‌صورت پیوسته در این زمینه در بیش از سه دهه اخیر، نشان دهنده گستردگی این موضوع است. دلیل این امر، تنوع سازوکارها و تحلیل هر کدام از آن‌ها به‌صورت مجزا است. ربات‌ها عموماً دارای یک صفحه ثابت به عنوان پایه و یک صفحه متحرک هستند که توسط تعدادی لینک به یکدیگر متصل شده و دو یا چند حلقه سینماتیکی بسته را تشکیل می‌دهند. درجات آزادی برخی از بازوهای مکانیکی از شش کمتر است که با عنوان بازوهای مکانیکی کم‌تحرک شناخته شده و بدلیل توان مصرفی کم [۱ و ۲] و کاربردهای خاصی (مانند چرخش و یا حرکت سریع و چابک دورانی) که دارند [۳ و ۴]، بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند.

بازوهای مکانیکی موازی، دارای مزایای قابل توجهی از جمله اینرسی کم، سختی بالا، ظرفیت حمل بار بسیار زیاد و معایبی مثل فضای کاری محدود و کوچک، نقاط تکیه و دینامیک و کنترل پیچیده هستند [۷-۵]. بازوی مکانیکی موازی سه درجه آزادی یکی از انواع ربات‌های کم‌تحرک است. یک بازوی مکانیکی موازی کروی، دارای سه درجه آزادی دورانی است که محورهای دوران آن از یک نقطه مشترک که مرکز دوران نامیده می‌شود، عبور می‌کنند [۱۰-۸]. بسیاری از بازوهای مکانیکی موازی کروی در دستگاه‌هایی مثل دوربین‌های فیلمبرداری و تجهیزات جراحی که نیاز به دوران ابزار دارند، کاربرد پیدا کرده‌اند [۱۱-۱۳]. برخی از آن‌ها نیز به منظور پایدار نمودن یک صفحه در برابر حرکات دورانی به کار برده می‌شوند [۹ و ۱۴]. ساختارهای به کار برده شده در این تحقیقات، دارای فضای کاری بسیار محدودی در هر سه درجه آزادی خود هستند. تا امروز محققان بسیاری بر روی بازوهای مکانیکی موازی کروی سه درجه آزادی متمرکز شده و معیارهای مختلفی را مطالعه نموده‌اند.

بررسی دینامیک بازوهای مکانیکی موازی کروی نیز توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. بعنوان مثال وو و همکاران در [۸] و استیکا در [۱۵] به ترتیب با روش تحلیلی و برداری به مطالعه دینامیک یک بازوی مکانیکی موازی کروی پرداختند، درحالی‌که در منابع [۱۶ و ۱۷] نیز به تحلیل سفتی همین ربات پرداخته شد. تحلیل دینامیک یک

برای تشریح قیود سینماتیکی بازوی مکانیکی، یک چهارچوب XYZ متصل به پایه در نقطه O در نظر گرفته می‌شود. صفحه XY سیستم مختصات موازی صفحه شامل اتصالات کشویی و محور X در راستای موقعیت اولیه نقطه A_1 است. چهارچوب محلی XYZ در همان نقطه به صفحه متحرک متصل شده است که محور Z آن عمود بر صفحه گذرنده از نقاط B_1 ، B_2 و B_3 بوده و محور X همانطور که در شکل نشان داده شده، از صفحه گذرنده از نقطه B_1 و عمود بر صفحه متحرک می‌گذرد. مختصات نقاط A_1 ، A_2 و A_3 یعنی محل اتصال مفاصل کشویی به صفحه پایه و B_1 ، B_2 و B_3 مفاصل کروی روی صفحه متحرک، به ترتیب در دستگاه‌های XYZ و XYZ بیان می‌شوند.

قابل توجه این که نقاط A_1 ، A_2 و A_3 به صورت یکسان بر روی محیط یک دایره به شعاع r_1 بر روی صفحه پایه و نقاط B_1 ، B_2 و B_3 به صورت مساوی بر روی صفحه متحرک بر شعاع دایره‌ای به شعاع r_2 پراکنده شده‌اند.

۲-۱- تحلیل موقعیت

به منظور کامل نمودن تحلیل سینماتیکی، بردارهای a_i ($i = 1, 2, 3$) را برای تعریف نقاط A_i روی صفحه پایه در دستگاه XYZ و بردارهای b_i و $m b_i$ را برای تعریف موقعیت نقاط B_i روی صفحه متحرک به ترتیب در دستگاه‌های مختصات XYZ و XYZ تعریف می‌نماییم. بنابراین می‌توان چنین نوشت که:

$$a_i = \begin{bmatrix} X_{a_i} \\ Y_{a_i} \\ Z_{a_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cos \theta_i \\ r_1 \sin \theta_i \\ -C \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

و

$$m b_i = \begin{bmatrix} x_{b_i} \\ y_{b_i} \\ z_{b_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \cos \theta'_i \\ r_2 \sin \theta'_i \\ c \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

θ'_1, θ'_2 و θ'_3 به ترتیب صفر، 120° و 240° درجه هستند و همانطور که در شکل ۱ دیده می‌شود، C و C به ترتیب فواصل مفصل کروی مرکزی تا صفحه متحرک و صفحه ثابت هستند. در این روابط x_1, x_2, x_3 و C پارامترهای ثابت ربات، θ_i متغیرهای مفصلی سازوکار و C و S به صورت خلاصه بوده و به ترتیب توابع COS و SIN هستند.

جهت رفع مشکل فضای کاری بسیار کوچک بازوهای مکانیکی موازی کروی با ساختارهای مشابه مانند ساختار ارائه شده در [۱۳]، در این مقاله، دینامیک بازوهای مکانیکی موازی کروی سه درجه آزادی با قابلیت دوران نامحدود حول محور Z، ارائه شده در [۳۱]، بررسی و تحلیل می‌شود. به منظور تحلیل دینامیک ربات، ابتدا سینماتیک این بازوی مکانیکی موازی کروی سه درجه آزادی بررسی شده و روابط تحلیلی برای جابجایی‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌ها ارائه می‌گردند. سپس روابط تحلیلی دینامیک این ربات با استفاده از اصل کار مجازی، به صورت ساده و بدون نیاز به محاسبه نیروهای داخلی به دست آورده می‌شوند. این روش، نیازی به انجام محاسبات طولانی و مشتق‌گیری‌های پی در پی نیز ندارد و از پیچیدگی معادلات غیرخطی دینامیک ربات می‌کاهد، که این امر برای طراحی بهینه و کنترل ربات بسیار ضروری می‌باشد. پس از آن، مزیت استفاده از مفصل کروی مرکزی در کاهش توان لازم عملگرها، به کمک مقایسه با یکی از انواع ربات‌های موازی دیگر نشان داده می‌شود. حرکت پایه ربات نصب شده بر روی بستر متحرک، خود موضوعی مجزا در بررسی دینامیک ربات خواهد بود. از همین رو در روابط استخراج شده دینامیک ربات، تأثیرات حرکت شتاب‌دار خطی و دورانی پایه ربات نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته و در نهایت نتایج به دست آمده، مورد مقایسه و بررسی قرار می‌گیرند.

۲- تحلیل سینماتیک

در شکل ۱ شماتیک بازوی مکانیکی موازی کروی مطرح در این مقاله رسم گردیده است. این ربات دارای یک صفحه ثابت و یک صفحه متحرک بوده که توسط سه پایه با طول‌های ثابت به همدیگر متصل شده‌اند. هر پایه دارای یک قسمت متحرک با مفصل کشویی فعال بوده که روی یک مسیر دایروی به صفحه متحرک متصل شده و بوسیله یک میله صلب با یک مفصل اونیورسال و یک مفصل کروی به صفحه متحرک اتصال پیدا کرده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، یک مفصل کروی مرکزی هر حرکت انتقالی را غیر ممکن کرده، ولی اجازه حرکات دورانی را ممکن می‌سازد. این ساختار برخلاف برخی ساختارهای مشابه مانند [۳۲] که دارای دوران نامحدود حول محور عمودی هستند، باعث افزایش نسبت بار به وزن ربات می‌گردد. این امر بدلیل تحمل بار توسط مفصل مرکزی و کاهش توان مورد نیاز عملگرها صورت می‌پذیرد.

لینک آن یعنی l وابسته نیستند. بنابراین می‌توان آن‌ها را به صورت زیر جایگزین نمود:

$$2\mathbf{a}_i^T \mathbf{b}_i = a^2 + b^2 - l^2 \quad (5)$$

که در آن $a^2 = r_1^2 + C^2$ و $b^2 = r_2^2 + c^2$. با جایگذاری بردارهای \mathbf{a}_i و \mathbf{b}_i از روابط (۱) و (۲) در رابطه (۵) و ساده‌سازی آن‌ها، روابط جایجایی در بازوی مکانیکی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$K_i \cos \theta_i + L_i \sin \theta_i = N_i \quad (6)$$

که K_i, L_i و N_i به ترتیب زیر بیان می‌شوند:

$$K_i = K_i(\alpha, \beta, \gamma) = 2r_1 X_{b_i}, \quad (7)$$

$$L_i = L_i(\alpha, \beta, \gamma) = 2r_1 Y_{b_i}$$

$$N_i = N_i(\alpha, \beta, \gamma) = a^2 + b^2 - l^2 + 2Z_{b_i} C$$

سپس θ_i از این رابطه به دست می‌آید:

$$\theta_i = \sin^{-1} \left(\frac{N_i}{U_i} \right) - \gamma_i \quad (8)$$

که در آن:

$$U_i = \sqrt{K_i^2 + L_i^2}; \quad \gamma_i = \text{ATAN2}(K_i, L_i) \quad (9)$$

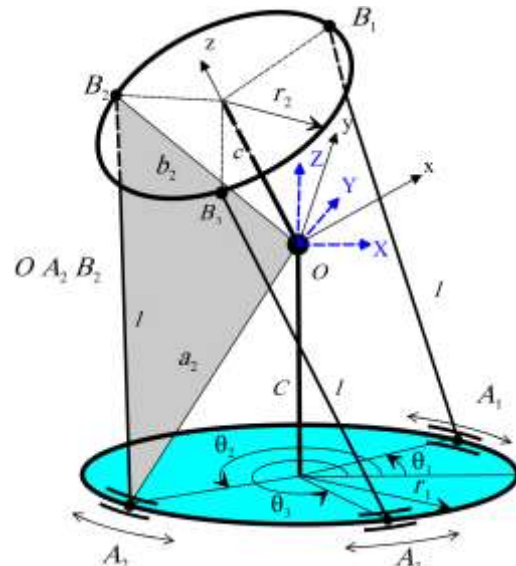
برای صحت‌سنجی روابط بالا، از مدل طراحی شده به کمک کامپیوتر مانند مرجع [۲۹] استفاده می‌گردد. بدین منظور، مدل از یک حالت اولیه θ_0 به چند موقعیت دلخواه حرکت داده می‌شود. سپس اندازه تغییرات زوایای مفصلی نسبت به زوایای اولیه یعنی $\Delta\theta_i$ ها با نتایج حاصل از رابطه (۸) مقایسه می‌گردد که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود و نشان از صحت و دقت روابط تحلیلی دارد.

راه دیگر برای تصدیق این روابط که در مطالعات مرسوم است. [۳۳ و ۳۴]، استفاده از نتایج سینماتیک معکوس در روش تحلیلی برای حل سینماتیک مستقیم در نرم‌افزار و مقایسه داده‌های اولیه حل تحلیلی و نتایج شبیه‌سازی است. این روند در شکل ۲ برای یک مسیر مشخص دلخواه انجام گردیده و زوایای اوپلر "XYZ" به عنوان ورودی حل تحلیلی و خروجی نرم‌افزار آدامز مقایسه گردیده و دقت مناسب و صحت روابط را تأیید می‌کند.

حال می‌توان مختصات موقعیت مفاصل B_i در دستگاه XYZ را بدین صورت به دست آورد [۵]:

$$\mathbf{b}_i = [X_{b_i} \quad Y_{b_i} \quad Z_{b_i}]^T = \mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)^m \mathbf{b}_i \quad (3)$$

که $\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$ ماتریس دوران چهارچوب XYZ نسبت به چهارچوب XYZ است. پرکاربردترین مختصاتی که برای دوران یک جسم صلب نسبت به یک چهارچوب استفاده می‌شود، زوایای اوپلر هستند. دوازده ترکیب ممکن از دسته زوایای اوپلر مختلف برای بیان موقعیت دورانی یک جسم صلب می‌توان استفاده کرد که در اینجا از زوایای اوپلر "ZX'Y" برای بیان دستگاه XYZ نسبت به چهارچوب XYZ استفاده می‌شود.



شکل (۱): شماتیک ربات موازی 3-PUS/S

ماتریس دوران \mathbf{R} زمانی که چهارچوب XYZ به اندازه زاویه α حول محور Z ، سپس به اندازه β حول محور X جدید و در نهایت به اندازه γ حول محور Y نهایی دوران می‌کند، به دست می‌آید.

برای دستیابی به معادلات سینماتیکی بازوی مکانیکی، ابتدا باید معادلات قیدی مشخص شود که تعداد آن‌ها با تعداد متغیرهای مسئله یعنی سه متغیر برابر است. همانطور که در شکل ۱ نمایش داده شده است، برای مثلث $OA_i B_i$ ، رابطه (۴) به دست می‌آید:

$$l_i^2 = a_i^2 + b_i^2 - 2\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_i \quad (4)$$

از شکل ۱ و روابط مثلث $a_i^2 = r_1^2 + C^2$ و $b_i^2 = r_2^2 + c^2$ به روشنی ملاحظه می‌شود که a_i^2 و b_i^2 به شماره

۲-۲- تحلیل سرعت

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}; \quad \dot{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ω را به عنوان سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک و $\dot{\alpha}$ را به عنوان مشتق زوایای (α, β, γ) نسبت به زمان به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

جدول (۱): مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل طراحی شده به کمک کامپیوتر و نتایج روابط تحلیلی در برخی موقعیت‌ها برای پارامترهای زیر

$l = 334 \text{ mm}, r_1 = 350 \text{ mm}, r_2 = 235 \text{ mm}, \theta_0 = [44, 164, 214]^T, C = 135 \text{ mm}, c = 84 \text{ mm}$		B_3	B_2	B_3	دوران	نوع	
$\Delta\theta = [\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3]$	B_3	B_2	B_3	دوران	نوع		
CAD مدل	تحلیلی	$[b_x \ b_y \ b_z](m)$			(درجه)	دوران	
						رول	
$[-12/5, 18/6, 1/0]$	$[-12/6, 17/9, 1/6]$	$[0, 0/25, 0]$	$[-0/20, -0/10, 0/12]$	$[0/20, -0/10, 0/12]$	۲۰		
$[-7/3, 8/7, 0/8]$	$[-7/4, 8/3, 1/1]$	$[0, 0/25, 0/04]$	$[-0/20, -0/10, 0/10]$	$[0/20, -0/10, 0/10]$	۱۰		
$[11/6, -7/0, -1/3]$	$[11/4, -6/8, -1/5]$	$[0, 0/22, 0/12]$	$[-0/20, -0/13, 0/06]$	$[0/20, -0/13, 0/06]$	۱۰		
						پیچ	
$[-8/6, -9/1, -0/5]$	$[-8/1, -9/3, 1/8]$	$[0/03, 0/23, 0/08]$	$[-0/16, -0/12, 0/15]$	$[0/22, -0/12, 0/0]$	۲۰		
$[-4/2, -5/0, 12/0]$	$[-3/9, -5/2, 11/7]$	$[0/03, 0/03, 0/08]$	$[-0/19, -0/12, 0/12]$	$[0/21, -0/12, 0/05]$	۱۰		
$[3/6, 7/5, -8/0]$	$[3/3, 7/0, -7/9]$	$[-0/01, 0/23, 0/08]$	$[-0/21, -0/12, 0/05]$	$[0/19, -0/12, 0/12]$	۱۰		

که در آن $\dot{\theta}_i = [0 \ 0 \ \dot{\theta}_i]^T$

سفریویی و آنجلس در [۳۵] دو ماتریس ژاکوبین تعریف کرده و با استفاده از آن‌ها تکنیکی ربات‌های موازی را تشریح کردند. بر اساس این روش و برای سینماتیک معکوس ربات، فرض می‌شود که بردار ورودی سه بعدی به صورت $\alpha = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ و بردار خروجی به صورت $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ که به عنوان موقعیت مفاصل عملگرها شناخته می‌شوند.

معادلات غیرخطی که رابطه ورودی- خروجی را توصیف می‌کنند، به صورت رابطه (۱۵) بیان می‌شود [۳۵]:

$$F(\alpha, \theta) = 0 \quad (15)$$

که F تابعی سه بعدی از ورودی و خروجی‌های مسئله است. مشتق اول معادله ۱۵، رابطه میان سرعت ورودی و خروجی را به صورت زیر مشخص می‌کند:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \dot{\theta} = C\dot{\alpha} + D\dot{\theta} = 0 \quad (16)$$

۱- از آنجایی که دوران صفحه متحرک با استفاده از زوایای اوپلر "ZX'Y" تعریف شده است، سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک و بردارهای یکه Z, X' و Y'' را می‌توان بدین صورت تعریف نمود [۲۵]:

$$\omega = Z\dot{\alpha} + X'\dot{\beta} + Y''\dot{\gamma} \quad (11)$$

که

$\dot{\alpha}, \dot{\beta}$ و $\dot{\gamma}$ اجزای سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک هستند. رابطه (۱۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\omega = \begin{bmatrix} Z & X' & Y'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = J_{\omega} \dot{\alpha} \quad (12)$$

که با ساده‌سازی و جایگزینی بردارهای مناسب به دست می‌آوریم:

$$J_{\omega} = \begin{bmatrix} J_{\omega_1} \\ J_{\omega_2} \\ J_{\omega_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c\alpha & -s\alpha c\beta \\ 0 & s\alpha & c\alpha c\beta \\ 1 & 0 & s\beta \end{bmatrix} \quad (13)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۵)، جایگذاری رابطه (۱۲) در این رابطه و ساده‌سازی، روابط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\alpha} = -[a_i^T \tilde{b}_i J_{\omega}]^{-1} b_i^T \tilde{a}_i \dot{\theta}_i \quad (14)$$

با مشتق‌گیری از رابطه سرعت، یعنی رابطه (۱۴) بر حسب زمان:

$$\zeta = J_{\omega} \ddot{\alpha} + \dot{\alpha}^T H_{\omega} \dot{\alpha} \quad (20)$$

که H_{ω} یک ماتریس $3 \times 3 \times 3$ است.

با دو بار مشتق‌گیری از معادله (۵)، شتاب‌های ($i = 1, 2, 3$) را به شکل ماتریسی می‌توان نوشت:

$$\ddot{\Theta} = J^{-1} \ddot{\alpha} + \dot{\alpha}^T H \dot{\alpha} \quad (21)$$

که ماتریس هسین کلی به صورت

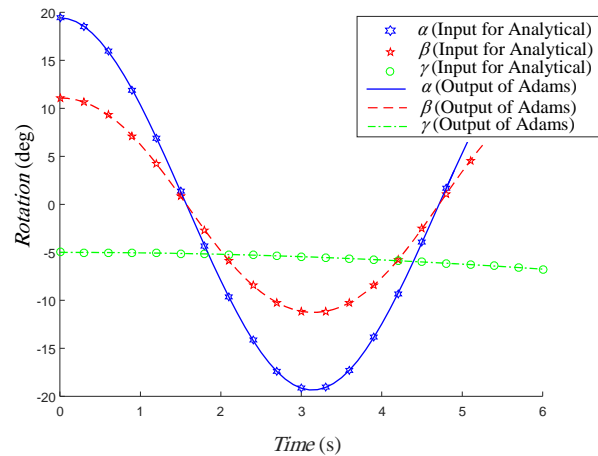
$$H = D^{-1} (-H_1 + H_2 - H_3 + H_4) - H_{\omega} \quad (22)$$

بوده و زیرماتریس‌های H_j ($j = 1, 2, 3, 4$) در رابطه (۲۲) برابرند با:

$$H_j = \begin{bmatrix} H_{j1} \\ H_{j2} \\ H_{j3} \end{bmatrix}; \quad (23)$$

$$\begin{aligned} H_{1i} &= (J^{-T} \tilde{a}_i \tilde{b}_i J_{\omega}); & H_{2i} &= (J_{\omega}^T \tilde{b}_i \tilde{a}_i J_{\omega}); \\ H_{3i} &= (J_{\omega}^T \tilde{b}_i \tilde{a}_i J^{-1}); & & \\ H_{4i} &= (J^{-T} \tilde{a}_i \tilde{b}_i J^{-1}); & i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (24)$$

به منظور بررسی صحت معادلات به‌دست آمده، مدل طراحی شده به کمک کامپیوتر به وسیله نرم‌افزار سالدورکز در محیط نرم‌افزار آدامز وارد شده و شبیه‌سازی می‌گردد. روشی که برای صحت‌سنجی روابط سینماتیکی پیشنهاد می‌شود، مقایسه نتایج روابط تحلیلی و شبیه‌سازی نرم‌افزاری برای یک حرکت معین صفحه متحرک در سینماتیک معکوس است [۱۴]. شکل ۳ موقعیت، سرعت و شتاب مفاصل فعال به‌دست آمده از شبیه‌سازی نرم‌افزاری و نتایج روابط تحلیلی بر اساس ماتریس‌های ژاکوبین و هسین (یعنی روابط (۱۷) و (۲۲)) را نمایش می‌دهد که مطابقت مناسب نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی، صحت تحلیل سینماتیک نمایش داده می‌شود. حرکت پیچ برای این مقایسه در نظر گرفته می‌شود. سرعت زاویه‌ای ثابت ۵ درجه بر ثانیه برای این حرکات در نظر گرفته شده و پارامترهای دیگر در جدول ۱ آورده شده‌اند (مقادیر این



شکل (۲): صحت‌سنجی روابط تحلیل موقعیت با نتایج

نرم‌افزار آدامز

که C و D ماتریس‌های سه بعدی ژاکوبین وابسته به پیکربندی، $\dot{\Theta}$ و $\dot{\alpha}$ به ترتیب بردارهای سرعت صفحه متحرک (مجری نهایی) و سرعت مفاصل فعال (عملگرها) هستند.

ماتریس ژاکوبین در رابطه (۱۵) از معادله (۱۶) بدین صورت به‌دست می‌آید:

$$\dot{\alpha} = -C^{-1} D \dot{\Theta} \rightarrow J = -C^{-1} D \quad (17)$$

معادله موقعیت معکوس هر لغزنده A_i به شکل معادله (۱۵) بازنویسی شده و با مشتق‌گیری اول نسبت به زمان، معادله به صورت اصلاح شده به فرم معادله (۱۶) نوشته شده و ماتریس‌های C و D بدین صورت به‌دست می‌آید:

$$C = \begin{bmatrix} (a_1 \times b_1)^T \\ (a_2 \times b_2)^T \\ (a_3 \times b_3)^T \end{bmatrix} J_{\omega}; \quad D = \text{diag}(d_1, d_1, d_1) \quad (18)$$

$$d_i = X_{b_i} Y_{a_i} - Y_{b_i} X_{a_i}$$

حال تحلیل سرعت تکمیل شده و می‌توان شتاب‌ها را در بخش بعد مقاله، مورد مطالعه قرار داد.

۲-۳- تحلیل شتاب

با به‌عنوان بردار شتاب زاویه‌ای صفحه متحرک و $\ddot{\alpha}$ را شتاب مؤثر ورودی (α, β, γ) در نظر می‌گیریم که آن‌ها را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_x \\ \zeta_y \\ \zeta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix}; \quad \ddot{\alpha} = \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (19)$$

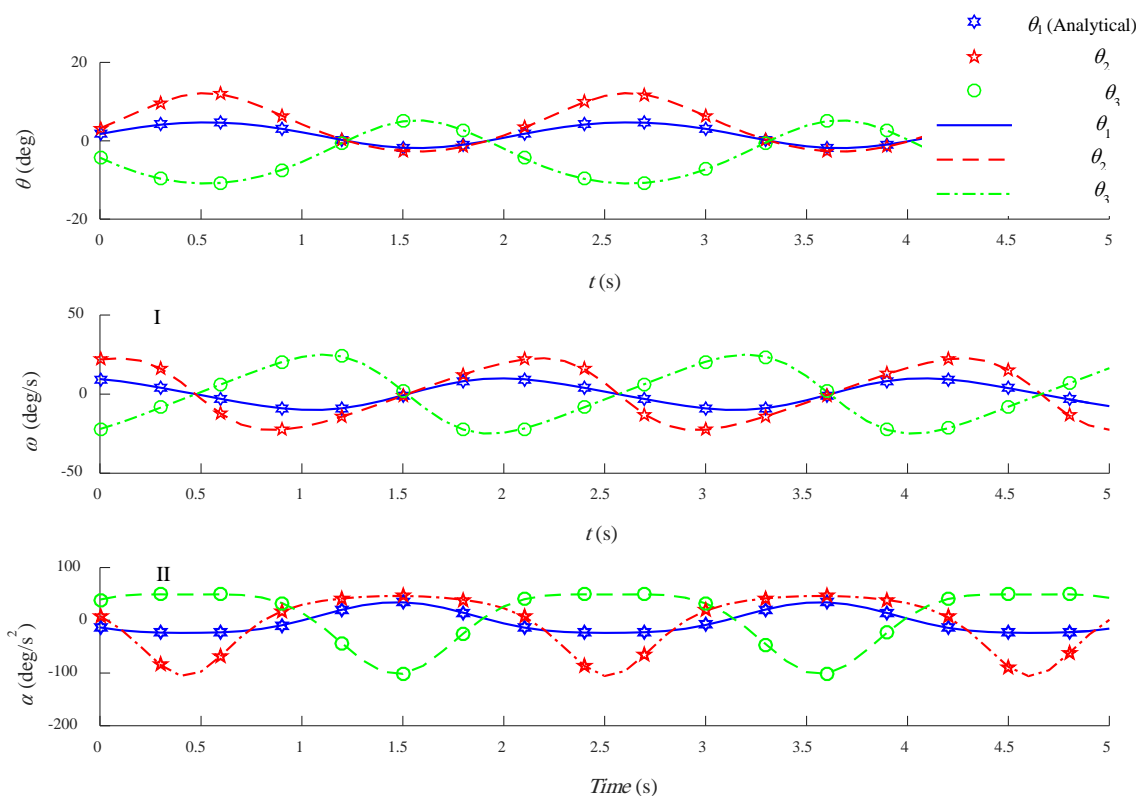
موقعیت، سرعت و شتاب خطی و زاویه‌ای حل می‌شوند. در دینامیک معکوس، حرکت هر یک از اعضای سیستم مشخص بوده و هدف پیدا کردن نیروهای مورد نیاز در مفاصل برای رسیدن به حرکت مورد نظر می‌باشد.

طراحی عملگرهای این ربات به گونه‌ای است که حرکت آن‌ها حول محیط صفحه پایه به وسیله موتورهای دورانی و به صورت چرخ‌دنده‌های خورشیدی حول آن انجام می‌پذیرد. بنابراین ورودی دینامیکی همان گشتاور عملگرها خواهد بود. جرم لینک‌های ربات به صورت متمرکز در نقاط مفاصل B_i در نظر گرفته شده‌اند.

پارامترها برای یک پیکربندی دلخواه اولیه در نظر گرفته شده است.

۳- بررسی دینامیک ربات

تحلیل دینامیکی سیستم‌های مکانیکی چند عضوی مانند بازوهای رباتیک و سازوکارها، نقش مهمی را در افزایش کارایی این سیستم‌ها ایفا می‌کند. تحلیل دینامیکی به دو صورت دینامیک مستقیم و دینامیک معکوس صورت می‌گیرد. در دینامیک مستقیم، نیروهای اعمال شده بر یک سیستم مکانیکی معلوم بوده و معادلات حرکت برای به دست آوردن



شکل (۳): موقعیت (I)، سرعت‌ها (II) و شتاب‌ها (III) بازوی مکانیکی موازی کروی در حرکت پیچ برای پارامترهای

$$l = 334 \text{ mm}, r_1 = 350 \text{ mm}, r_2 = 235 \text{ mm}, \theta_0 = [44, 164, 214]^T, C = 135 \text{ mm}, c = 84 \text{ mm}$$

عملگرهای کشویی، باید با کل کار مجازی انجام شده توسط نیروها و گشتاورهای خارجی برابر باشد. بنابراین:

$$\tau_\phi^T \delta \Phi = \tau_F^T \delta \Gamma + \tau_T^T \delta \Gamma + \tau_{Mo}^T \delta \Theta \quad (25)$$

یا به شکل گسترده:

اصل کار مجازی به جهت حذف نیروهای درونی ربات، روشی بسیار سریع و کوتاه جهت نوشتن معادلات بوده و جهت استفاده برای کنترل ربات بسیار مفید است. بر اساس این اصل، کل کار مجازی انجام شده توسط گشتاور موتورهای

مجموعه صفحه متحرک و بار روی آن و بردار مرکز جرم اجرام انتهایی بالایی بازوها نسبت به دستگاه متصل به پایه متحرک می‌باشند. بردار گشتاور ناشی از حرکت دورانی صفحه متحرک و بار روی آن حول نقطه O به صورت زیر به دست می‌آید [۵]:

$$\boldsymbol{\tau}_{Mr} = \mathbf{I}_M \dot{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{I}_M \boldsymbol{\omega} \quad (31)$$

که \mathbf{I}_M ممان اینرسی دورانی صفحه متحرک و بار حول نقطه O است. بردار گشتاور ناشی از حرکت دورانی جرم‌های بالایی بازوها حول نقطه O و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\boldsymbol{\tau}_{mr} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{I}_{B_i} \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (32)$$

که \mathbf{I}_{B_i} ماتریس ممان اینرسی جرم‌های بالایی بازوها حول نقطه O است. بردار گشتاور ناشی از حرکت خطی صفحه متحرک و بار روی آن حول نقطه O برابر است با:

$$\boldsymbol{\tau}_{Ml} = (\mathbf{R}^n \mathbf{R}_{CG}) \times (M \ddot{\mathbf{X}}) \quad (33)$$

که بردار $\ddot{\mathbf{X}}$ همان شتاب خطی بستر متحرک پایه است:

$$\ddot{\mathbf{X}} = [\ddot{x}_A \quad \ddot{y}_A \quad \ddot{z}_A] \quad (34)$$

و به همین ترتیب $\boldsymbol{\tau}_{ml}$ بردار گشتاور ناشی از حرکت خطی جرم‌های بالایی بازوها حول نقطه O می‌باشد.

در رابطه (۳۰) گشتاور ناشی از شتاب‌گیری خطی موتورهای حول نقطه مرکزی صفحه پایینی با $\boldsymbol{\tau}_{Mol}$ و گشتاور ناشی از دوران این جرم‌ها حول نقطه مذکور با عبارت $\boldsymbol{\tau}_{Mor}$ بیان گردیده است.

با جایگذاری (۱۲) در (۱۷):

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{J}_1 \dot{\boldsymbol{\Gamma}} \quad (35)$$

نتیجه گرفته می‌شود که:

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{J}_\omega^{-1} \quad (36)$$

از جایگذاری روابط (۲۹) و (۳۵) در (۲۵) و ساده‌سازی، نتیجه می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}_\phi = \left(\frac{r}{r_1} \right) [\boldsymbol{\tau}_{Mo} + \mathbf{J}_1^{-T} (\boldsymbol{\tau}_F + \boldsymbol{\tau}_T)] \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\tau} \delta \Phi = [(\mathbf{R}^n \mathbf{R}_{CG}) \times \mathbf{F}_M + (\mathbf{R}^n \mathbf{R}_{O_B}) \times \mathbf{F}_m + \boldsymbol{\tau}_{Mr} + \boldsymbol{\tau}_{mr} + \boldsymbol{\tau}_{Ml} + \boldsymbol{\tau}_{ml}]^T \delta \boldsymbol{\Gamma} \quad (26)$$

$$+ [\boldsymbol{\tau}_{Mor} + \boldsymbol{\tau}_{Mol}]^T \delta \boldsymbol{\Theta}$$

که در این رابطه \mathbf{R}^n ماتریس دوران صفحه متحرک نسبت به مرجع ثابت و

$$\boldsymbol{\tau}_\phi = [\tau_{\phi 1} \quad \tau_{\phi 2} \quad \tau_{\phi 3}]^T \quad (27)$$

گشتاور عملگرهای کشویی و مجهولات مسئله و

$$\delta \Phi = [\delta \phi_1 \quad \delta \phi_2 \quad \delta \phi_3]^T \quad (28)$$

$$\delta \boldsymbol{\Gamma} = [\delta \eta_1 \quad \delta \eta_2 \quad \delta \eta_3]^T$$

به ترتیب بردار دوران مجازی عملگرها حول مرکز خود و بردار زوایای مجازی دوران صفحه متحرک حول نقطه O در محل اتصال مفصل کروی مرکزی هستند. زوایای دسته اول به صورت نسبتی خطی از زوایای θ_i بوده که در بخش تحلیل سینماتیک حاصل گردیدند.

$$\delta \Phi = \frac{r_1}{r} \delta \boldsymbol{\Theta} \quad (29)$$

و شعاع چرخنده نصب شده بر روی عملگر هستند. به همین ترتیب، $\delta \boldsymbol{\Gamma}$ بردار زوایای مجازی صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت حول نقطه O در محل اتصال مفصل کروی مرکزی و بردار $\delta \boldsymbol{\Theta}$ میزان دوران مجازی عملگرها حول مرکز صفحه A است.

با برابر قرار دادن دو رابطه، گشتاورهای ناشی از نیروهای گرانشی $\boldsymbol{\tau}_F$ و گشتاورهای نیروهای اینرسی خطی و دورانی $\boldsymbol{\tau}_T$ و نیز گشتاور نیروهای اینرسی موتور $\boldsymbol{\tau}_{Mo}$ حول مفصل کروی مرکزی بدین صورت بیان می‌گردند:

$$\boldsymbol{\tau}_F = (\mathbf{R}^n \mathbf{R}_{CG}) \times \mathbf{F}_M + (\mathbf{R}^n \mathbf{R}_{O_B}) \times \mathbf{F}_m \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\tau}_T = \boldsymbol{\tau}_{Mr} + \boldsymbol{\tau}_{mr} + \boldsymbol{\tau}_{Ml} + \boldsymbol{\tau}_{ml}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Mo} = \boldsymbol{\tau}_{Mor} + \boldsymbol{\tau}_{Mol}$$

\mathbf{F}_M و \mathbf{F}_m به ترتیب بردار نیروی گرانش صفحه متحرک و بار روی آن با مجموع جرم M و بردار نیروی گرانش اجرام انتهایی بالایی بازوها نسبت به دستگاه متصل به پایه متحرک با مجموع جرم m در مرکز جرم آن‌ها یا همان مرکز صفحه متحرک می‌باشند. \mathbf{R}_{CG} و \mathbf{R}_{O_B} به ترتیب بردار مرکز جرم

$$I_M = \begin{bmatrix} 46.0475 & 7.2018 & 9.4605 \\ 7.2018 & 57.3746 & 1.2048 \\ 9.4605 & 1.2048 & 51.0041 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2$$

معادله (۳۷) را می‌توان با مرتب کردن در نهایت به شکل استاندارد زیر بر حسب مختصات مفصلی نوشت:

$$\tau_\phi = M \ddot{\Theta} + C\dot{\Theta} + G \quad (38)$$

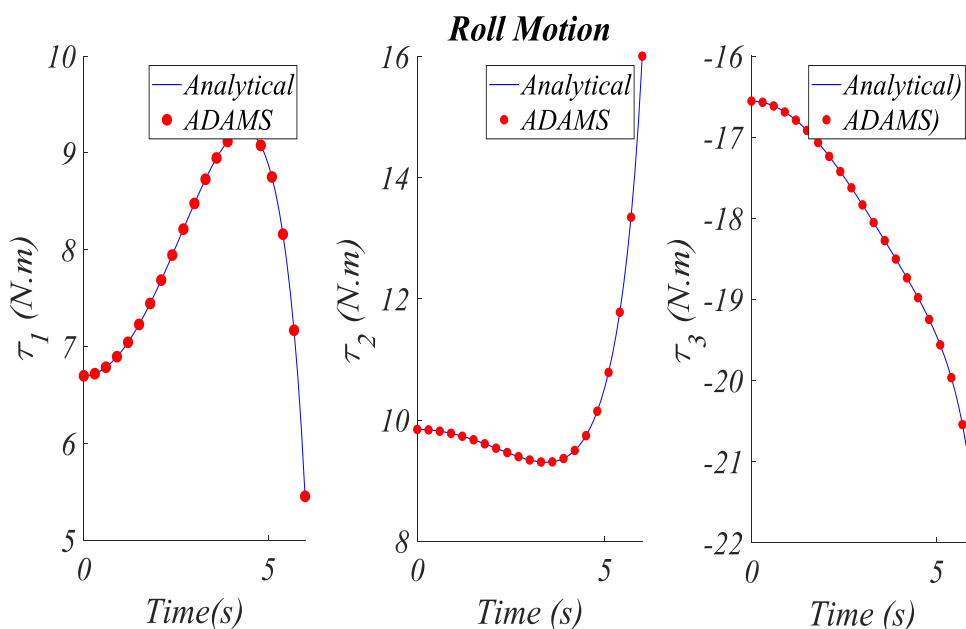
که M ، C و G به ترتیب ماتریس اینرسی، ماتریس تأثیرات گریز از مرکز و کریولیس و بردار تأثیرات گرانش هستند.

۴-۱- بررسی صحت روابط

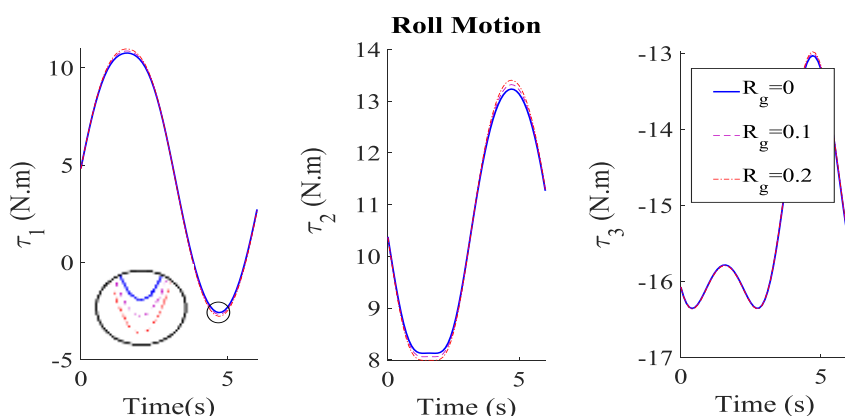
به منظور بررسی صحت معادلات دینامیکی، نتایج حاصل از این روابط تحلیلی را در حالات زیر با شبیه‌سازی دینامیک ربات در نرم‌افزار آدامز مقایسه می‌نماییم. در شکل ۴ گشتاور لازم جهت حرکت دورانی صفحه متحرک و بار روی آن حول محور X با شتاب زاویه‌ای ثابت از معادلات و شبیه‌سازی استخراج و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در مرحله بعد از صحت‌گذاری معادلات، می‌توان در نمودار شکل ۵ تغییرات گشتاور عملگرها را برای مقادیری از نسبت جرم لینک‌های ربات به جرم محموله (R_g) مشاهده نمود و ناچیز بودن تأثیر این جرم‌ها را در دینامیک مسئله تأیید کرد. به همین خاطر می‌توان در ادامه به منظور کاهش پیچیدگی روابط، کاهش عبارات غیرخطی، افزایش سرعت حل معادلات و در نهایت طراحی و کنترل بهتر ربات، از این عبارات صرف‌نظر نمود.

۴- صحت‌سنجی روابط دینامیکی و نتایج

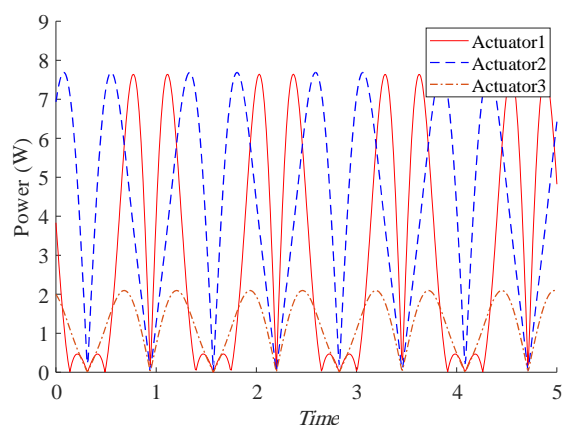
همانطور که در بسیاری از تحقیقات اشاره شده است، جهت شبیه‌سازی و مقایسه نتایج حاصل از روابط به‌دست آمده، از جرم لینک‌های واسط و موتورها و اثرات دینامیکی آن‌ها در مقابل جرم محموله نصب شده بر روی صفحه متحرک صرف نظر می‌نماییم. چرا که علی‌رغم ایجاد پیچیدگی‌های بسیار در معادلات دینامیکی ربات، تأثیر این جرم‌ها در گشتاور مورد نیاز موتورها بسیار ناچیز است [۷]. مقادیر پارامترهای دینامیکی مسئله برای یک حالت دلخواه، بدین صورت است که جرم محموله 370 kg و مختصات مرکز جرم ماتریس اینرسی دورانی برابر است با: $R_{CG} = [0.1 \ 0 \ 0.26] \text{ m}$



شکل (۴): تغییرات گشتاور عملگرها نسبت به زمان در حرکت صفحه متحرک ربات حول محور X با شتاب زاویه‌ای ثابت یک درجه بر مجذور ثانیه



شکل (۵): تغییرات گشتاور عملگرها نسبت به زمان در حرکت صفحه متحرک ربات $\alpha = 10\sin(t)$ برای نسبت‌های مختلف R_g .



شکل (۶): توان مصرفی عملگرهای دورانی ربات 3PUS/S برای حرکت رول صفحه متحرک $\alpha = 10\sin(5t)$

در حالتی دیگر، با اعمال شتاب‌های خطی ثابت به پایه ربات، گشتاورهای لازم جهت ثابت ماندن جهت‌گیری صفحه متحرک از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی نرم‌افزاری استخراج گردیده و با هم مقایسه می‌گردند تا دقت روش تحلیلی به کار برده شده در این حالت خاص نیز مشخص گردد (شکل ۸). در این حالت با شتاب‌گیری پایه ربات، گشتاور حاصل از نیروی اینرسی جرم محموله نصب شده بر روی صفحه متحرک، موجب تغییرات گشتاور عملگرها می‌گردد.

از آنجایی که بستر پایه ربات متحرک بوده، در مسیر حرکت خود، ناهمواری‌هایی را طی خواهد نمود. در این حالت فرض بر آن است که پایه ربات دارای حرکت دورانی بوده، ولی صفحه متحرک جهت‌گیری ثابتی داشته و زاویه آن نسبت به مرجع لختی، مقدار معینی را حفظ می‌کند. با این فرض، گشتاور حاصل، گشتاور مرجع برای کنترل ربات در حالت مذکور خواهد بود.

۴-۲- کاهش توان مصرفی ربات

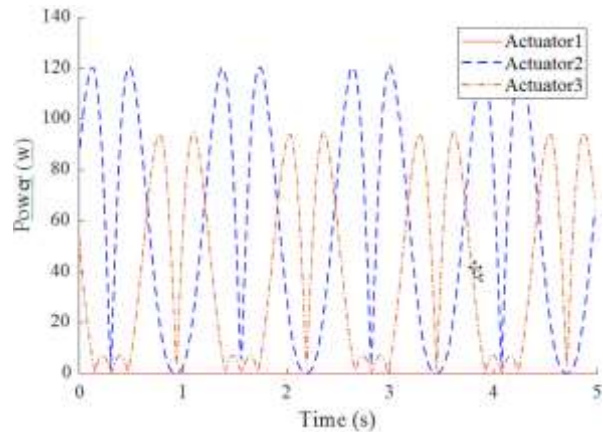
همانطور که پیشتر گفته شده، یکی از مزایای این بازوی مکانیکی، استفاده از مفصل کروی مرکزی است که تا حد بسیار زیادی باعث کاهش گشتاور و توان عملگرهای استفاده شده در ربات و بنابراین راحتی طراحی و ساخت آن می‌گردد. به همین منظور، در شکل‌های ۶ و ۷ توان لازم برای حرکت رول $\alpha = 10\sin(5t)$ به ترتیب در سازوکار حاضر با سه عملگر خطی یک بازوی مکانیکی فضایی 3RPS مقایسه گردیده است. نتایج ربات مورد مقایسه به وسیله شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدامز حاصل گردیده‌اند. به وضوح می‌توان مشاهده کرد که توان لازم برای یک حرکت مشخص در سازوکار معرفی شده نسبت به یک سازوکار دیگر بسیار کمتر است.

۴-۳- حرکت خطی و دورانی پایه

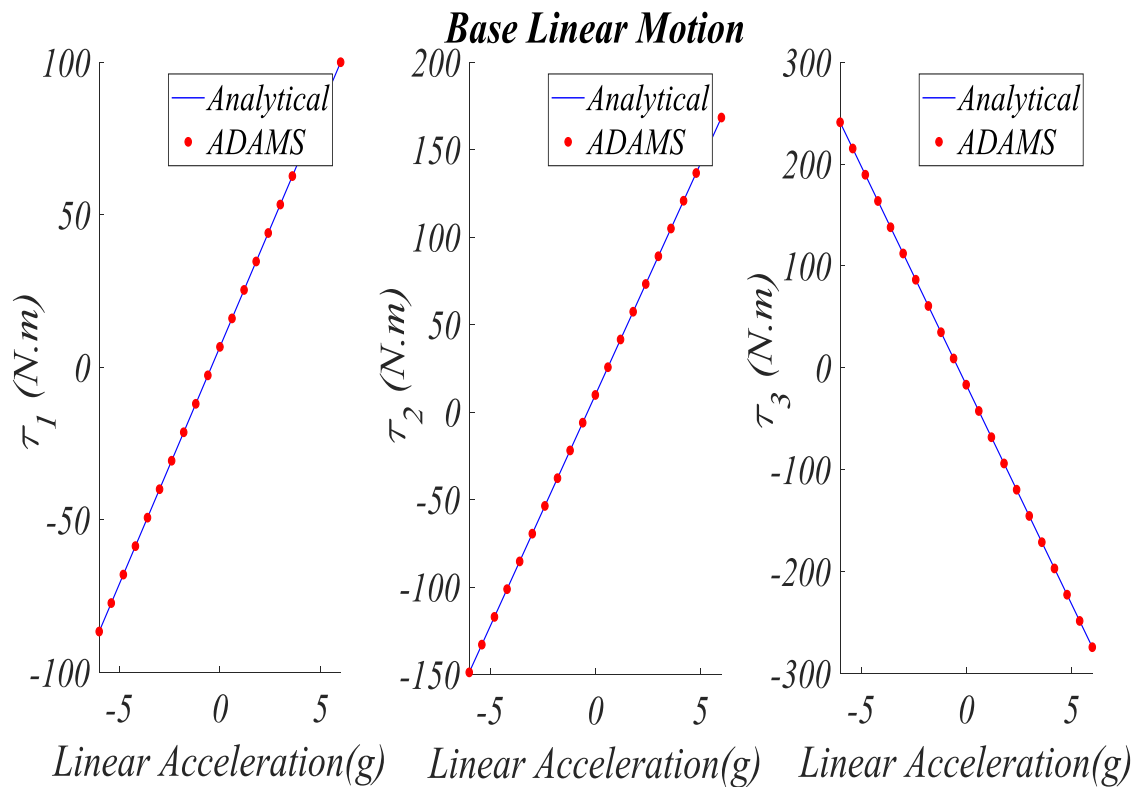
در حالتی که بستر ربات دارای شتاب خطی باشد، همانطور که قبلاً اشاره شده بود، پایه ربات ثابت نبوده و در حقیقت بر روی یک بستر متحرک نصب گردیده که خود دارای حرکت شتاب‌دار خواهد بود. در نتیجه عملگرهای ربات برای حفظ موقعیت صفحه متحرک و با فرض ثابت ماندن جهت‌گیری آن، ناچار به اعمال گشتاورهای متفاوت از حالت سکون پایه خواهند بود.

در این حرکت مجموعه ربات باید مانند یک سازه عمل کرده و عملگرها گشتاوری متفاوت نسبت به حالات قبل نیاز خواهند داشت.

با صرف نظر کردن از تأثیر جرم موتور در دینامیک مسئله، در این صورت گشتاور اعمالی ناشی از نیروی گرانشی جرم محموله و گشتاور ناشی از تأثیر شتاب‌گیری خطی حول مفصل کروی مرکزی ثابت مانده (چرا که جهت‌گیری صفحه متحرک نسبت به مرجع لختی ثابت مانده است) ولی زاویه دو صفحه پایه و متحرک نسبت به همدیگر و موقعیت عملگرها تغییر خواهد کرد.



شکل (۷): توان مصرفی عملگرهای کشویی ربات 3RPS برای حرکت رول صفحه متحرک $\alpha = 10\sin(5t)$



شکل (۸): تغییرات گشتاور عملگرها نسبت به تغییرات شتاب خطی پایه ربات در راستای X

در شکل ۱۰ نیز گشتاور لازم برای حرکت دورانی پایه با شتاب ثابت حول محور Y از معادلات ارائه شده به دست آورده شده و ترسیم گردیده است. بنابراین با داشتن این نتایج، با فرض حفظ جهت‌گیری ثابت صفحه متحرک، گشتاور مورد نیاز عملگرها برای هر حرکتی قابل محاسبه خواهد بود.

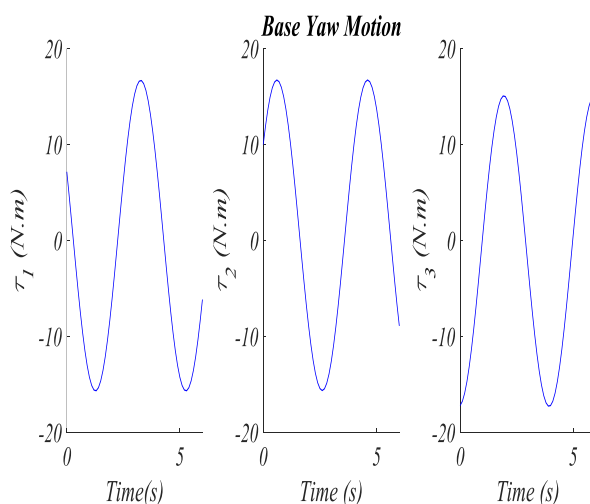
همانطور که در نمودار شکل ۹ مشاهده می‌گردد، طبق انتظار هر سه عملگر دارای دامنه و گشتاور بیشینه برابر بوده و با فرکانسی برابر، موجی را با اختلاف فاز معینی تولید نموده‌اند. چرا که با ۱۲۰ درجه دوران حول محور Z، ترکیب عملگرها به حالت اولیه حرکت می‌رسند.

هسین به دست آورده شدند. نمودار شکل‌های ۲ و ۳ نشان‌دهنده دقت و صحت روابط سینماتیک هستند.

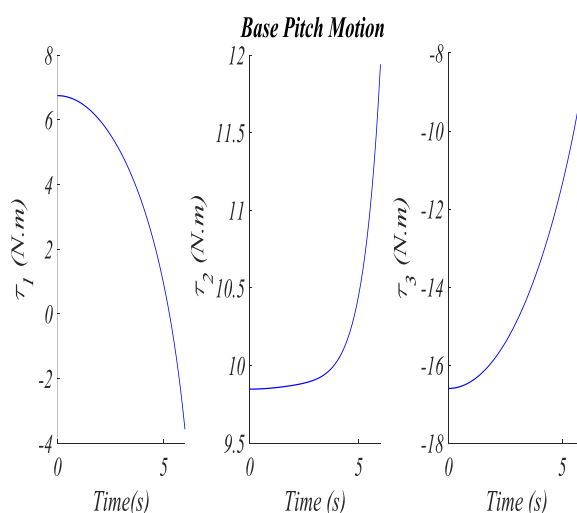
روابط دینامیک در گام بعدی استخراج و صحت‌گذاری گردیدند (شکل ۴). دقت و صحت معادلات استخراج شده جهت کنترل حرکت ربات بسیار مفید بوده و سازوکار را جهت استفاده در کاربردهای متنوع جذاب می‌نماید. در شکل ۵ نیز تاثیر جرم لینک‌های ربات در گشتاور عملگرها به صورت کمی مورد بررسی قرار گرفته و تصریح شده که با توجه به ساختار ربات، این جرم‌ها تاثیر چندانی در دینامیک ربات ندارند.

عمده مزیت دینامیکی سازوکار ارائه شده که توان مصرفی بسیار کم جهت به حرکت درآوردن صفحه متحرک و بار روی آن است، به وسیله مقایسه توان لازم جهت حرکت رول با یک سازوکار فضایی 3RPS بررسی و نتایج حاصل شده (شکل‌های ۶ و ۷)، مؤید این خاصیت بوده است. به وضوح می‌توان کاهش توان لازم برای یک حرکت مشخص را بدلیل وجود مفصل مرکزی مشاهده کرد. بررسی حداکثر توان لازم در عملگرهای ربات می‌تواند شاخص خوبی جهت ارزیابی میزان کاهش و یا افزایش توان لازم در یک حرکت معین باشد. به همین منظور، در این مقایسه می‌توان دید که نسبت حداکثر گشتاور لازم عملگر در حدود ۱ به ۱۶ خواهد بود که این کاهش توان لازم را می‌توان به صورت کاهش وزن و انرژی مصرفی عملگرها و یا افزایش نسبت بار به وزن تعبیر نمود. این مهم به دلیل وجود یک مفصل مرکزی کروی و تحمل بارهای اضافی در حین حرکت می‌باشد. این کاهش توان در نهایت منجر به کاهش هزینه، زمان و عدم نیاز به استفاده از عملگرهای پرتوان و حجیم و سنگین خواهد شد و امر طراحی و ساخت را تا حد بسیار زیادی تسهیل و کنترل این ربات را جهت بکارگیری در شرایط سخت به صرفه می‌کند.

از آنجایی که در بسیاری از موارد ربات‌ها جهت استفاده روی یک بستر متحرک بکارگیری می‌شوند، باید تاثیر این نوع حرکت را نیز بر دینامیک ربات بررسی نمود. از آنجایی که این تأثیرات در معادلات دینامیک ربات پیش‌بینی شده است، نمودار شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ به ترتیب برای حرکات خطی شتابدار، حرکت دورانی با سرعت ثابت و حرکت دورانی با شتاب ثابت غیرصفر پایه ربات ترسیم گردیده‌اند. در این



شکل (۹): تغییرات گشتاور عملگرها نسبت به زمان در حرکت دورانی پایه ربات حول محور Z با سرعت دورانی ثابت ۹۰ درجه بر ثانیه



شکل (۱۰): تغییرات گشتاور عملگرها نسبت به زمان در حرکت دورانی پایه ربات حول محور Y با شتاب دورانی یک درجه بر مجذور ثانیه

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، پس از ارائه روابط سینماتیک یک ربات کروی سه درجه آزادی جدید، دینامیک آن با استفاده از اصل کار مجازی مورد مطالعه قرار گرفت و روابط حاکم بر آن استخراج گردیدند. در ابتدا نتایج متغیرهای موقعیت ربات طراحی شده به کمک کامپیوتر و روابط تحلیلی در تعدادی از موقعیت‌ها با هم مقایسه شدند (جدول ۱) که این مقایسه صحت روابط تحلیلی را تأیید نمود. پس از آن، ماتریس‌های ژاکوبین و

5. Craig, J. J., Introduction to Robotics. New York: Addison-Wesley Publishing Co., 2005.
 6. Mazare, M., Taghizadeh, M., and Rasool, Najafi, M., "Kinematic analysis and design of a 3-DOF translational parallel robot," *Int. J. Autom. Comput.*, journal article, Vol. 14, No. 4, pp. 1-10, 2017.
 7. Nabavi, S. N., Akbarzadeh, A., and Enferadi, J., "Closed-Form Dynamic Formulation of a General 6-P US Robot," *Int. J. Autom. Comput.*, Vol. 96, No. 3-4, pp. 317-330, 2019/02/20.
 8. Wu, G., Caro, S., Bai, S., and Kepler, J., "Dynamic modeling and design optimization of a 3-DOF spherical parallel manipulator," *Rob. Auton. Syst.*, Vol. 62, pp. 1377-1386, 2014.
 9. Zhang, L., Guo, F., Li, Y., and Lu, W., "Global dynamic modeling of electro-hydraulic 3-UPS/S parallel stabilized platform by bond graph," *Chinese J. Mech. Eng.*, journal article Vol. 29, No. 6, pp. 1176-1185, 2016.
 10. Cammarata, A., Caliò, I., D'Urso, D., Greco, A., Lacagnina, M., and Fichera, G., "Dynamic stiffness model of spherical parallel robots," *J. Sound Vib.*, Vol. 384, pp. 312-324, 2016/12/08.
 11. Chaker, A., Mlika, A., Laribi, M. A., Romdhane, L., and Zeghloul, S., "Synthesis of spherical parallel manipulator for dexterous medical task," *Front. Mech. Eng. China*, Vol. 7, No. 2, pp. 150-162, 2012.
 12. Li, T. and Payandeh, S., "Design of spherical parallel mechanisms for application to laparoscopic surgery," *Robotica*, Vol. 20, No. 2, pp. 133-138, 2002.
 13. Puglisi, L. J., Saltaren, R. J., Portolés, G. R., Moreno, H., Cárdenas, P. F., and Garcia, C., "Design and kinematic analysis of 3PSS-1S wrist for needle insertion guidance," *Rob. Auton. Syst.*, Vol. 61, No. 5, pp. 417-427, 2013.
 14. Mohammadi Nasrabadi, A. A., Absalan, F., and Moosavian, S. A. A., "Design, modeling and simulation of weight compensation walking assistant robot," *Modares Mech. Eng.*, Vol. 17, No. 5, pp. 41-51, 2017. (In Persian)
- حالات فرض بر این بوده که صفحه متحرک جهت‌گیری خود را نسبت به مرجع لختی ثابت، حفظ کرده است. تأثیرات شتاب خطی پایه به صورت نیرو و گشتاور اینرسی در گشتاور مقاوم عملگرها ظاهر شده است، چرا که در این حالت نیرو و گشتاور خارجی با شتاب پایه، به صورت خطی تغییر می‌نماید. ولی در حرکت دورانی پایه ربات، نیرو و گشتاور خارجی بدون تغییر مانده و این بار جهت‌گیری پایه و صفحه متحرک نسبت به یکدیگر تغییر می‌کنند. این تغییرات موجب جابجایی عملگرها و تغییر در ماتریس‌های ژاکوبین و هسین و نهایتاً تغییرات گشتاور عملگرها می‌گردند.
- به‌طور کلی می‌توان ساختار ربات ارائه شده را به‌عنوان یک سازوکار مفید با قابلیت دوران نامحدود حول محور Z ، ثابت بودن شیار حرکتی عملگرها و کاهش تأثیر دینامیکی ناشی از جرم آن‌ها، تأثیرپذیری کم نسبت به دینامیک لینک‌های ربات، تحمل قسمت استاتیکی بار توسط مفصل گروهی مرکزی و کاهش بسیار محسوس توان مورد نیاز حرکتی در بسیاری از کاربردهای خاص مانند حرکت دادن سامانه‌های سنگین، پایدارسازی حرکت در حرکت‌های صفحه‌ای و حرکت بر روی یک بستر متحرک مورد استفاده قرار داد.

۶- مراجع

1. Lu, Y., Shi, Y., Huang, Z., Yu, J., Li, S., and Tian, X., "Kinematics/statics of a 4-DOF over-constrained parallel manipulator with 3 legs," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 44, pp. 1497-1506, 2009.
2. Xie, F. and Liu, X.-J., "Analysis of the kinematic characteristics of a high-speed parallel robot with Schönflies motion: Mobility, kinematics, and singularity," *Front. Mech. Eng. China*, journal article, Vol. 11, No. 2, pp. 135-143, 2016.
3. Altuzarra, O., Pinto, C., Sandru, B., and Hernandez, A., "Optimal dimensioning for parallel manipulators: workspace, dexterity and energy," *J. Mech. Des.*, Vol. 133, No. 4, pp. 1-7, 2011.
4. Shao, P., Wang, Z., Yang, S., and Liu, Z., "Dynamic modeling of a two-DoF rotational parallel robot with changeable rotational axes," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 131, pp. 318-335, 2019.

25. Lu, Y., Shi, Y., and Hu, B., "Kinematic analysis of two novel 3UPU I and 3UPU II PKMs," *Rob. Auton. Syst.*, Vol. 56, No. 4, pp. 296-305, 4/30/ 2008.
26. Lu, Y., Wang, P., Hou, Z., Hu, B., Sui, C., and Han, J., "Kinetostatic analysis of a novel 6-DoF 3UPS parallel manipulator with multi-fingers," *Mech. Mach. Theory*, vol. 78, pp. 36-50, 8// 2014.
27. Hosseini, M. A., "Kinematic synthesis of a novel rapid spherical CRS/PU parallel manipulator," *Mech. Mach. Theory* vol. 93, pp. 26-38, 11// 2015.
28. Zeng, R., Dai, S., Xie, W., and Rama, B., "Constraint conditions determination for singularity-free workspace of central symmetric parallel robots," *15th IFAC Symp. inf. cont. prob. manuf.*, Vol. 48, No. 3, pp. 1930-1935, 2015.
29. Arrouk, K. A., Bouzgarrou, B. C., and Gogu, G., "CAD-based unified graphical methodology for solving the main problems related to geometric and kinematic analysis of planar parallel robotic manipulators," *Rob. Comput. Integr. Manuf.*, Vol. 37, pp. 302-321, 2016.
30. Wang, Y., Belzile, B., Angeles, J., and Li, Q., "Kinematic analysis and optimum design of a novel 2PUR-2RPU parallel robot," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 139, pp. 407-423, 2019/09/01/ 2019.
31. Khoshnoodi, H., Rahmani Hanzaki, A., and Talebi, H. A., "Kinematics, Singularity Study and Optimization of an Innovative Spherical Parallel Manipulator with Large Workspace," *J. Intell. Rob. Syst.*, Vol. 92, No. 2, pp. 309-321, 2018.
32. Hou, Y. L., Hu, X. Z., and Zeng, D. X., "Kinematics analysis of a 3-RRR spherical parallel mechanism with coaxial input shafts," *App. Mech. Mat.*, Vol. 404, pp. 237-243, 2013.
33. Jaghargh, P. V., Naderi, D., and Masouleh, M. T., "Forward kinematic problem of two 4-RRUR with different geometric structures and one 4-RUU parallel robots," *Modares Mech. Eng.*, Vol. 12, No. 4, pp. 105-119 2012. (In Persian)
15. Staicu, S., "Recursive modelling in dynamics of agile wrist spherical parallel robot," *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, Vol. 25, No. 2, pp. 409-416, 2009.
16. Liu, X.-J., Jin, Z.-L., and Gao, F., "Optimum design of 3-DOF spherical parallel manipulators with respect to the conditioning and stiffness indices," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 35, No. 9, pp. 1257-1267, 2000.
17. Bidault, F., Teng, C.-P., and Angeles, J., "Structural optimization of a spherical parallel manipulator using a two-level approach," *Proc. DETC'01 ASME, Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Info. Eng. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, September, 2001.*
18. Taati, B., Greenspan, M., and Gupta, K., "A Dynamic Load-Balancing Parallel Search for Enumerative Robot Path Planning," *J. Intell. Rob. Syst.*, Vol. 47, No. 1, pp. 55-85, 2006/09/01.
19. Azad, F. A., Yazdi, M. R. H., and Masouleh, M. T., "Kinematic and Dynamic Analysis of 3-DOF Delta Parallel Robot Based on the Screw Theory and Principle of Virtual Work," *5th Conf. on KBEI*, pp. 717-724, 2019.
20. Du, J. and Lou, Y., "Simplified dynamic model for real-time control of the delta parallel robot," *IEEE Int. Conf. Inf. Auto. (ICIA)*, pp. 1647-1652, 2016.
21. Jafari Chogan, G., Ghasemi, M. H., and Dardel, M., "Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cable," *Modares Mech. Eng.*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015 (In Persian).
22. Mazare, M., Taghizadeh, M., and Najafi, M. R., "Dynamic Modeling and Sliding Mode Control of a Three DOF Parallel Robot with 3[P2(US)] Structure," *Modares Mech. Eng.*, Vol. 16, No. 10, pp. 60-68, 2016 (In Persian).
23. Khalil, W. and Ibrahim, O., "General Solution for the Dynamic Modeling of Parallel Robots," *J. Intell. Rob. Syst.*, Vol. 49, No. 1, pp. 19-37, 2007/05/01 2007.
24. S. Horrian and S. Bahrami, "Estimation of the Payload Mass in DELTA Robot by Using the Motor Torque," *J. Aero. Mech.*, Vol. 16, No. 2, pp. 27-38, 2019 (In Persian).

35. Sefrioui, J. and Gosselin, C. M., "On the quadratic nature of the singularity curves of planar three-degree-of-freedom parallel manipulators," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 30, No. 4, pp. 533-551, 1995.
34. Khoshnoodi, H., Hanzaki, A. R., and Khoogar, A., "Forward Kinematic Solution of 3-RRR Planner Parallel Robot by ANN," *Proc. 21'th Int. Conf. Iranian Mech. Eng.*, Tehran, 2015 (In Persian).

