

## مکان‌یابی سه‌بعدی اهداف هوایی فعال با استفاده از یک ایستگاه گیرنده سطحی

صابر کاویانی<sup>۱</sup>، فریدون بهنیا<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد و ۲- دانشیار، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۲۰، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۱۴)

### چکیده

در این مقاله به مکان‌یابی اهداف هوایی فعال با استفاده از تنها یک گیرنده سطحی پرداخته می‌شود و در این راستا از تفاضل‌های زمانی و فرکانسی سیگنال‌های دریافتی از هدف (منبع رادیویی) و سیگنال‌های انعکاسی از دو هدف سطحی بزرگ با موقعیت معلوم و از پیش تعیین شده (به‌عنوان ایستگاه‌های گیرنده مجازی و یا اهداف کمکی) استفاده می‌شود. با توجه به سطحی بودن ایستگاه‌های اصلی و مجازی به‌دست آوردن ارتفاع هدف در روش‌های معمول مکان‌یابی امکان‌پذیر نیست، به‌طوری که در چنین مواردی مسئله مکان‌یابی را در دو بعد حل کرده و ارتفاع هدف را در نظر نمی‌گیرند. برای حل این مشکل در این مقاله روشی پیشنهاد می‌شود که با استفاده از آن ارتفاع هدف با دقت قابل قبولی به‌دست می‌آید. روش پیشنهادی علاوه بر تعیین موقعیت سه‌بعدی اهداف هوایی فعال از پیچیدگی محاسباتی پائینی نیز برخوردار است که استفاده از آن را در کاربردهای عملی امکان‌پذیر می‌سازد. در روش‌هایی که متغیرهای مکان و سرعت هدف در معادلات به صورت ضمنی و وابسته به یکدیگر حل می‌شوند، حجم محاسبات برای رسیدن به دقت مورد نظر در متن مقاله ۲۵۰ برابر می‌شود. البته این روش برای نسبت‌های پایین سیگنال به نویز امکان عدم همگرایی دارد.

**کلیدواژه‌ها:** مکان‌یابی تک ایستگاهی، مکان‌یابی سه‌بعدی، تفاضل زمان ورود (TDOA)، تفاضل فرکانس ورود (FDOA)

## Three-Dimensional Localization of Active Aerial Targets Using a Terrestrial Receiver Site

S. kaviani, F. Behnia\*

Sharif University of Technology

(Received: 10/09/2020; Accepted: 04/03/2021)

### Abstract

In this paper, we propose a method to localize an active aerial target (emitter) in three dimensions using the time difference and the frequency difference of the received signal from the target and the reflected signals from two large auxiliary terrestrial targets (pseudo stations) with known positions in a fixed ground-based station. Due to the pseudo and the main stations' terrestrial nature, it is not possible to obtain the altitude of the target in the traditional methods, so that these methods solve the localization problems in two dimensions and do not consider the altitude of the target. In this paper, a method is proposed to achieve the target altitude with acceptable accuracy to address this issue. The capability to give the target altitude and at the same time have low computational complexity makes this method an attractive option to be considered in practical applications. In methods where the variables of location and target velocity in the equations are solved implicitly and interdependently, the volume of calculations to achieve the desired accuracy in the text of the article is 250 times. Of course, this method does not converge for low signal-to-noise ratios.

**Keywords:** Single Site Localization, Three-Dimensional Position, Time Difference of Arrival, Frequency Difference of Arrival

## ۱- مقدمه

برای مکان یابی سه بعدی استفاده می شود، لذا این روش در بدست آوردن یکی از بعدها در فضای سه بعدی دارای ابهام خواهد بود. در این مقاله برای از بین بردن این ابهام از آنالیز حرکتی [۱۲] هدف استفاده می کنیم. ساختار مقاله در ادامه به صورت زیر است.

در بخش ۱-۲ با استفاده از روش LOCA مکان هدف در هر یک از ارتفاع های پیش فرض به دست می آید. نحوه تعیین این ارتفاع های فرضی در بخش ۳-۲ توضیح داده می شود.

در گام بعدی، همان طوری که در بخش ۲-۲ توضیح داده می شود، با استفاده از داده های FDOA مقادیر اندازه و جهت بردار سرعت به صورت مستقل و صریح به دست می آیند.

در بخش ۳-۲ الگوریتمی برای تخمین موقعیت جدید هدف در فاصله ی زمانی هر دو اندازه گیری متوالی داده های TDOA و FDOA ارائه می شود که در آن از اندازه و جهت بردار سرعت به دست آمده در بخش ۲-۲ استفاده می شود. در این بخش به منظور یافتن محتمل ترین ارتفاع پروازی از مقایسه موقعیت تخمین زده شده هدف در بخش ۳-۲ با موقعیتی که در بخش ۱-۲ و در تکرار بعدی الگوریتم به دست می آید، استفاده می شود. سپس با پیشنهاد یک تابع احتمال، به تخصیص احتمال به هر یک از ارتفاع های اولیه پرداخته می شود و نهایتاً با روشی مشخص ارتفاع های جدیدی که فاصله ی کمتری از یکدیگر نسبت به ارتفاع های قبلی داشته باشند به عنوان ارتفاع های محتمل برای هدف پیشنهاد می شوند. این روش آن قدر تکرار می شود تا به دقت قابل قبولی برسیم.

در بخش ۳ نتایج شبیه سازی الگوریتم مکان یابی پیشنهاد شده و مقایسه خطای آن با روش های دو مرحله ای<sup>۵</sup> و خطی معمول، نشان داده می شود [۱۳]. نهایتاً در بخش ۴ نتیجه گیری و جمع بندی آمده است.

## ۲- روش تحقیق

## ۲-۱- روش LOCA و استفاده از اهداف با موقعیت معلوم

همان طور که در شکل (۱) مشاهده می شود، سیگنال مسیر مستقیم (سیگنالی که به صورت مستقیم از فرستنده دریافت می شود) با توان زیاد و سیگنال های بازتابی از اهداف کمکی با توان کمتر باید در یک ایستگاه گیرنده توسط چندین آنتن دریافت و پردازش شوند [۱۴]. در واقع توسط آنتن هایی که به سمت اهداف از پیش تعیین شده جهت گیری می شوند، نوعی جداسازی فضایی بین سیگنال ها به وجود می آید تا بتوان از طریق کانال های مجزا به پردازش سیگنال های بازتابی از اهداف کمکی پرداخت.

مسئله مکان یابی منبع تشعشع کننده کاربردهای فراوانی در رادار [۱]، سونار [۲]، شبکه های حسگری بی سیم [۳]، سیستم های ناوبری [۴] و موارد مشابه دیگر دارد. عملکرد رادارهای غیرفعال تک پایه مرسوم که جهت آشکارسازی اهداف و زاویه یابی از آن ها استفاده می شود، به این صورت است که از تشعشعات خود هدف برای تعیین موقعیت زاویه ای هدف استفاده می کنند. در مکان یابی تک حسگری، علاوه بر زاویه یابی نیاز به فاصله یابی هدف نیز هست. در حالی که رادارهای غیرفعال تک پایه مرسوم قادر به فاصله یابی نیستند. برای حل این مشکل از بازتاب تشعشعات منبع سیگنال که از یک یا چند شیء بزرگ با موقعیت معلوم بازتاب داده می شود، برای مکان یابی استفاده شده است [۵]. در روش های مکان یابی غیرفعال چند ایستگاهی از خوشه بندی اطلاعات و سیگنال های دریافتی برای تخصیص سیگنال ها به هر منبع رادیویی استفاده می شود ولی در روش تک پایه از همبستگی سنجی سیگنال ها برای تخصیص دو سیگنال دریافتی به یک منبع رادیویی استفاده می شود [۶].

در این مقاله برای حل مسأله مکان یابی با استفاده از داده های TDOA<sup>۱</sup> و FDOA<sup>۲</sup> از روش های هندسی بهره گرفته می شود. یکی از مرسوم ترین روش های هندسی برای به دست آوردن مکان منبع سیگنال تشعشع کننده از طریق پیدا کردن محل تقاطع هذلولی ها، روش خط موقعیت (LOP<sup>۳</sup>) هذلولی است [۹-۷]. استفاده از روش LOP دارای معایبی است که از جمله آن ها می توان به موارد زیر اشاره کرد: ۱- به دست آوردن نقطه تقاطع کار ساده و سر راستی نیست و بار محاسباتی بالایی دارد. ۲- این روش قادر به اندازه گیری کمیت های دیگر مربوط به منبع سیگنال از قبیل سرعت منبع نمی باشد. ۳- پیچیدگی محاسباتی این روش باعث می شود که آنالیز خطای آن کار خیلی مشکلی باشد. روش هندسی که در این مقاله از آن استفاده می شود، روش مکان یابی بر روی محور مخروط LOCA<sup>۴</sup> است [۱۰]. در ادامه با به کارگیری این روش و بهره گیری از اهداف با موقعیت معلوم به ارائه روشی برای مکان یابی منبع سیگنال تشعشع کننده خواهیم پرداخت.

برای به دست آوردن مکان منبع سیگنال در فضای n بعدی حداقل باید n+1 حسگر داشته باشیم که البته این حسگرها نباید در زیرفضای کمتر از n بعد قرار داشته باشند [۱۱]. از آن جا که از چند هدف سطحی در کنار گیرنده ای که خود نیز سطحی است

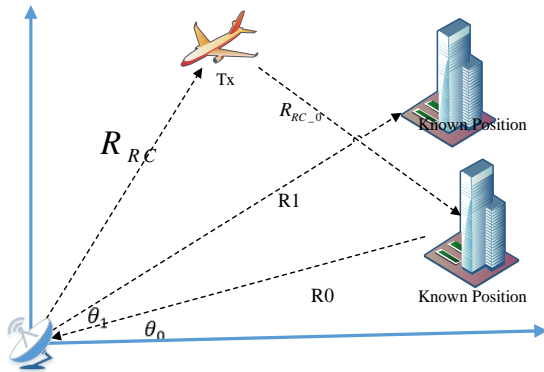
<sup>۱</sup> Time Difference of Arrival

<sup>۲</sup> Frequency Difference of Arrival

<sup>۳</sup> Line of Position

<sup>۴</sup> Location on the Conic Axis

<sup>۵</sup> Two-Step Method



شکل ۲. نحوه قرارگیری فرستنده و اهداف با موقعیت معلوم.

با توجه به روش LOCA در فضای سه‌بعدی برای به‌دست آوردن مکان‌هندسی صفحه‌ای که منبع تشعشع‌کننده در آن قرار دارد، از رابطه (۱) بهره گرفته می‌شود [۱۰].

$$\begin{aligned} & [x_1\Delta_{23} + x_2\Delta_{31} + x_3\Delta_{12}]x \\ & + [y_1\Delta_{23} + y_2\Delta_{31} + y_3\Delta_{12}]y + \\ & [z_1\Delta_{23} + z_2\Delta_{31} + z_3\Delta_{12}]z \end{aligned} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} [\Delta_{23}\Delta_{31}\Delta_{12} + a_1^2\Delta_{23} + a_2^2\Delta_{31} + a_3^2\Delta_{12}]$$

در رابطه (۱)،  $a_i$  برابر با فاصله حسگر  $i$ ام تا مبدأ و  $x_i, y_i, z_i$  برابر با مختصات حسگرها (ایستگاه‌های اصلی و مجازی) در فضای سه‌بعدی می‌باشد. نهایتاً پارامتر  $\Delta_{ij}$  که به صورت فاصله هدف تا حسگر  $i$ ام منهای فاصله هدف تا حسگر  $j$ ام تعریف می‌شود، به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۰].

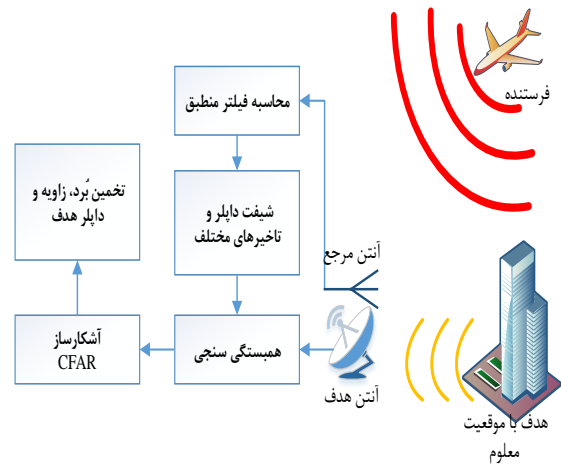
$$\Delta_{ij} = r_j - r_i \quad (2)$$

به این ترتیب به ازای هر  $z$  ثابت ( $z = h_i$ ) با استفاده از روش LOCA و رابطه (۱) برای هدف هوایی به یک معادله خط به صورت  $\alpha x + \beta y = D - \gamma h_i$  خواهیم رسید.

با توجه به آن چه گفته شد به ازای هر ارتفاع فرضی معادله خط مکان‌هندسی هدف به‌دست آید، این معادله خط با معادله هذلولی که از رابطه تفاضل زمان ورود به‌دست می‌آید (رابطه ۳)، تقاطع داده می‌شود.

برای این منظور اختلاف زمان دریافت مستقیم سیگنال فرستنده و اکوی این سیگنال از هدف شناخته شده را محاسبه کرده و حاصل در سرعت انتشار ضرب می‌شود. این پارامتر  $\delta_T$  می‌شود. به عبارت دیگر پارامتر  $\delta_T$  بیان‌گر  $RDOA^2$  می‌باشد و برابر اختلاف دو مسیر دریافت سیگنال می‌باشد.

با توجه به نحوه محاسبه تفاضل زمان و فرکانس سیگنال دریافتی که در یک ایستگاه گیرنده است (شکل ۱)، از لحاظ عملی تعداد اهداف کمکی با موقعیت معلوم خود می‌تواند مشکل‌ساز باشد. چرا که تعداد اهداف کمکی می‌تواند سبب شود که در هر مسیر گیرنده، چندین سیگنال با تاخیر و داپلرهای متفاوت به گونه‌ای دریافت شوند که نتوان تاخیر و داپلر متناسب با آن مسیر گیرنده را بدست آورد. بنابراین در این تحقیق تنها از دو هدف کمکی با موقعیت معلوم استفاده شده است.



شکل ۱. بلوک دیاگرام گیرنده سیستم با استفاده از اهداف کمکی.

همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، تاخیر و داپلرهای مختلف سیگنال مسیر مستقیم با سیگنال بازتابی از اهداف کمکی همبستگی‌سنجی می‌شود [۱۵] و با استفاده از بلوک CFAR<sup>۱</sup> به عنوان آشکارساز، مقادیر داپلر و تاخیر درست به‌دست می‌آیند. دلیل استفاده از بلوک CFAR این است که در برابر سیگنال‌های غیر همبسته با توان زیاد مقاوم می‌شویم و همچنین با انتخاب مناسب نوع CFAR و انتخاب ضرایب مناسب برای آن می‌توان اثرات یکسان نبودن بهره‌ی گیرنده در باند فرکانسی تا حدودی جبران کرد. در نهایت محاسبات مربوط به مکان‌یابی انجام می‌شود. نحوه استفاده از اهداف با موقعیت معلوم در تعیین موقعیت هدف مورد نظر در شکل (۲) نشان داده شده است.

با معلوم بودن موقعیت هدف شناخته شده (کمکی)، فاصله این هدف تا نقطه اندازه‌گیری  $R_0$  و نیز موقعیت زاویه‌ای آن نسبت به محور مختصات  $\theta_0$  مشخص است ولی طبعاً  $R_{RC}$  فاصله فرستنده تا مبدأ (Reference Channel) و زاویه آن مشخص نیست. در گام اول سعی می‌کنیم به کمک محل هدف شناخته شده، معادله‌ای از مکان هندسی فرستنده به‌دست آوریم.

<sup>2</sup> Range Difference of Arrival

<sup>1</sup> Constant False Alarm Rate

روش معمول حل این دستگاه معادلات استفاده از شبکه جستجو<sup>۲</sup> است که به عنوان یک روش با پیچیدگی محاسباتی زیاد شناخته می‌شود، به ویژه اگر ناحیه جستجو فضای سه‌بعدی باشد و یا دقت بالایی برای مکان‌یابی نیاز باشد. به همین جهت روش دیگری برای حل این مسئله پیشنهاد شده است.

همان‌طور که در ضمیمه به صورت کامل اثبات شده است، به یک فرم بسته و صریح برای سرعت هدف می‌رسیم. بعد از حل معادلات و جایگذاری آن‌ها، مقدار  $V$  به صورت مستقل از  $\theta_v$  و صریح به دست می‌آید.

$$V^2 = \frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)^2(A_2^2 + B_2^2)}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} + \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)^2(B_1B_2 + A_1A_2)^2}{(A_2^2 + B_2^2)(A_1B_2 - A_2B_1)^2} + 2 \times \frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)(B_1B_2 + A_1A_2)}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} + \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)^2}{(A_2^2 + B_2^2)} \quad (۸)$$

بعد از مشخص شدن مقدار دقیق  $V$ ، مقدار دقیق زاویه بردار سرعت  $\theta_v$  نیز محاسبه می‌شود.

$$\theta_v = \sin^{-1}\left(\frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)}{V(\sqrt{A_1^2 + B_1^2})}\right) - \text{tag}^{-1}\left(\frac{A_1}{B_1}\right) \quad (۹)$$

در بخش ۲-۱ مختصات هدف به ازای هر ارتفاع فرضی محاسبه شد و در انتهای بخش ۲-۲ اندازه و جهت بردار سرعت به صورت صریح و مستقل به دست می‌آید. در بخش بعد با استفاده از روشی مشخص به سراغ حل مسئله ارتفاع هدف می‌رویم.

### ۲-۳- آنالیز حرکتی و استفاده از روش پیشنهاد شده

این روش که مبتنی بر آنالیز حرکتی هدف هوایی است، در پنج مرحله صورت می‌گیرد [۱۶، ۱۷]. در مرحله اول برای ۴ ارتفاع مفروض برای هدف هوایی (به‌عنوان مثال [۰، ۵، ۱۰، ۱۵] کیلومتر) احتمالات برابر در نظر گرفته می‌شود و این احتمالات با  $u_i$  نمایش داده می‌شوند و سپس با در نظر گرفتن ماتریس احتمال انتقال از یک ارتفاع دیگر که با  $\rho_{ij}$  نشان داده می‌شود و با استفاده از قانون بیز به رابطه (۱۰) می‌رسیم [۱۶].

$$U_{ij}(k-1) = \frac{\rho_{ij}u_i(k-1)}{\sum_{l=1}^4 \rho_{il}u_l(k-1)} \quad (۱۰)$$

$$RDOA = |\vec{R}_0| + |\vec{R}_{RC} - \vec{R}_0| - |\vec{R}_{RC}|$$

$$\delta_T = R_0 + \sqrt{(x - R_0 \cos \theta_0)^2 + (y - R_0 \sin \theta_0)^2 + h_i^2} - \sqrt{x^2 + y^2 + h_i^2} \quad (۳)$$

از معادله خط  $\alpha x + \beta y = D - \gamma h_i$  مقدار  $y$  بر حسب  $x$ ، در رابطه (۳) جایگزین می‌شود.

$$\delta_T = R_0 + \sqrt{(x - R_0 \cos \theta_0)^2 + \left(\frac{D - \gamma h_i - \alpha x}{\beta} - R_0 \sin \theta_0\right)^2 + h_i^2} - \sqrt{x^2 + \left(\frac{D - \gamma h_i - \alpha x}{\beta}\right)^2 + h_i^2} \quad (۴)$$

همان‌طور که از رابطه (۴) مشخص است به ازای هر  $h_i$  فرضی معادله بالا تنها یک مجهول ( $x$ ) دارد و با حل این معادله مقدار  $x$  به دست می‌آید و سپس با استفاده از معادله خط مقدار  $y$  به دست می‌آید. مختصات  $x$  و  $y$  به دست آمده و  $h_i$  مشخص شده، به دو پارامتر فاصله سه‌بعدی<sup>۱</sup> و زاویه سه‌بعدی هدف نسبت به مبدأ تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + h_i^2} \\ \alpha_i = \text{tag}^{-1}\left(\frac{\sqrt{y_i^2 + h_i^2}}{x_i}\right) \end{cases} \quad (۵)$$

### ۲-۲- محاسبه اندازه و جهت بردار سرعت

به منظور بهره بردن از داده‌های FDOA، ابتدا شکل برداری معادله‌ی مربوط به FDOA نوشته می‌شود [۱۳].

$$\dot{S}_i^T x + \dot{r}_{i0} r_0 + S_i^T \dot{x} + r_{i0} \dot{r}_0 = \dot{S}_i^T S_i^T - r_{i0} \dot{r}_{i0} \quad (۶)$$

در این معادله  $S_i$  موقعیت حسگر نام را نشان می‌دهد و  $x$  موقعیت هدف و  $r_{i0}$  مقدار اختلاف زمان ورودی و  $\dot{r}_{i0}$  بیانگر اختلاف فرکانس ورودی است و همچنین مقدار  $r_0$  فاصله هدف تا حسگر مرجع می‌باشد. سپس فرم اسکالر رابطه (۶)، همان‌طور که در ضمیمه آمده است، استخراج می‌شود.

$$S_i V \cos(\theta_v - \theta_{S_i}) + \dot{r}_{i0} R + r_{i0} V \cos(\theta_v - \alpha_i) + r_{i0} \dot{r}_{i0} = 0 \quad (۷)$$

که در آن با توجه به ساکن بودن اهداف کمکی،  $\dot{S}_i = 0$  فرض شده است.

با توجه به استفاده از دو هدف کمکی، دستگاه دو معادله و دو مجهول تشکیل می‌شود و مقادیر  $V$  و  $\theta_v$  به دست می‌آید.

<sup>۲</sup> Grid Search

<sup>۱</sup> Slant Range

$$\begin{cases} X_j^-(k) = F_j X_j^0(k-1) \\ P_j^-(k) = F_j P_j^0(k-1) F_j^T + Q_j \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} K_j = P_j^-(k) \cdot H_j^T (H_j \cdot P_j^-(k) \cdot H_j^T + R_j)^{-1} \\ X_j^+(k) = X_j^-(k) + K_j (Z(k) - H_j X_j^-(k)) \\ P_j^+(k) = (1 - K_j \cdot H_j) P_j^-(k) \end{cases} \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)، H برابر با ماتریس مشاهده، Q برابر با کواریانس نویز فرآیند و R برابر با نویز اندازه‌گیری و Z(k) برابر با بردار اندازه‌گیری در تکرار kام می‌باشد. در واقع بردار اندازه‌گیری Z(k) به صورت مختصات موقعیت و عناصر بردار سرعت فرستنده که در آخرین مرحله به‌دست آمده است، تعریف می‌شود.

$$Z(k) = [x(k) \quad y(k) \quad Vx(k) \quad Vy(k)]^T$$

با توجه به تعریف بردار حالت  $X_j$  و بردار اندازه‌گیری  $Z(k)$ ، ماتریس مشاهده H به‌صورت یک ماتریس همانی  $I_4$  در نظر گرفته می‌شود.

در مرحله چهارم مقادیر احتمالی تخصیص داده شده ( $u_i$ ) به هر حالت به‌روز شده و مقادیر جدیدی اختیار می‌کنند. این کار به صورت زیر انجام می‌شود [۱۶].

$$u_i(k) = \frac{\Lambda_j(k) u_j(k-1)}{\sum_{i=1}^4 \Lambda_i(k) u_j(k-1)} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، تابع  $\Lambda_j(k)$  طبق تعریف، برابر با تابع چگالی احتمال مقدار تخمین‌زده شده  $H_j X_j^-(k)$  است که دارای توزیع نرمال با میانگین Z(k) و کواریانس  $S_j(k)$  است. تابع چگالی احتمال براساس یک توزیع نرمال حول مقدار تخمین زده شده با استفاده از فیلتر کالمن می‌باشد که این روش با الهام گرفتن از روش بیان شده در مراجع [۱۷، ۱۶] آورده شده است. نحوه تعریف تابع چگالی احتمال و دیگر پارامترها با استناد به روش‌های آنالیز حرکتی آورده شده است [۱۶].

$$\begin{cases} S_j(k) = H_j \cdot P_j^-(k) \cdot H_j^T + R_j \\ \tilde{y}_j(k) = Z(k) - H_j X_j^-(k) \\ d_j^2(k) = \tilde{y}_j(k)^T \cdot S_j(k)^{-1} \cdot \tilde{y}_j(k) \\ \Lambda_j(k) = \frac{\exp\left(-\frac{d_j^2(k)}{2}\right)}{\sqrt{|2\pi S_j(k)|}} \end{cases} \quad (17)$$

در مرحله پنجم که آخرین مرحله است با توجه به مقادیر احتمالی به‌روز شده  $u_i$ ، ارتفاع‌های جدید فرستنده تخمین زده می‌شود، برای این کار به‌صورت زیر انجام می‌شود.

در رابطه (۱۰)  $U_{ij}$  برابر احتمال شرطی قرار داشتن در حالت  $j$  است به شرط آن‌که از حالت  $i$  به آن منتقل شده باشیم. منظور از حالت در این‌جا مشخصات حرکت هدف در ارتفاع‌های است که برای هدف هوایی فرض شده است. بنابراین بردار حالت  $X_j$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_j = [x \quad y \quad Vx \quad Vy]^T$$

در واقع همان‌طور که در تعریف  $X_j$  مشاهده می‌کنیم پارامترهای ارتفاع و سرعت در راستای ارتفاع را در نظر نگرفته‌ایم چرا که ارتفاع در هر تکرار به‌روز رسانی می‌شود و به‌عنوان برچسب حالت شناخته می‌شود. در مرحله دوم ورودی‌های جدید مدل حرکتی با توجه به احتمالات شرطی به‌دست آمده در مرحله قبل، محاسبه می‌شود [۱۶].

$$X_j^0(k-1) = \sum_{i=1}^4 X_i^+(k-1) U_{ij}(k-1) \quad (11)$$

پارامتر  $X_i^+(k-1)$  در رابطه (۱۱) برابر با مقدار به‌روز شده حالت سیستم در تکرار قبلی است که می‌تواند مقدار اولیه یا خروجی به‌دست‌آمده از تکرار قبلی باشد. همچنین  $X_j^0(k-1)$  برابر مقدار ورودی مدل حرکتی در مرحله kام است. این رابطه، برای ماتریس کواریانس نیز به شکل رابطه ۱۲ در می‌آید.

$$P_j^0(k-1) = \sum_{i=1}^4 [X_i^+(k-1) - X_j^0(k-1)] [X_i^+(k-1) - X_j^0(k-1)]^T \{ U_{ij}(k-1) \{ P_i^+(k-1) + \} \} \quad (12)$$

در مرحله سوم با توجه به فرض کوتاه بودن فاصله بین هر دو اندازه‌گیری، مدل حرکتی سرعت ثابت برای تخمین موقعیت بعدی هدف در نظر گرفته می‌شود، مزیت استفاده از داده‌های FDOA در این بخش آن است که در مرحله به‌روز رسانی فیلتر کالمن مقادیر سرعت و جهت حرکت نیز تغییر می‌کنند، در واقع بردار اندازه‌گیری  $Z(k)$  به‌جای  $[x(k) \quad y(k)]^T$  تبدیل به  $[x(k) \quad y(k) \quad Vx(k) \quad Vy(k)]^T$  می‌شود و اهداف با مدل‌های حرکتی پیچیده‌تری را نیز می‌توان با استفاده از همین فرضیات مکان‌یابی کرد. بنابراین فیلتر کالمن با ماتریس انتقال سرعت ثابت که به صورت زیر تعریف می‌شود به خروجی‌های مرحله دوم اعمال می‌شود.  $P_j^0(k-1)$

$$F(\tau_k) = \begin{bmatrix} I_2 & \tau_k \times I_2 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)،  $I_2$  ماتریس همانی  $2 \times 2$  می‌باشد. در نهایت فیلتر کالمن با استفاده از روابط زیر به ورودی‌های  $X_j^0(k-1)$  و  $P_j^0(k-1)$  اعمال می‌شود.

### ۳- نتایج و بحث

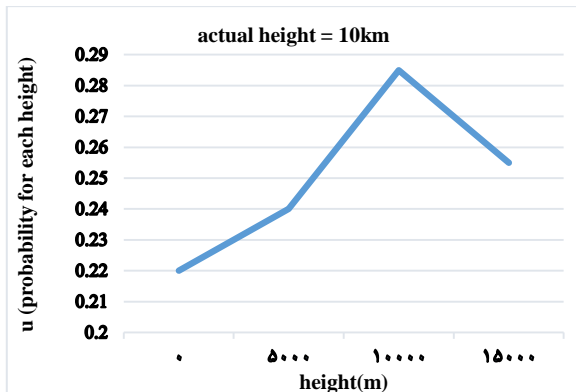
در این بخش برای ارزیابی روش ارائه شده به شبیه سازی آن پرداخته می شود. برای این منظور ابتدا باید نحوه قرارگیری اهداف با موقعیت معلوم مشخص شود. گیرنده در مبدا مختصات، یکی از اهداف با موقعیت معلوم در (۰، ۰، ۱۰ km) و دیگری در (۱۰ km, ۱۰ km,  $h_i$ ) قرار می گیرد. هدف مورد نظر در موقعیت (۲۰ km, ۵ km,  $h_i$ ) فرض می شود و شبیه سازی برای  $h_i$  های مختلف انجام می شود. همچنین سرعت فرستنده به صورت  $v_x = v_y = 70 \frac{m}{s}$  در نظر گرفته می شود.

اگر ماتریس  $\rho_{ij}$  به صورت قطری فرض شود به این معنی است که احتمال تغییر ارتفاع برای هدف هوایی صفر در نظر گرفته شده است، در این شبیه سازی با مجاز کردن تغییر ارتفاع از یک ارتفاع به ارتفاع مجاور، ماتریس  $\rho_{ij}$  به صورت زیر در نظر گرفته می شود. ماتریس  $\rho$  با توجه به سناریوی لحاظ شده برای حرکت پروازی در نظر گرفته شده است، در سناریوی مورد نظر احتمال ماندن در ارتفاع قبلی بعد از هر گام زمانی ۹۴ درصد و احتمال حرکت پرند به ارتفاع های مجاور ۶ درصد در نظر شده است. تاثیر لحاظ کردن این مقادیر برای ماتریس را می توان در رابطه (۱۰) مشاهده کرد.

$$\rho = \begin{bmatrix} 0.94 & 0.06 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0.94 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0.94 & 0.03 \\ 0 & 0 & 0.06 & 0.94 \end{bmatrix}$$

مقادیر اولیه احتمالات  $u_i$  نیز به صورت مساوی و برابر  $u_i = \frac{1}{M}$  در نظر گرفته می شوند که  $M = \max(i) = 4$  است.

ابتدا فرض می شود هدف در ارتفاع ۱۰ کیلومتری پرواز می کند و سپس نتیجه برای  $u_i$  بعد از یکبار تکرار تمام مراحل پنج گانه رسم می شود. نتیجه در شکل (۴) آمده است.



شکل ۴. نحوه توزیع احتمال پرواز در هر ارتفاع بعد از یک بار تکرار.

همان طور که در شکل (۴) مشاهده می شود، احتمال حرکت فرستنده در ارتفاع ۱۰ km بیشتر از بقیه ارتفاع ها است.

$$h_{\max\_likelihood} = h(\arg \max_{1 \leq i \leq 4} (u_i)) \quad (18)$$

$$\Delta h = h_2^-(k) - h_1^-(k)$$

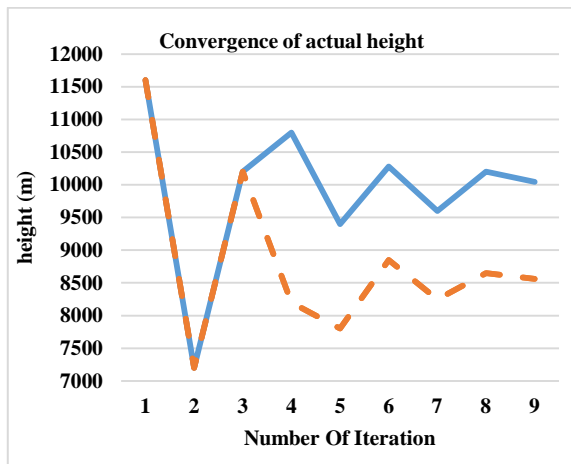
$$\begin{cases} h_1^+(k) = \max(h_{\max\_likelihood} - \Delta h, 0) \\ h_2^+(k) = h_{\max\_likelihood} - \frac{\Delta h}{2} \\ h_3^+(k) = h_{\max\_likelihood} + \frac{\Delta h}{2} \\ h_4^+(k) = \min(h_{\max\_likelihood} + \Delta h, 15km) \end{cases} \quad (19)$$

در همین مرحله با توجه به  $h_i(k)$  محاسبه شده، با استفاده از رابطه (۴)  $x, y$  های متناسب با مقادیر جدید ارتفاع های به روزرسانی شده  $(h_i(k))$  به دست می آیند، از روابط ارائه شده در بخش ۲-۲ نیز به منظور به دست آوردن اندازه و جهت بردار سرعت در ارتفاع های جدید استفاده خواهیم کرد.

شبه کد روش پیشنهادی که یک روش بر مبنای تکرار است، در شکل زیر مشاهده می شود. در شبه کد شکل (۳) ابتدا موقعیت هدف و بردار سرعت آن به دست می آید و سپس با استفاده از الگوریتمی که در بخش ۳-۲ مطرح شد ارتفاع های فرضی حرکت هدف به روز می شود، این کار آن قدر تکرار می شود تا اختلاف ارتفاع های به روز شده از مقدار مشخصی کمتر شود. این مقدار مشخص که مقدار آن به  $SNR$  سیگنال دریافتی، موقعیت هدف و موارد دیگر بستگی دارد، با  $\epsilon_0$  نمایش داده می شود. در واقع هر چه  $SNR$  کمتر و هدف دورتر باشد،  $\epsilon_0$  کوچکتری انتخاب می شود. چرا که در این شرایط نمی توان با دقت خوبی به تفکیک ارتفاع پرداخت.

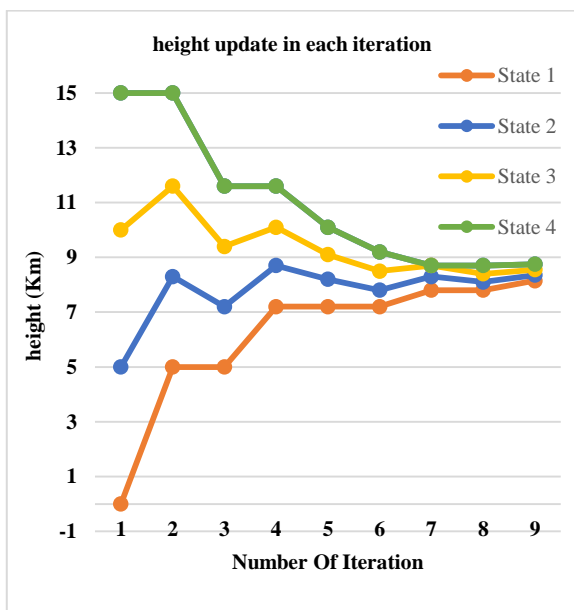
Hypothetical initial value of height = 0, 5km, 10km, 15km $h_i$ = Hypothetical initial value of height // $i = 1,2,3,4$ $u_i = 0.25$ // Assign initial probability to any height
START WHILE $ h_i - h_j  > \epsilon \forall i, j ; i \neq j$ // Step 1. Acquire target position and speed (section 2,3) $X_{k-1 k-1} = [x, y, V_x, V_y]$ // Step 2. Proposed algorithm (section 4) $X_{k k-1}^i = predict(X_{k-1 k-1}^i)$ // Kalman filter $X_{k k}^i = update(X_{k k-1}^i, LinearModel)$ // Kalman filter $d_i = Z - X_{k k}^i // i = 1,2,3,4$
// Probability density function $\Lambda_i$ According to $d_i$ $\Lambda_i(k)$ is obtained from Eq. (17). // Assign probability to any height $u_i(k)$ is obtained from Eq. (16).
$h_{maximum\_likelihood} = h(\arg \max_{1 \leq i \leq 4} (u_i))$ The values of $h_i^+$ are updated using Eq. (19). End while $Z_{Target} = h_{maximum\_likelihood}$ End

شکل ۳. شبه کد الگوریتم ارائه شده در این مقاله.



شکل ۷. ارتفاع تخمین زده شده بعد از هر تکرار و همگرایی به ارتفاع واقعی.

برای مشاهده عملکرد هر یک از مراحل روش ارائه شده و بررسی دقیق‌تر الگوریتم، در هر بار تکرار، ارتفاع به‌روز رسانی شده و همچنین مقادیر احتمالات تخصیص داده شده ( $u_i$ ) به آن نمایش داده می‌شود. شکل (۸) ارتفاع‌های به‌روز رسانی شده را که بر اساس رابطه (۱۹) به‌دست آمده است نمایش می‌دهد.

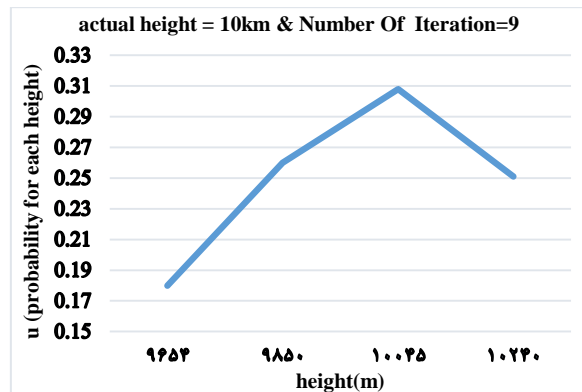


شکل ۸. مقادیر به‌روز رسانی شده برای ارتفاع در مرحله پنجم روش پیشنهاد شده رابطه (۱۹)

جدول (۱) احتمال هر یک از حالت‌های معرفی شده در شکل (۸) را بیان می‌کند و نحوه توزیع احتمال بین ۴ حالتی را که در شکل (۸) آمده است، مطرح می‌کند. در واقع جدول (۱) نحوه تخصیص احتمال به هر یک از ارتفاع‌های به‌روز رسانی شده برای حرکت فرستنده در ارتفاع ۸/۵ کیلومتر را در هر تکرار به نمایش می‌گذارد.

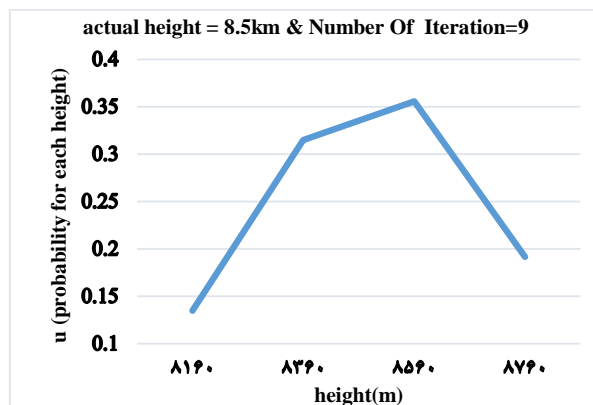
برای بررسی دقت قابل حصول و بهبود قدرت تفکیک گزارش ارتفاع هدف الگوریتم ادامه داده می‌شود. نتیجه بعد از ۹ مرتبه تکرار مراحل پنج‌گانه در شکل (۵) آمده است.

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم ارتفاع‌های کاندید از مقادیر [۰، ۵، ۱۰، ۱۵] کیلومتر در تکرار اول (به‌صورت شکل (۴)) به مقادیر [۹۶۵۴، ۹۸۵۰، ۱۰۰۴۵، ۱۰۲۴۰] متر بعد از ۹ بار تکرار در شکل (۵) تبدیل شده‌اند.



شکل ۵. نحوه توزیع احتمال پرواز در هر ارتفاع بعد از ۹ مرتبه تکرار.

به منظور بررسی نتایج برای حرکت فرستنده در ارتفاع‌هایی غیر از ارتفاع‌های پیش‌فرض [۰، ۵، ۱۰، ۱۵] کیلومتر، فرض می‌کنیم فرستنده در ارتفاع ۸/۵ کیلومتر پرواز کند، آن‌گاه نتیجه قرارگیری در هر ارتفاع ( $u_i$ ) بعد از ۹ مرتبه تکرار به صورت شکل (۶) بدست می‌آید که واضحاً احتمال ارتفاع ۸۵۶۰ متر از بقیه بیشتر است و این ارتفاع به عنوان ارتفاع موقعیت هدف توسط الگوریتم گزارش می‌شود.



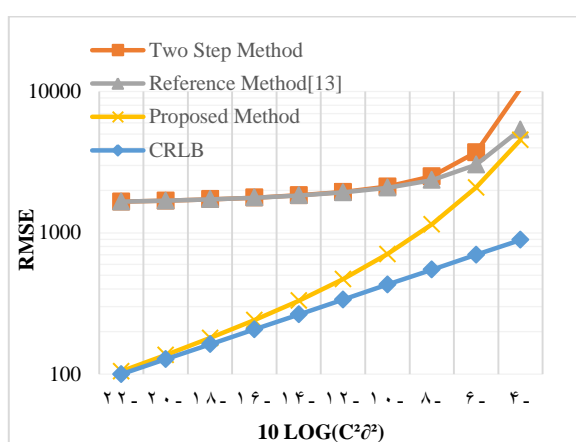
شکل ۶. نحوه توزیع احتمال پرواز در هر ارتفاع بعد از ۹ مرتبه تکرار.

در شکل (۷) نحوه همگرایی الگوریتم برای موقعیت فرستنده در ارتفاع‌های ۱۰ و ۸/۵ کیلومتر مشاهده می‌شود. در این شکل در هر تکرار، ارتفاع با بالاترین احتمال  $u_i$  انتخاب شده است (رابطه ۱۸). همان‌طور که می‌بینیم در هر دو مورد، بعد از طی یک حالت گذرا، از یک ارتفاع پیش فرض اولیه به ارتفاع درست همگرا می‌شوند.

بعد حل می کنند. عدم در نظر گرفتن ارتفاع پروازی خطای ثابتی را به محاسبات می افزاید که به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} \text{Error}_{\text{Fixed}} &= \sqrt{x^2 + y^2 + h^2} - \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= \sqrt{20\text{km}^2 + 5\text{km}^2 + 8.5\text{km}^2} - \sqrt{20\text{km}^2 + 5\text{km}^2} \\ &= 1.68\text{km} \end{aligned}$$

بعد از ۱۰۰۰ بار تکرار شبیه سازی برای هر واریانس نویز در هر سه روش نتیجه دقت موقعیت یابی در نمودار زیر نشان داده شده است. در محور افقی شکل (۹) واریانس نویز تفاضل زمان ورود ( $\sigma^2$ ) را به واریانس نویز تفاضل فاصله ( $c^2\sigma^2$ ) تبدیل کرده ایم.



شکل ۹. مقایسه روش های مختلف با روش ارائه شده در این روش.

همان طور که در شکل بالا مشاهده می شود برای روش پیشنهاد شده با توجه به در نظر گرفتن ارتفاع از لحاظ جذری میانگین مربع خطا نتایج بهتری مشاهده می شود.

برای تبیین یک سناریوی پدافندی واقعی شکل (۲) را در نظر بگیرید. حال فرض کنید که می خواهیم از یک رادار فعال برای به دست آوردن موقعیت هواپیما استفاده شود. یکی از نقاط ضعف رادارهای فعال، جمرهای نویزی توان بالا هستند. در رادارها تمهیدات زیادی اندیشیده می شود که بهره پردازشی رادار بالا رفته و تا حد ممکن در برابر جمرهای نویزی مقاوم باشند. با این حال جمر می تواند با بالا بردن توان ارسالی خود، بر بهره پردازشی رادار غالب آمده و به اصطلاح صفحه رادار را سفید می کند.

به عنوان مثال هواپیمای جمر<sup>۱</sup> EA-6B چهار جمر AN/ALQ-99 حمل می کند که هر یک توان ۱۰/۸ کیلووات دارد. اگر بهره آنتن آن نیز ۱۰ دسیبل فرض کنیم، آنگاه توان دریافتی از این مجموعه جمر در آنتنی با سطح موثر ۰/۱ متر مربع، در فواصل مختلف به صورت نمودار زیر است.

جدول ۱. تخصیص احتمال به هر یک از حالت های مطرح شده در شکل (۸).

مرتبۀ تکرار		$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
۰	$Z_i(\text{km})$	۰	۵	۱۰	۱۵
	$u_i$	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵
۱	$Z_i(\text{km})$	۰	۵	۱۰	۱۵
	$u_i$	۰/۲۶۲	۰/۲۹۸	۰/۳۸۱	۰/۱۲۱
۲	$Z_i(\text{km})$	۵	۸/۳	۱۱/۶	۱۵
	$u_i$	۰/۲۹۱	۰/۳۲۱	۰/۲۶۹	۰/۱۱۸
۳	$Z_i(\text{km})$	۵	۷/۲	۹/۴	۱۱/۶
	$u_i$	۰/۲۰۷	۰/۳۲۵	۰/۳۳۵	۰/۱۳۲
۴	$Z_i(\text{km})$	۷/۲	۸/۷	۱۰/۱	۱۱/۶
	$u_i$	۰/۲۹۶	۰/۳۲۶	۰/۲۵۶	۰/۱۲
۵	$Z_i(\text{km})$	۷/۲	۸/۲	۹/۱	۱۰/۱
	$u_i$	۰/۲۳۱	۰/۳۴	۰/۲۹۹	۰/۱۲۸
۶	$Z_i(\text{km})$	۷/۲	۷/۸	۸/۵	۹/۲
	$u_i$	۰/۱۳	۰/۲۷۴	۰/۳۵۴	۰/۲۴۴
۷	$Z_i(\text{km})$	۷/۸	۸/۳	۸/۷	۸/۷
	$u_i$	۰/۱۸۸	۰/۳۴۹	۰/۳۲۵	۰/۱۳۶
۸	$Z_i(\text{km})$	۷/۸	۸/۱	۸/۴	۸/۷
	$u_i$	۰/۱۲۵	۰/۲۵۵	۰/۳۳۹	۰/۲۸
۹	$Z_i(\text{km})$	۸/۱۵	۸/۲۵	۸/۵۵	۸/۷۵
	$u_i$	۰/۱۳۷	۰/۳۱۵	۰/۳۵۷	۰/۱۹

در ادامه به مقایسه خطای فاصله یابی روش ارائه شده در این تحقیق با روش دو مرحله ای و خطی معمول می پردازیم. [۱۳]. در روش های معمول و خطی از ۵ گیرنده [۱۳] برای مکان یابی غیرفعال سه بعدی توسط داده های تفاضل زمانی و فرکانسی سیگنال دریافتی بهره گرفته می شود، این در حالی است که در روش ارائه شده در این تحقیق از یک ایستگاه گیرنده و دو هدف کمکی با موقعیت از پیش مشخص شده (ایستگاه های مجازی) استفاده می شود. بنابراین برای مقایسه روش های معمول با روش ارائه شده در این تحقیق فقط سه گیرنده در نظر گرفته می شود. این روش در حالتی ارجحیت به دیگر روش ها دارد که محدودیت ۳ گیرنده وجود داشته باشد. نحوه ی چینش ۳ گیرنده برای شبیه سازی روش های مذکور به این صورت است که گیرنده اول در مبدا قرار می گیرد و گیرنده دوم و سوم در موقعیت اهداف از پیش مشخص شده قرار می گیرند. اندازه گیری های TDOA و FDOA حاصل از اضافه شدن نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  به مقدار دقیق هر کدام از پارامترها می باشد. نویز داده های TDOA و FDOA ناهمبسته می باشند. موقعیت و سرعت هدف همچون قبل در ارتفاع ۸/۵ کیلومتر در نظر گرفته می شود. در روش هایی که قصد مقایسه آن ها با روش ارائه شده در این مقاله وجود دارد، مادامی که از ۳ گیرنده استفاده شود تنها قادر به اندازه گیری دو بعد از مختصات فرستنده یا هدف خواهند بود. بنابراین، ارتفاع را نادیده گرفته و مسئله فاصله یابی را در دو

<sup>۱</sup> یک هواپیمای دوموتوره جهت ماموریت های جنگ الکترونیک می باشد.



جدول ۲. جدول فرضیات مورد استفاده در محاسبه برد مکان یابی پسیو.

شماره	پارامتر	مقدار
۱	توان موثر تابشی فرستنده غیر همکار ( $EIRP_J$ )	1000W
۲	سطح مقطع موثر آنتن رادار ( $A_e$ )	1m <sup>2</sup>
۳	سطح مقطع راداری هدف ( $\sigma$ )	3000m <sup>2</sup>
۴	زمان به روز رسانی اطلاعات هدف ( $T_{UD}$ )	10ms (0.01sec)
۵	عدد نویز گیرنده ( $F_n$ )	8dB
۶	فاصله فرستنده تا رادار ( $R_J$ )	100km

در رابطه (۲۰) حداقل توان دریافتی ( $P_n$ ) برای آشکارسازی سیگنال دریافتی به دست می آید.

$$P_r \geq P_n \times SNR_{Min} \quad (20)$$

توانی که رادار از بازتاب سیگنال از جرم دریافت می کند برابر است با:

$$P_r = \frac{EIRP_J \sigma}{4\pi R_{RC0}^2} \times \frac{G_R \lambda^2}{(4\pi)^2 R_0^2} = \frac{EIRP_J G_R \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{RC0}^2 R_0^2} \quad (21)$$

توان نویز حرارتی دریافتی برابر است با:

$$P_n = \frac{kT_0 F_n}{T_{UD}} \quad (22)$$

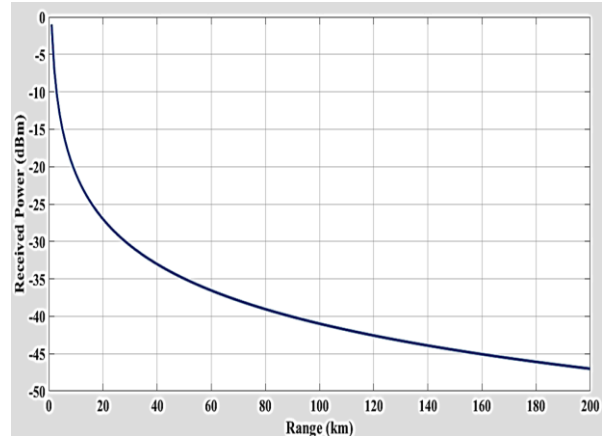
در رابطه (۲۲) K برابر ثابت بولتزمن<sup>۱</sup> و  $F_n$  برابر عدد نویز و  $T_{UD}$  برابر مدت زمان بودن برای روی هدف و دریافت سیگنال می باشد. در واقع مقدار  $\frac{1}{T_{UD}}$  برابر پهنای باند نویز دریافتی گیرنده می باشد. برای قابل شناسایی بودن هدف باید:

$$P_r \geq P_n \times SNR_{Min} \rightarrow \frac{EIRP_J G_R \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{RC0}^2 R_0^2} \geq \frac{kT_0 F_n}{T_{UD}} \times SNR_{Min} \quad (23)$$

$$\rightarrow R_{RC0}^2 R_0^2 \leq \frac{EIRP_J G_R \lambda^2 \sigma T_{UD}}{(4\pi)^3 kT_0 F_n \times SNR_{Min}}$$

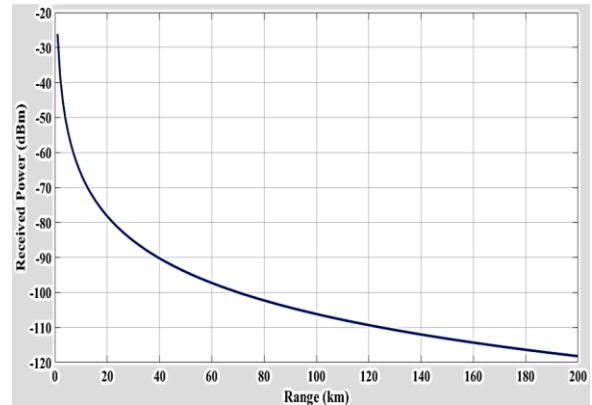
شکل هایی که در ادامه رسم می شود بر حسب SNRهای متفاوت رسم می باشد. در صورت حداقل SNRهای بالاتر از صفر می بایست طبق رابطه (۲۳)، مقدار سمت راست نامساوی را تعیین کنیم. اعداد نوشته شده بر روی هر یک از منحنی ها نمایش گر اختلاف مقدار سمت راست نامساوی رابطه (۲۳) در SNR مورد نظر با این مقدار در SNR صفر می باشد که در رابطه (۲۴) نشان داده شده است.

$$curve_{data} = \frac{EIRP_{Tx} A_e \sigma T_{UD}}{(4\pi)^2 kT_0 F_n (SNR_{min} = desire) \cdot EIRP_{Tx} A_e \sigma T_{UD}} - \frac{EIRP_{Tx} A_e \sigma T_{UD}}{(4\pi)^2 kT_0 F_n (SNR_{min} = 0dB)} \quad (24)$$



شکل ۱۰. توان دریافتی از جرم EA-6B در فواصل مختلف

مطابق با این نمودار، حتی در فاصله ۲۰۰ کیلومتری، توان دریافتی از جرم می تواند بیش از -۵۰ dBm باشد. برای مقایسه، فرض می کنیم که توان رادار ۳۰ kW و بهره آنتن رادار نیز ۳۶ dB باشد، در این صورت توان دریافتی از هدفی با سطح مقطع راداری ۱۰۰ متر مربع به صورت نمودار زیر است.



شکل ۱۱. توان دریافتی از هدف در رادار.

همان طور که می بینیم، توان دریافتی از جرم بسیار بالاتر از توان دریافتی از هدف است. حتی اگر رادار بهره پردازشی ۵۰ دسیبل داشته باشد، باز هم جرمی که در فاصله ۲۰۰ کیلومتری است می تواند رادار را تا فاصله ۵۰ کیلومتری کور کند.

وجود جرم هایی با این قدرت ما را وادار می دارد که به فکر مدهای پیشرفته تر مقابله با جرم باشیم. یک راه حل هوشمندانه برای این منظور آن است که از سیگنال خود جرم به عنوان منبع تابش استفاده کنیم. اصول این کار مشابه رادارهای غیر فعال است. این رادارها سیگنال ارسالی از منابع غیر راداری (مانند سیگنال رادیو FM یا AM یا تلوزیون دیجیتال و یا ...) را به عنوان مرجع می گیرند.

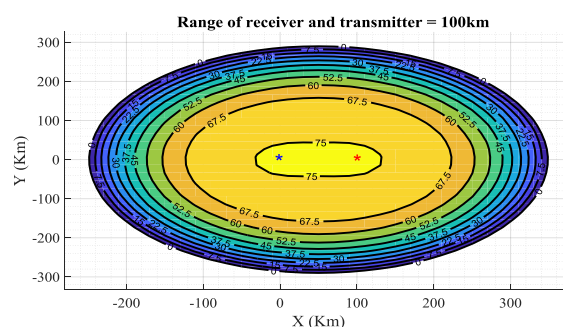
در ادامه برد سامانه برای یک سناریوی عملی همچون توان موثر و فاصله مشخص هدف با موقعیت معلوم تا گیرنده رسم می شود. این مشخصات در جدول (۲) آمده است.

<sup>1</sup> Boltzmann Constant

روش ارائه شده در این مقاله از یک فرم بسته و صریح برای حل معادلات TDOA و FDOA استفاده شده است. همچنین اگر از روش بازگشتی استفاده نشود برای رسیدن به ۱۵۰ متر در ۱۵ کیلومتر ارتفاع متصور برای هدف هوایی فعال باید برای ۱۰۰ ارتفاع مفروض با اختلاف ۱۵۰ متر معادلات را نوشت و حرکت منطبق با مدل حرکتی هدف را به عنوان ارتفاع هدف انتخاب کنیم. حال آن که در این روش فقط ۴ ارتفاع را در نظر می گیریم و به ارتفاع واقعی هدف همگرا می شویم. بنابراین، ۲۵ بار در محاسبات مربوط به ارتفاع کاهش محاسبات داشته و ۱۰ مرتبه کاهش محاسبات در حل معادلات TDOA و FDOA نسبت به روش نیوتن [۱۳] می باشد و مجموعاً ۲۵۰ مرتبه کاهش محاسبات داشته، البته این روش برای نسبت های سیگنال به نویز پایین امکان عدم همگرایی دارد. در روش های مکان یابی معمول که قصد مکان یابی سایت های راداری را دارند [۱۸]، حتماً باید اطلاعات و سیگنال های دریافتی از سایت های راداری خوشه بندی شوند تا بتوانیم اطلاعات دریافتی از حسگرها را به درستی به یک فرستنده اختصاص دهیم، که نیاز به زمان و محاسبات بیشتری نسبت به روش مذکور دارند.

## ۵- مرجع ها

- [1] Yang, H.; Chun, J.; Chae, D. "Hyperbolic Localization in MIMO Radar Systems"; IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett. 2015, 14, 618-621.
- [2] Ferguson, E. L.; Ferguson, B. G. "High-Precision Acoustic Localization of Dolphin Sonar Click Transmissions Using a Modified Method of Passive Ranging by Wavefront Curvature"; J. Acoust. Soc. Am. 2019, 146, 4790-4801.
- [3] Wan, P.; Ni, Y.; Hao, B. "Passive Localization of Signal Source Based on Wireless Sensor Network in The Air"; Int. J. Distrib. Sens. 2018, 14, 155014771876737.
- [4] Dempster, A.G.; Cetin, E. "Interference Localization for Satellite Navigation Systems"; Proc. IEEE. 2016, 104, 1318-1326.
- [5] Nikoo, M.; Behnia, F. "Single-Site Source Localisation Using Scattering Data"; IET Radar Sonar Navig. 2018, 12, 250-259.
- [6] Bar-Shalom, O.; Weiss, A. "Emitter Geolocation Using Single Moving Receiver"; IEEE Signal Process Mag. 2014, 105, 70-83.
- [7] Marchand, N. "Error Distributions of Best Estimate of Position from Multiple Time Difference Hyperbolic Networks"; IRE Trans. Aerosp. Navig. Electron. 1964, 11, 96-100.
- [8] Lee, H. "A Novel Procedure for Assessing The Accuracy of Hyperbolic Multilateration"; IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1975, 11, 2-15.
- [9] Cooper, D. "Statistical Analysis of Position-Fixing General Theory for Systems With Gaussian Errors"; Proc. Inst. Electr. Eng. 1972, 119, 637.



شکل ۱۲. ناحیه پوشش برای فرستنده در فاصله ۱۰۰ کیلومتر با توان موثر تابشی ۱۰۰۰ وات.

برای فاصله ۱۰۰ کیلومتری و توان موثر تابشی ۱ کیلووات به منظور رسیدن به  $SNR_{min}$  ۱۶ دسیبل خواهیم داشت.

$$\frac{EIRP_{Tx} A_e \sigma T_{UD}}{(4\pi)^2 k T_0 F_n (SNR_{min} = 16dB)} - \frac{EIRP_{Tx} A_e \sigma T_{UD}}{(4\pi)^2 k T_0 F_n (SNR_{min} = 0dB)} = 73$$

همان طور که در شکل (۱۲) مشاهده می کنیم افزایش حداقل  $SNR$  تغییر زیادی بر روی حداکثر برد سامانه خواهد داشت، عدد ۷۳ بر روی منحنی حداقل برد سامانه در  $SNR_{min}$  ۱۶ دسیبل را نشان می دهد. البته طبق رابطه بالا اگر زمان بودن بر روی هدف ( $T_{UD}$ ) را افزایش دهیم می توانیم برد را افزایش دهیم.

همان طور که در این شکل می بینیم، برای فرستنده با  $EIRP$  برابر ۱ کیلووات می توان به برد آشکارسازی حداقل ۵۰ کیلومتر حول گیرنده و حول هدف با موقعیت معلوم رسید. در واقع هر چه حداقل  $SNR$  مورد نیاز گیرنده بیشتر باشد حداکثر برد سامانه کاهش می یابد.

## ۴- نتیجه گیری

با توجه به نتایج شبیه سازی، با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله، مکان یابی سه بعدی یک هدف هوایی فعال (منبع رادیویی) با بهره گیری از یک گیرنده و دو هدف با موقعیت معلوم میسر شده است. همان طور که می دانیم، در حالت معمول، با به کارگیری دو هدف با موقعیت معلوم فقط می توان هدف اصلی را در دو بعد موقعیت یابی کرد ولی با استفاده از الگوریتمی که در این مقاله مطرح شده است، تعیین موقعیت فرستنده در سه بعد انجام شده است. همچنین پیچیدگی پایین محاسباتی در این روش خود مزیتی محسوب می شود که این روش را از لحاظ عملی جذاب می کند، چرا که تمام مجهولات به صورت مستقل و به شکل بسته محاسبه می شوند.

در روش های مشابه برای حل معادلات TDOA و FDOA از روش نیوتن<sup>۱</sup> از ۱۰ مرتبه تکرار استفاده می شود ([۱۳])، که در

<sup>1</sup> Newton's Method

به‌صورت معادل برای پارامتر  $\dot{r}_0$  یا  $\dot{R}_i$  خواهیم داشت.

$$\dot{r}_0 = \dot{R}_i = \frac{\partial |\vec{R}|}{\partial t} = \left| \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} \right| \times \cos \left( \theta_{\frac{\partial \vec{R}}{\partial t}} - \theta_{\vec{R}} \right) \quad (27)$$

$$\Rightarrow \dot{r}_0 = V \times \cos(\theta_v - \alpha_i)$$

در نهایت رابطه (۶) که به‌صورت برداری نوشته شده بود، به فرم زیر نوشته می‌شود.

$$S_i V \cos(\theta_v - \theta_{s_i}) + \dot{r}_{i0} R + r_{i0} V \cos(\theta_v - \alpha_i) + r_{i0} \dot{r}_{i0} = 0 \quad (28)$$

با ساده‌سازی معادله (۲۸)، به شکل صریح و مستقل برای هر کدام از مجهولات می‌رسیم. برای این کار تابع سینوس و کسینوس رابطه (۲۸) بسط داده می‌شود.

$$S_i V \cos(\theta_v) \cos(\theta_{s_i}) + S_i V \sin(\theta_v) \sin(\theta_{s_i}) + r_{i0} V \cos(\theta_v) \cos(\alpha_i) + r_{i0} V \sin(\theta_v) \sin(\alpha_i) = r_{i0} \dot{r}_{i0} - \dot{r}_{i0} R \quad (29)$$

سپس رابطه (۲۹) مرتب و طرفین رابطه بر  $V$  تقسیم می‌شود.

$$\Rightarrow (S_i \cos(\theta_{s_i}) + r_{i0} \cos(\alpha_i)) \cos(\theta_v) + (S_i \sin(\theta_{s_i}) + r_{i0} \sin(\alpha_i)) \sin(\theta_v) = \frac{r_{i0} \dot{r}_{i0} - \dot{r}_{i0} R}{V} \quad (30)$$

برای خلاصه‌نویسی، قسمت‌هایی از رابطه (۳۰) به اختصار و به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{cases} A_i = S_i \cos(\theta_{s_i}) + r_{i0} \cos(\alpha_i) \\ B_i = S_i \sin(\theta_{s_i}) + r_{i0} \sin(\alpha_i) \end{cases} \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه (۳۱) در رابطه (۳۰) و ساده‌سازی آن، برای  $i$  های ۱ و ۲ معادلات زیر تشکیل می‌شود.

$$\begin{cases} \sin \left( \theta_v + \text{tag}^{-1} \left( \frac{A_1}{B_1} \right) \right) = \frac{(r_{10} \dot{r}_{10} - \dot{r}_{10} R)}{V(\sqrt{A_1^2 + B_1^2})} \quad (I) \\ \sin \left( \theta_v + \text{tag}^{-1} \left( \frac{A_2}{B_2} \right) \right) = \frac{(r_{20} \dot{r}_{20} - \dot{r}_{20} R)}{V(\sqrt{A_2^2 + B_2^2})} \quad (II) \end{cases} \quad (32)$$

معادله (I) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\sin \left( \theta_v + \text{tag}^{-1} \left( \frac{A_2}{B_2} \right) + \left( \text{tag}^{-1} \left( \frac{A_1}{B_1} \right) - \text{tag}^{-1} \left( \frac{A_2}{B_2} \right) \right) \right) = \frac{(r_{10} \dot{r}_{10} - \dot{r}_{10} R)}{V(\sqrt{A_1^2 + B_1^2})} \quad (33)$$

بعد از بسط تابع سینوسی و جایگزینی رابطه (II) به معادله (۳۳) می‌رسیم که تنها مجهول آن  $V$  می‌باشد.

[10] Schmidt, R. "A New Approach to Geometry of Range Difference Location"; IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1972, 8, 821-835.

[11] Zekavat, A.; Buehrer, R. "Handbook of Position Location: Theory, Practice and Advances"; Wiley-IEEE Press 2019.

[12] Xu, W.; Zi-Shu, H. "Target Motion Analysis in Three-Sensor Tdoa Location System"; Int. J. Inf. Technol. Manage. 2011, 10, 1150-1160.

[13] Quo, F.; Ho, K. C. "A Quadratic Constraint Solution Method For TDOA And FDOA Localization"; IEEE Int. Conf. Acoust. Spee. 2011, 12 July, 2588-2591.

[14] Willis, J.; Griffiths, D. "Advances in Bistatic Radar"; SciTech Publishing. 2007, 147-154.

[15] Howland P.E.; Maksimiuk D.; Reitsma G. "FM Radio Based Bistatic Radar"; IEE P-Radar Son Nav. 2005, 152, 105-106.

[16] Jan, S.; Kao, Y. "Radar Tracking with an Interacting Multiple Model and Probabilistic Data Association Filter for Civil Aviation Applications"; IEEE Sens. J. 2013, 13, 6636-6650.

[17] Chen, L.; Li, S. "IMM Tracking of a 3d Maneuvering Target with Passive Tdoa System"; IEEE Int. Conf. Neural Networks, 2003.

[18] Towhidi, S.M.; Ahmadi, A. "A Combination Model for Surface Radar Sites Location Considering Active and Passive Defence"; Adv. Defence Sci. Technol. 2012, 3, 187-197 (In Persian).

## پیوست

در این ضمیمه به اثبات یک فرم بسته و صریح برای به‌دست آوردن اندازه و جهت بردار سرعت هدف متحرک هوایی با استفاده از رابطه (۶) پرداخته می‌شود. ابتدا با توجه به تعریف پارامترهای موجود در رابطه (۶) و فرضیات مسئله همچون ساکن بودن حسگرها فرم غیر برداری آن به‌دست می‌آید. سپس به منظور سهولت در ادامه روند حل مسئله رابطه (۶) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{S}_i^T x + \dot{r}_{i0} r_0 + S_i^T \dot{x} + r_{i0} \dot{r}_0 = \dot{S}_i^T S_i^T - r_{i0} \dot{r}_{i0} \quad (25)$$

با توجه به ساکن بودن حسگرها ترم‌های  $\dot{S}_i^T x$  و  $\dot{S}_i^T S_i^T$  صفر در نظر گرفته می‌شوند. همان‌طور که قبلاً گفته شد،  $r_{i0}$  مقدار اختلاف زمان ورودی،  $\dot{r}_{i0}$  بیانگر اختلاف فرکانس ورودی و  $r_0$  بیان‌گر اندازه‌ی بردار موقعیت هدف نسبت به حسگر مرجع است که اندازه  $R_i()$  و جهت آن  $(\alpha_i)$  در رابطه (۵) به‌دست می‌آید. پارامتر  $\dot{r}_0$  مشتق اندازه‌ی بردار موقعیت هدف نسبت به حسگر مرجع ( $\dot{R}_i$ ) است که باید برحسب اندازه  $(V)$  و جهت بردار سرعت  $(\theta_v)$  نوشته شود. رابطه کلی مشتق اندازه یک بردار فرضی در رابطه (۲۶) نوشته شده است.

$$\frac{\partial |\vec{a}|}{\partial t} = \frac{\partial (\vec{a} \cdot \vec{a})^{\frac{1}{2}}}{\partial t} = \frac{\vec{a} \cdot \frac{\partial \vec{a}}{\partial t}}{|\vec{a}|} = \left| \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} \right| \times \cos \left( \theta_{\frac{\partial \vec{a}}{\partial t}} - \theta_{\vec{a}} \right) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)}{V(\sqrt{A_2^2 + B_2^2})} \times \cos\left(\text{tag}^{-1}\left(\frac{A_1}{B_1}\right) - \text{tag}^{-1}\left(\frac{A_2}{B_2}\right)\right) \\ & + \sqrt{1 - \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)^2}{V^2(A_2^2 + B_2^2)}} \\ & \times \sin\left(\text{tag}^{-1}\left(\frac{A_1}{B_1}\right) - \text{tag}^{-1}\left(\frac{A_2}{B_2}\right)\right) \quad (34) \\ & = \frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)}{V(\sqrt{A_1^2 + B_1^2})} \end{aligned}$$

بعد از حل این معادله، مقدار  $V$  به صورت صریح و مستقل از  $\theta_v$  به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} V^2 &= \frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)^2(A_2^2 + B_2^2)}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} + \\ & \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)^2(B_1B_2 + A_1A_2)^2}{(A_2^2 + B_2^2)(A_1B_2 - A_2B_1)^2} + \\ & 2 \times \frac{(r_{10}\dot{r}_{10} - \dot{r}_{10}R)(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)(B_1B_2 + A_1A_2)}{(A_1B_2 - A_2B_1)^2} \quad (35) \\ & + \frac{(r_{20}\dot{r}_{20} - \dot{r}_{20}R)^2}{(A_2^2 + B_2^2)} \end{aligned}$$

بعد از محاسبه مقدار  $V$  با استفاده از رابطه (۳۲) مقدار  $\theta_v$  نیز به دست می‌آید.