
Analysis of a Coaxial Consequent-Pole Magnetic Gear based on Magnetic equivalent circuit

A. Khoda Karami^{1*}, H. Feshki Farahani², R. Nasiri Zarandi³

* Islamic Azad University, Shahr-e-Qods Branch, Tehran, Iran

(Received: 26/06/2020; Accepted: 05/09/2020)

Abstract

Design and analysis of a magnetic gear (MG) needs to precise calculation of flux density distribution along the MG. However applying the finite element method is relatively accurate, it takes a long time in the preliminary design process in order to study the effective parameters. One of the new structures of MGs is consequent-pole magnetic gear (CPM) kind that saves the permanent magnet (PM). In this paper, the 2-dimensional (2D) modeling of a CPM using magnetic equivalent circuit (MEC) method is presented which determines the distribution of magnetic fields, fluxes, and torques of inner and outer rotors. To evaluate the performance of the proposed model, a CPM is analysed with two pole PM arc coefficient and flux density is extracted in different parts of CMG as well as its radial and tangential component of torque. Furthermore, to confirm the proposed model results, the finite element analysis was performed by Ansoft / Maxwell software that verifies the MEC results.

Keywords: Consequent-Pole Magnetic Gear, Pull out Torque, Modulation Ring and Flux Density

* Corresponding author E-mail: aqukh@godsiau.ac.ir

تحلیل چرخ‌دنده مغناطیسی هم محور با ساختار قطب منتهج بر مبنای مدار معادل مغناطیسی

علیرضا خداکرمی^{*}، حسن فشکی فراهانی^۲، رضا نصیری زرنندی^۳

۱- مربی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرقدس، شهرقدس، ایران،

۲- دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد آشتیان، تهران، ایران، ۳- استادیار، پژوهشگاه نیرو، تهران، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۰۶ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۱۵)

چکیده

به منظور تسهیل در طراحی و تحلیل یک چرخ‌دنده، نیاز به محاسبه دقیق توزیع شار مغناطیسی در قسمت‌های مختلف چرخ‌دنده است. اگرچه استفاده از روش تحلیل المان محدود نسبتاً دقیقتر است اما برای مطالعات پارامتری در مراحل اولیه فرآیند طراحی یک محصول، بسیار زمان‌بر است. لذا در این مواقع اغلب از روش MEC استفاده می‌شود. یکی از ساختارهای نسبتاً جدید چرخ‌دنده‌ها، نوع قطب منتهج می‌باشد که در حجم آهنربا صرفه‌جویی می‌شود. در این مقاله مدل‌سازی دو بعدی یک چرخ‌دنده قطب منتهج با استفاده از روش MEC ارائه شده است که توزیع میدان‌های مغناطیسی، شارها، گشتاور روتور درونی و بیرونی را در بخش‌های مختلف چرخ‌دنده تعیین شده است. برای ارزیابی عملکرد مدل ارائه شده، برای دو نمونه چرخ‌دنده با مقادیر متفاوت ضریب قطب و ضریب حلقه مدولاسیون چرخ‌دنده تحلیل شده و چگالی شار، گشتاور و غیره در بخش‌های مختلف چرخ‌دنده تعیین شده است. همچنین برای تایید نتایج به دست آمده از مدل، تحلیل المان محدود توسط نرم افزار Ansoft/Maxwell انجام گرفته است و نتایج با یکدیگر مقایسه شده اند.

واژه‌های کلیدی: چرخ‌دنده هم‌محور قطب منتهج، گشتاور شکست، حلقه مدولاسیون و چگالی شار

۱- مقدمه

ساختارهای مختلفی برای چرخ‌دنده مغناطیسی [۱۳-۵]

معرفی شده‌است. چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور در سال ۲۰۰۱ معرفی گردید [۱۴]. این نوع چرخ‌دنده به دلیل توانایی بالا در انتقال گشتاور در سال‌های اخیر توجهات زیادی را در تحقیقات معطوف خود نموده است و تاکنون ساختارهای مختلفی از جمله ساختار هالباخ [۱۵، ۱۶] و همچنین ساختارهای ترکیبی [۱۷] برای این نوع چرخ‌دنده ارائه شده است.

از نقطه نظر تحلیل الکترومغناطیسی، این نوع چرخ‌دنده‌ها تاکنون چهار روش مهم در مقالات ارائه شده‌اند، که عبارت‌اند از: الف) روش تحلیلی [۲۴-۱۸]، ب) تئوری ماشین‌های الکتریکی [۲۵]، ج) تحلیل عددی (روش المان محدود) [۲۹-۲۶] و د) تحلیل شبکه رلوکتانسی [۳۳-۳۰].

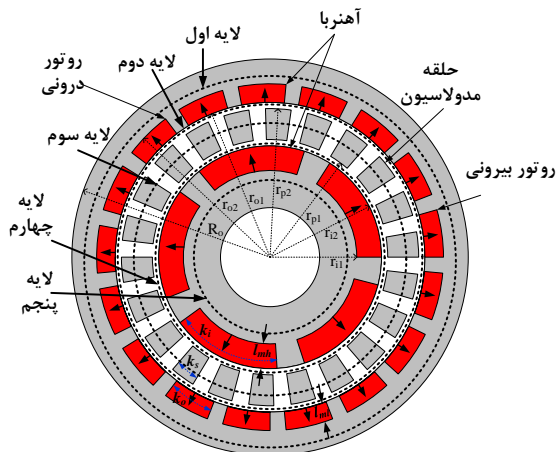
هر یک از روش‌های فوق دارای مزایا و معایبی می‌باشد؛ به عنوان نمونه اگرچه روش تحلیل المان محدود یک روش دقیق برای مدل‌سازی دقیق ماشین‌های الکتریکی می‌باشد که برای مواد مغناطیسی با خاصیت غیرخطی نیز کارایی دارد اما این روش زمان‌بر بوده و برای مطالعات پارامتری در مراحل اولیه فرآیند طراحی یک محصول، بسیار زمان‌بر است. همچنین روش مبتنی بر MEC ضمن برخوردار بودن از دقت مناسب، نیاز به زمان محاسبات کمتری داشته که در مراحل اولیه طراحی چرخ‌دنده می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. با توجه به سرعت روش MEC، این روش در زمینه تحلیل

امروزه بیشتر دستگاه‌های مورد استفاده در صنایع مختلف دارای چرخ‌دنده هستند و با پیشرفت روزافزون صنعت، چرخ‌دنده‌ها نقش انکارناپذیری در فرآیندهای صنعتی پیدا کرده‌اند. این تجهیزات برای انتقال توان دورانی از یک محور به محور دیگر که توسط آن، گشتاور و یا سرعت دورانی یا جهت چرخش و یا راستای محوری قابل تغییر است، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. در قرن گذشته از چرخ‌دنده‌های مکانیکی به منظور دستیابی به اهداف گفته شده استفاده می‌شد اما معایبی همچون اصطکاک، سایش و شکست به دلیل تماس دنده‌ها به یکدیگر، نیاز به روانکاری و نگهداری مداوم، سروسزای زیاد و ... باعث سوق محققان به سمت طراحی چرخ‌دنده‌های مغناطیسی شده است.

ظهور چرخ‌دنده‌های مغناطیسی تا حدودی محدودیت‌ها و مشکلات چرخ‌دنده‌های مکانیکی را برطرف نموده‌اند. با توجه به توانایی انتقال گشتاور بدون تماس فیزیکی و استفاده از تزویج میدان‌های مغناطیسی برای این امر در چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، باعث افزایش قابلیت اطمینان، کاهش لرزش، محافظت در مقابل اضافه بار، مجزا نمودن شفت ورودی و خروجی از یکدیگر و همچنین نیاز به تعمیر و نگهداری کمتر گردیده‌اند [۴-۲].

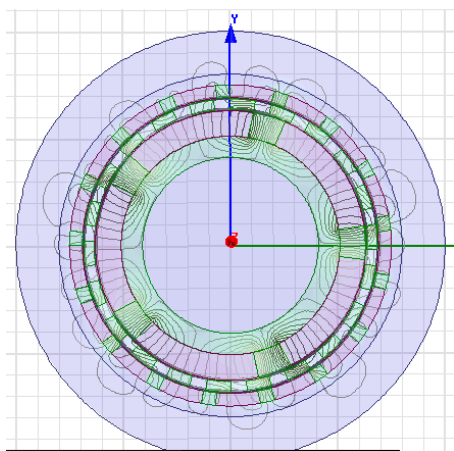
۲- اساس عملکرد چرخ‌دنده هم‌محور قطب منتهج

ساختار چرخ‌دنده قطب منتهج در شکل (۱) نشان داده شده است. با توجه به این شکل، این ساختار شامل روتور بیرونی، تکه قطب‌ها و رتور درونی می‌باشد که در اکثر کاربردها تکه قطب‌ها ثابت هستند. روتور با تعداد قطب‌های بیشتر مانند روتور بیرونی، دارای سرعت پایین و گشتاور بالایی می‌باشد و بالعکس روتور درونی دارای سرعت بیشتر و گشتاور خروجی کمتر می‌باشد.



شکل (۱): ساختار چرخ‌دنده مغناطیسی قطب منتهج.

البته می‌توان در این ساختار با ثابت نگهداشتن یک جزء از سه جزء، دو جزء دیگر بچرخد. البته می‌توانند هر سه نیز بچرخند. در این ساختار روتورهای درونی و بیرونی هر دو قطب منتهج بوده و قطب‌های هر دو روتور در یک راستای شعاعی یکسان مغناطیس شده‌اند. در این ساختار هر قطب به همراه قطب تکه‌های برجسته آهنی مجاور مسیری برای عبور شار فراهم می‌نمایند لذا پهنای این قطب‌های آهنی برجسته نقش بسیار اساسی در عملکرد چرخ‌دنده دارد.



شکل (۲): مسیر بسته شدن شار در ساختار قطب منتهج.

با توجه به مفهوم عملکردی این نوع چرخ‌دنده، تعداد جفت قطب‌های هارمونیک‌های فضایی میدان که توسط روتور CPM ایجاد می‌شود به صورت رابطه زیر می‌باشد:

ماشین‌های الکتریکی کاربرد زیادی داشته و مطالعات مختلفی از جمله مدل‌سازی ماشین‌های القایی، رزولور^۱ (اندازه‌گیر زاویه)، ماشین‌های شار محوری، موتورهای سنکرون مغناطیس دائم و ... مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳۴-۳۸].

یکی از ساختارهای چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، ساختار قطب منتهج می‌باشد که در این ساختار بخشی از آهنربا حذف شده و به صورت مجازی قطب‌های S ساخته می‌شود. جهت دستیابی به چگالی گشتاور بالا، نیاز به آهنربا بزرگتر می‌باشد که این مساله ارتباط مستقیم با هزینه دارد. جهت غلبه بر این مشکل ساختار قطب منتهج ارائه شده است که می‌تواند به صورت چشمگیری در مصرف آهنربا صرفه جویی با حفظ چگالی گشتاور به مقدار مناسب نماید. در این ساختار با کاهش ۱۶/۵٪ آهنربا چگالی گشتاور فقط به میزان ۵/۳٪ کاهش می‌یابد [۲۸].

در این مقاله مدل‌سازی دینامیکی چرخ‌دنده‌های مغناطیسی هم‌محور قطب منتهج با استفاده از روش MEC بر مبنای روش تحلیل گره ارائه شده است. در این مدل‌سازی، با استخراج مدار معادل مغناطیسی و روابط حاکم بر آن، پارامترهای چرخ‌دنده از جمله چگالی شارهای شعاعی و مماسی و گشتاورهای روتور درونی و بیرونی محاسبه می‌شوند. هم‌چنین برای تأیید نتایج به دست آمده از مدل، تحلیل المان محدود توسط نرم‌افزار Ansoft/Maxwell انجام گرفته است و نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

در اغلب مدل‌های ارائه شده، چرخ‌دنده در راستای شعاعی به صورت هفت‌لایه در نظر گرفته شده که حجم محاسبات نسبتاً بالایی دارد در حالی که در مدل پیشنهاد شده در این مقاله چرخ‌دنده در راستای شعاعی به پنج لایه تقسیم شده است که حجم محاسبات را به صورت چشمگیری کاهش می‌دهد که یکی از نوآوری‌های این مقاله به حساب می‌آید. لازم به ذکر است که علی‌رغم کاهش تعداد لایه‌ها، مدل پیشنهادی از دقت خوبی برخوردار می‌باشد. هم‌چنین استخراج مدل دینامیکی چرخ‌دنده در کنار تحلیل گره و محاسبات شار و گشتاور روتورهای درونی و بیرونی، از دیگر نوآوری‌های این مقاله می‌باشد.

ساختار مقاله به این صورت است که، در بخش دوم ابتدا مقدمه‌ای بر عملکرد چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور ارائه شده و سپس استخراج مدار معادل مغناطیسی حاکم بر آن در بخش سوم ارائه شده است. در بخش چهارم مقاله به مدل‌سازی دینامیکی چرخ‌دنده پرداخته شده است. نتایج به دست آمده از مدل‌سازی به همراه تحلیل المان محدود در بخش پنجم آمده است. در بخش پایانی نیز نتیجه‌گیری مقاله ارائه شده است.

¹ Resolver

باشد. رلوکتانس یک ماده مغناطیسی را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$R = \frac{L}{\mu A} \quad (۵)$$

که در آن، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی، L طول ماده مغناطیسی و A سطح مقطع ماده است. برای مولفه مماسی $L = (r+x)\theta$ (معادل طول کمان) و $A = h dx$ می‌باشد.

با توجه به شکل (۳)، رلوکتانس یک المان در راستای مماسی (dR_θ) از قطعه مغناطیسی شکل را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد [۳۹]:

$$dR_\theta = \frac{(r+x)\theta}{\mu \times h \times dx} \quad (۶)$$

که در آن

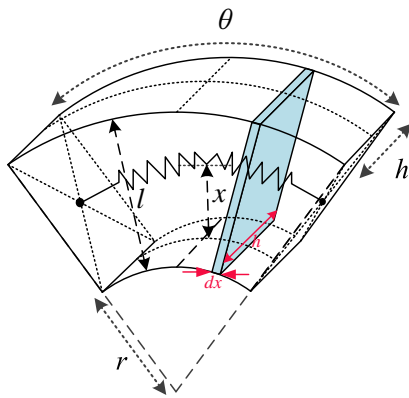
x : متغیر نشان‌دهنده فاصله هر نقطه داخل قطعه از شعاع داخلی آن

θ : شعاع داخلی قطعه

h : طول قطعه در راستای شعاعی

θ : زاویه قطعه

h : ضخامت قطعه یا همان طول استک است



شکل (۳): مقاومت مغناطیسی یک قطعه در مدار معادل مغناطیسی در راستای مماسی.

رلوکتانس یک قطعه از شبکه رلوکتانسی در راستای مماسی، با محاسبه هدایت مغناطیسی آن (P_θ) و سپس معکوس کردن آن، به‌دست می‌آید:

$$P_\theta = \int \frac{1}{dR_\theta} = \frac{\mu_0 \mu_r h}{\theta} \ln \left(1 + \frac{l}{r} \right) \quad (۷)$$

$$R_\theta = \frac{\theta}{\mu_0 \mu_r h} \frac{1}{\ln \left(1 + \frac{l}{r} \right)} \quad (۸)$$

رلوکتانس قطعه‌های شعاعی (R_r) نیز به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$p_{m,k} = |mp + kN_s|, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۱)$$

سرعت زاویه‌ای هارمونیک‌های فضایی نیز از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\Omega_{m,k} = \frac{mp}{mp + kN_s} \Omega_r + \frac{mp}{mp + kN_s} \Omega_s \quad (۲)$$

که Ω_r و Ω_s به ترتیب سرعت زاویه‌ای مکانیکی روتور و تکه قطب‌ها می‌باشد. برای دستیابی به چگالی گشتاور انتقالی حداکثر باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$p_l + p_h = N_s \quad (۳)$$

زمانی که حلقه مدولاسیون ثابت می‌شود، نسبت تبدیل چرخ‌دنده از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$G_r = \frac{p_h - N_s}{p_h} = -\frac{p_l}{p_h} \quad (۴)$$

که علامت منفی بیانگر مخالف بودن جهت چرخش دو روتور بیرونی و درونی می‌باشد.

۳- مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور بر مبنای مدار معادل مغناطیسی

تحلیل مدار معادل مغناطیسی با پارامترهای مداری متمرکز یکی از روش‌های تحلیلی است که معمولاً برای تخمین میدان‌های ایستای مغناطیسی تجهیزات الکترومغناطیسی استفاده می‌شود. این روش در ماشین‌های مغناطیس دائم، عموماً برای ارزیابی چگالی شارهای متوسط در فواصل هوایی و آهنرباها استفاده می‌شود. در واقع این روش یک ابزار طراحی مقدماتی سریع برای ماشین‌های مغناطیس دائم است. در نتیجه در این مطالعه نیز از روش تحلیل شبکه رلوکتانسی برای مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور به‌منظور مطالعات طراحی استفاده شده است.

در تحلیل شبکه رلوکتانسی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور، این چرخ‌دنده در راستای مماسی به N قسمت مساوی (زاویه هر قطعه برابر با $360/N$ درجه خواهد بود) و در راستای شعاعی با توجه ساختار این چرخ‌دنده به ۵ لایه تقسیم شده که در شکل (۱) نشان داده شده است.

۳-۱- مدل‌سازی رلوکتانس‌های و نیروهای محرکه مغناطیسی شبکه

به‌منظور محاسبه رلوکتانس و نیروی محرکه مغناطیسی بین دو گره، ابعاد هندسی و مشخصه مواد مغناطیسی چرخ‌دنده باید مشخص

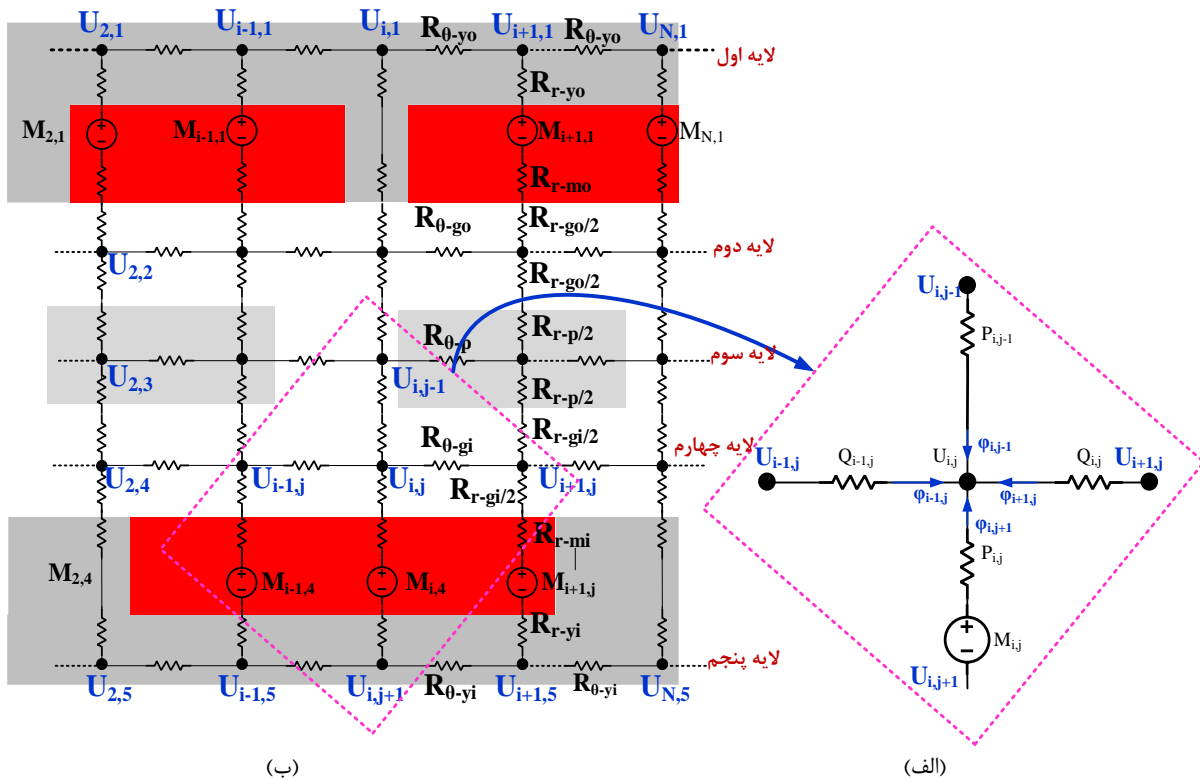
نیروی محرکه مغناطیسی آهنرباهای تعبیه شده در دو روتور چرخ دنده را می‌توان به صورت منابع ولتاژی در هر شاخه مداری مدل کرد. نیروی محرکه مغناطیسی یک آهنربا با طول آن در راستای مغناطیس‌شدگی (l_m) و شدت میدان ضد مغناطیسی آن (H_c) رابطه مستقیم دارد:

$$M_k = H_c(\theta) \cdot l_{mk} \quad (10)$$

در رابطه فوق اندیس k ، نشانگر قطعه k ام در راستای مماسی است.

$$R_r = \int_0^l \frac{dx}{\mu h \theta(r+x)} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \cdot h \cdot \theta} \ln\left(1 + \frac{l}{r}\right) \quad (9)$$

رلوکتانس قسمت‌های مختلف مدار معادل شامل، یوغ‌ها، تکه قطب‌ها، آهنرباها و فواصل هوایی با استفاده از روابط (۸ و ۹) محاسبه می‌شود که برای حالتی که هوا می‌باشد باید $\mu_r = 1$ قرار گیرد. لازم به ذکر است که به دلیل یکنواخت بودن توزیع میدان در راستای Z ، از رلوکتانس مدار در این راستا (R_z)، صرف نظر شده است.



شکل (۴): مدار معادل چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور با ساختار قطب منتهجه و پارامترهای آن.

که شار هر یک از شاخه از روابط (۱۱-۸) به دست می‌آید.

$$\varphi_{i-1,j} = Q_{i-1,j} \cdot (U_{i-1,j} - U_{i,j}) \quad (12)$$

$$\varphi_{i+1,j} = Q_{i+1,j} \cdot (U_{i+1,j} - U_{i,j}) \quad (13)$$

$$\varphi_{i,j-1} = P_{i,j-1} \cdot (U_{i,j-1} - U_{i,j}) \quad (14)$$

$$\varphi_{i,j+1} = P_{i,j+1} \cdot (U_{i,j+1} - U_{i,j} + M_{i,j}) \quad (15)$$

که P و Q به ترتیب مولفه‌های شعاعی و مماسی هدایت مغناطیسی هر یک از المان‌ها و M نیروی محرکه مغناطیسی می‌باشد. با جایگذاری روابط (۱۵-۱۲) در رابطه (۱۱) و ساده‌سازی آن می‌توان رابطه (۱۶) را نوشت:

M_k نیروی محرکه مغناطیسی برای قطعه k ام می‌باشد. باتوجه به مطالب ارائه شده، به منظور استخراج توزیع شار مغناطیسی در بخش‌های مختلف چرخ‌دنده، باید معادلات گره برای مدار فوق که شامل $5N$ گره و در نتیجه $5N$ مجهول که بیانگر پتانسیل مغناطیسی گره‌ها می‌باشد، حل شود. باتوجه به خطی بودن روابط، برای محاسبه این مجهولات، می‌توان یک دستگاه معادلات خطی تشکیل داد و آن را حل نمود.

۳-۲- معادلات حاکم بر مدار معادل مغناطیسی

مدار معادل چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور در شکل (۴) نشان داده شده است که دارای پنج لایه است. باتوجه به شکل (۴-الف)، برای گره ستون i ام سطر j ام می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1} = 0 \quad (11)$$

که در آن U_{Net} بردار پتانسیل مغناطیسی گره‌های مدار بوده و به صورت بردار زیر می‌باشد:

$$U_{Net} = \begin{bmatrix} U_{1,1} \\ U_{1,2} \\ \vdots \\ U_{i,j} \\ \vdots \\ U_{5,N} \end{bmatrix} \quad (19)$$

همچنین ماتریس هدایت مغناطیسی و F_{Net} ماتریس نیروی محرکه مغناطیسی وارد شونده به گره‌ها می‌باشد. لازم به ذکر است که در روابط (۱۹)، جهت منابع معادل باتوجه به نوع آهنربا (N یا S) در هر موقعیت، تعیین می‌شود. با ضرب طرفین رابطه (۱۸) در معکوس ماتریس P_{Net} ، می‌توان پتانسیل مغناطیسی گره‌ها را به دست آورد:

$$[U_{Net}] = [P_{Net}]^{-1} \times [F_{Net}] \quad (20)$$

با مشخص شدن پتانسیل مغناطیسی گره‌ها، شار مغناطیسی شاخه‌ها با استفاده از روابط (۱۵-۱۲) به دست می‌آیند. باتوجه به مشخص شدن شار در بخش‌های مختلف، می‌توان چگالی شار در سراسر چرخ‌دنده از جمله مسیرهای شعاعی (B_{r-go} و B_{r-gi}) و مسیرهای مماسی در فواصل هوایی درونی و بیرونی ($B_{\theta-go}$ و $B_{\theta-gi}$) را به صورت روابط (۲۴-۲۱) به دست آورد.

$$B_{r-go} = \frac{\varphi_{r-go}}{A_{r-go}}, \quad A_{r-go} = \frac{\theta \times L \times (r_{p2} + r_{o1})}{2} \quad (21)$$

$$B_{r-gi} = \frac{\varphi_{r-gi}}{A_{r-gi}}, \quad A_{r-gi} = \frac{\theta \times L \times (r_{i2} + r_{p1})}{2} \quad (22)$$

$$B_{\theta-go} = \frac{\varphi_{\theta-go}}{A_{\theta-go}}, \quad A_{\theta-go} = L \times (r_{o1} - r_{p2}) \quad (23)$$

$$B_{\theta-gi} = \frac{\varphi_{\theta-gi}}{A_{\theta-gi}}, \quad A_{\theta-gi} = L \times (r_{p1} - r_{i2}) \quad (24)$$

در روابط (۲۴-۲۱)، θ نشان‌دهنده زاویه پوشش داده شده در هر المان مدار می‌باشد که با توجه به تقسیم چرخ‌دنده به N المان، مقدار آن برابر با $\frac{2\pi}{N}$ رادیان می‌باشد. پارامترهای r_{o1} ، r_{p2} ، r_{p1} ، r_{i2} به ترتیب نشان‌دهنده شعاع بیرونی روتور درونی، شعاع داخلی حلقه فرومغناطیس، شعاع بیرونی حلقه فرومغناطیس و شعاع داخلی روتور بیرونی می‌باشد. L طول استک (ضخامت چرخ‌دنده) می‌باشد. پارامتر A نیز سطح مقطع مسیر عبور شار را نشان می‌دهد.

برای در نظر گرفتن خاصیت غیرخطی و اشباع هسته، باید هسته به صورت منحنی $B-H$ در مدل، لحاظ گردد. البته در این مطالعه با توجه به این‌که حداکثر چگالی شار مغناطیسی در محدوده خطی قرار دارد، این منحنی به صورت خطی در نظر گرفته شده است. در مرجع [۴۰] نحوه در نظر گرفتن پدیده اشباع برای موتورهای BLDC توضیح داده شده است که براحتی می‌تواند برای چرخ‌دنده نیز مورد استفاده قرار گیرد. برای این منظور می‌توان مشخصه هسته

$$\begin{aligned} & -(P_{i,j} + Q_{i,j} + P_{i,j-1} + Q_{i-1,j})U_{i,j} - (P_{i,j-1})U_{i,j-1} \\ & + (Q_{i-1,j})U_{i-1,j} + (Q_{i,j})U_{i+1,j} + (P_{i,j})U_{i,j+1} \\ & = -P_{i,j} \cdot M_{i,j} \end{aligned} \quad (16)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, 5$$

که در رابطه (۱۶):

- برای گره‌های واقع بر روی لایه اول ($j=1$) $P_{i,j-1}$ برابر با صفر است.
- برای گره‌های واقع بر روی لایه آخر ($j=5$) $P_{i,j}$ برابر با صفر است.
- برای گره‌های المان اول ($i=1$) $Q_{i-1,j} = Q_{N,j}$ می‌باشد.
- برای گره‌های المان اول ($i=1$) $Q_{i,j} = Q_{1,j}$ می‌باشد.

مطابق شکل (۴-ب) پس از تعیین مقاومت‌های مغناطیسی بخش‌های مختلف بر اساس روابط (۸ و ۹) می‌توان مؤلفه‌های شعاعی (P) و مماسی (Q) هدایت مغناطیسی را به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} P_{i,1} &= (R_{r-yo} + R_{r-mo} + R_{r-go/2})^{-1} \\ P_{i,2} &= (R_{r-go/2} + R_{r-p/2})^{-1} \\ P_{i,3} &= (R_{r-p/2} + R_{r-gi/2})^{-1} \\ P_{i,4} &= (R_{r-yi} + R_{r-mi} + R_{r-gi/2})^{-1} \\ Q_{i,1} &= (R_{\theta-yo})^{-1} \\ Q_{i,2} &= (R_{\theta-go})^{-1} \\ Q_{i,3} &= (R_{\theta-p})^{-1} \\ Q_{i,4} &= (R_{\theta-gi})^{-1} \\ Q_{i,5} &= (R_{\theta-yi})^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

در روابط فوق:

$R_{r-yo}, R_{\theta-yo}$: رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی یوغ بیرونی
 $R_{r-yi}, R_{\theta-yi}$: رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی یوغ بیرونی
 $R_{r-mo}, R_{\theta-mo}$: رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی آهنربا روتور بیرونی
 $R_{r-mi}, R_{\theta-mi}$: رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی آهنربا روتور درونی
 $R_{r-p/2}, R_{\theta-p}$: رلوکتانس مماسی و رلوکتانس شعاعی برای نصف طول حلقه فرومغناطیس (باتوجه به محل قرارگیری تکه قطب‌ها از جنس هسته یا هوا خواهند بود)
 $R_{\theta-go}, R_{\theta-gi}$: رلوکتانس‌های مماسی فاصله هوایی درونی و بیرونی
 $R_{r-gi/2}, R_{\theta-gi/2}$: رلوکتانس‌های شعاعی برای نصف طول فاصله هوایی درونی و بیرونی می‌باشند.

پس از نوشتن رابطه (۱۶) برای تک‌تک گره‌ها، می‌توان رابطه بین پتانسیل مغناطیسی با نیروی محرکه مغناطیسی گره‌ها و هدایت مغناطیسی را به فرم ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$[P_{Net}]_{5N \times 5N} \times [U_{Net}]_{5N \times 1} = [F_{Net}]_{5N \times 1} \quad (18)$$

که λ_i^{k+1} ضریب میرایی و c_d ثابت میرایی که برابر با 0.7 انتخاب شده است. لذا در هر تکرار باید رلوکتانس‌ها بر حسب مقادیر جدید پرمابیلیته محاسبه و مقدار شار و چگالی شار به دست آمده و تا زمانی که رابطه زیر برقرار باشد ادامه یابد.

$$\left| \frac{\mu_{r,i}^{k-1} - \mu_i^{k-1}}{\mu_i^{k-1}} \right| \leq \epsilon \quad (30)$$

که ϵ شاخص اتمام تکرار بوده و با توجه به دقت مورد نیاز انتخاب می‌شود.

۴- استخراج گشتاور روتور درونی و بیرونی

رابطه کلی محاسبه گشتاور برای چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

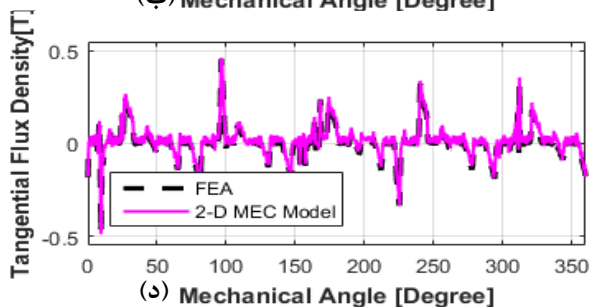
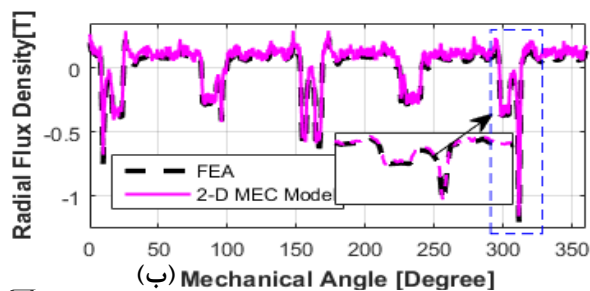
$$T = \frac{h.r^2}{\mu} \int_0^{2\pi} B_\theta B_r d\theta \quad (31)$$

در این رابطه، مجموع گشتاور وارده بر کلیه المان‌های روتور محاسبه می‌شود. با توجه به این که، این انتگرال بر روی سطح روتور اعمال می‌شود، پارامتر B_r مؤلفه میدان عمود بر سطح المان و B_θ مؤلفه میدان سطحی عبوری از المان را نشان می‌دهد.

رابطه انتگرالی گشتاور (۳۱) را می‌توان به یک فضای گسسته به صورت زیر منتقل و گشتاور حاصل از روتور درونی (T_i) و گشتاور وارده بر روتور بیرونی (T_o) را استخراج کرد:

$$T_o = \frac{\pi.h.(R_{p2} + R_{o1})^2}{2\mu_0.N} \sum_{j=1}^N B_{\theta o-j} B_{r o-j} \quad (32)$$

$$T_i = \frac{\pi.h.(R_{i2} + R_{p1})^2}{2\mu_0.N} \sum_{j=1}^N B_{\theta i-j} B_{r i-j} \quad (33)$$



را با منحنی B-H در مدل‌سازی لحاظ نمود. با در نظر گرفتن مشخصه هسته، رابطه (۱۸) را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\left[P_{Net}(\mu_i^k) \right]_{5N \times 5N} \times \left[U_{Net}(\mu_i^k) \right]_{5N \times 1} = \left[F_{Net} \right]_{5N \times 1} \quad (25)$$

که μ_i^k پرمابیلیته المان i اندیس برای المان‌های در نظر گرفته شده در راستای مماسی است) در تکرار k ام می‌باشد. $U_{Net}(\mu_i^k)$ پتانسیل مغناطیسی گره‌ها در تکرار k ام است. لذا با استفاده از مقدار پتانسیل مغناطیسی در تکرار k ام، می‌توان شار شاخه‌ها را محاسبه نموده و با استفاده از آن مولفه‌های چگالی شار را از روابط زیر به دست آورد.

$$\left[B_{r,i}^k \right] = \left[\phi_{r,i}^k \right] / A_{r,i} \quad (26)$$

$$\left[B_{\theta,i}^k \right] = \left[\phi_{\theta,i}^k \right] / A_{\theta,i} \quad (27)$$

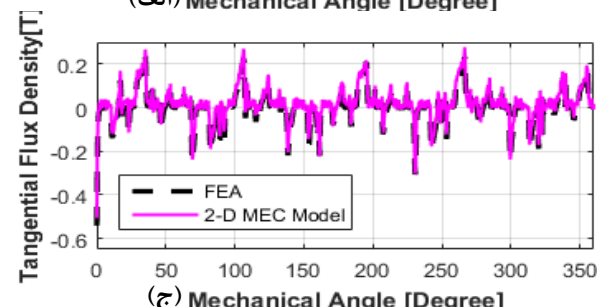
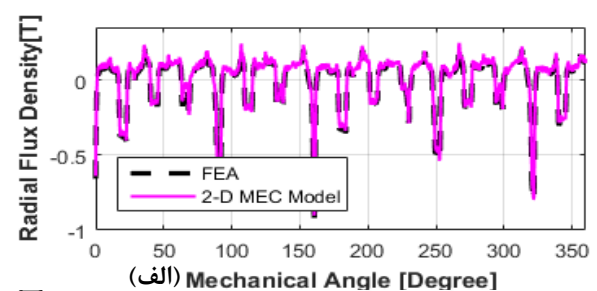
که $\phi_{r,i}^k$ و $\phi_{\theta,i}^k$ به ترتیب مؤلفه‌های مماسی و شعاعی شار، $A_{r,i}$ و $A_{\theta,i}$ سطح عبور مؤلفه‌های مماسی و شعاعی شار، $B_{r,i}^k$ و $B_{\theta,i}^k$ برای المان i ام در تکرار k ام می‌باشد. با تعیین چگالی شار، با استفاده از مشخصه مغناطیسی مواد می‌توان شدت میدان مغناطیسی H_i^k مرتبط با B_i^k را به دست آورد و با استفاده از آن پرمابیلیته مرتبط با این چگالی شار را از رابطه زیر به دست آورد.

$$\mu_{r,i}^k = B_i^k / H_i^k \quad (28)$$

بنابراین پرمابیلیته در تکرار $k+1$ ام توسط رابطه زیر تعیین می‌شود [۴۱]:

$$\mu_i^{k+1} = \mu_i^k + \lambda_i^{k+1} \cdot (\mu_{r,i}^k - \mu_i^k) \quad (29)$$

$$\lambda_i^{k+1} = \min \left\{ 1, 0.01 + \frac{c_d}{c_d + \left| \mu_{r,i}^k - \mu_i^k \right| / \mu_i^k} \right\}$$



شکل (۵): (الف) مؤلفه شعاعی روتور درونی، (ب) مؤلفه مماسی روتور درونی، (ج) مؤلفه شعاعی روتور بیرونی، (د) مؤلفه مماسی روتور بیرونی چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی درونی و بیرونی به دو روش MEC و FEA و با مقادیر $k_i=80\%$ و $k_o=75\%$

شکل (۶) چگالی شار به همراه توزیع خطوط شار مغناطیسی که توسط آهنرباهای موجود در روی هر دو روتور درونی و بیرونی تحریک شده است، نشان داده شده است. از روی این شکل می‌توان دریافت که تراکم خطوط مغناطیسی در بین دو آهنربای مجاور روتور درونی و بیرونی بیشتر است. همچنین در لبه‌های نوک‌تیز تکه‌قطب‌ها و گوشه‌های آهنربا، میزان چگالی شار بالا بوده و ممکن است باعث اشباع هسته شود.

جدول (۱): مشخصات مغناطیسی و ابعاد هندسی چرخ‌دنده مغناطیسی.

واحد	مقدار		نماد	پارامتر
	حالت اول	حالت دوم		
mm	۰/۵		g_i	طول فاصله هوایی درونی
mm	۰/۵		g_o	طول فاصله هوایی بیرونی
mm	۴۱		r_s	شعاع شفت
mm	۵۱		r_{i1}	شعاع داخلی روتور درونی
mm	۶۳		r_{i2}	شعاع بیرونی روتور درونی
mm	۶۳/۵		r_{p1}	شعاع داخلی حلقه مدولاسیون
mm	۶۸/۵		r_{p2}	شعاع بیرونی حلقه مدولاسیون
mm	۶۹		r_{o1}	شعاع داخلی روتور بیرونی
mm	۷۵		r_{o2}	شعاع بیرونی روتور بیرونی
mm	۸۰		r_{yl}	شعاع یوغ بیرونی
mm	۶۰		L	طول محور (استک)
-	۵		p_h	تعداد زوج قطب‌های آهنربای روتور درونی
-	۱۷		p_l	تعداد زوج قطب‌های آهنربای روتور بیرونی
-	۲۲		n_s	تعداد تکه‌قطب‌ها
T	۰/۴۴		B_r	چگالی شار پسماند
A/m	-۲۷۰,۰۰۰		H_c	نیرو محرکه ضد مغناطیسی آهنربا
-	شعاعی		-	جهت مغناطیس‌شدگی
mm	۱۲		l_{mh}	ضخامت آهنربای روتور درونی
mm	۶		l_{ml}	ضخامت آهنربای روتور بیرونی
%	۶۰		k_s	ضریب آهن حلقه مدولاسیون
%	۶۰	۸۰	k_i	ضریب آهنربای قطب درونی
%	۶۰	۷۵	k_o	ضریب آهنربای قطب بیرونی

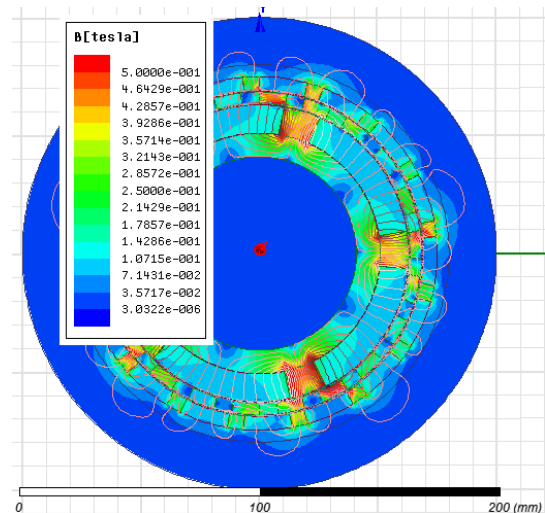
۵-۱- حالت اول: ضریب قطب درونی ۸۰٪ و قطب بیرونی ۷۵٪

یکی از مهم‌ترین مشخصه‌های چرخ‌دنده‌ها، مشخصه گشتاور برحسب زاویه مکانیکی می‌باشد. حداکثر گشتاوی که چرخ‌دنده مغناطیسی می‌تواند به بار انتقال دهد، در یک زاویه مکانیکی خاص روتور درونی نسبت به روتور بیرونی اتفاق می‌افتد. در واقع تعیین کننده گشتاور خروجی چرخ‌دنده، گشتاور بار این سیستم است که منجر به ایجاد یک اختلاف زاویه الکتریکی خاص متناظر با گشتاور مورد نیاز، بین دو روتور می‌شود. به منظور درک بهتر این موضوع، می‌توان منحنی قابلیت گشتاور چرخ‌دنده را ترسیم نمود. این منحنی، با ثابت

در روابط فوق، شعاع متوسط فواصل هوایی در نظر گرفته شده است. باتوجه به تقسیم چرخ‌دنده در راستای مماسی به N قسمت، لذا $d\theta = 2\pi/N$ در نظر گرفته می‌شود. گشتاور متوسط غیرصفر وارد بر روتور بیرونی چرخ‌دنده در اثر چرخش روتور درونی به وجود می‌آید و این گشتاور منجر به حرکت کردن روتور بیرونی می‌شود.

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش یک نمونه چرخ‌دنده مغناطیسی با مشخصات ارائه شده در جدول (۱) توسط مدل پیشنهادی تحلیل شده و میدان‌های مغناطیسی و گشتاور در بخش‌های مختلف تعیین شده است. همچنین برای تایید صحت نتایج به دست آمده از روش مدل‌سازی MEC، چرخ‌دنده مذکور با استفاده از روش المان محدود نیز مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است. در این مدل‌سازی، چرخ‌دنده در راستای مماسی به 720 المان ($N=720$) تقسیم شده است. همچنین در راستای شعاعی چرخ‌دنده به پنج لایه تقسیم شده است که در بخش قبلی توضیح داده شد. شبیه‌سازی برای دو حالت زیر انجام شده است و هدف آن است که در کنار نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی، تاثیر کاهش حجم آهنربای استفاده شده بر مؤلفه‌های مماسی و شعاعی و همچنین گشتاور خروجی مورد بررسی قرار گیرد. شکل موج مؤلفه‌های مماسی و شعاعی چگالی شار در طول فاصله هوایی درونی و بیرونی برای چرخ‌دنده در شکل (۵) نشان داده شده است. باتوجه به تعداد قطب‌های روتور درونی و بیرونی، دوره تناوب چگالی شار روتور پرسرعت برابر با 72 ($360/5$) درجه می‌باشد. همچنین تعداد ضربان‌های موجود در هر دوره از چگالی شار برابر با تعداد قطب‌های روتور بیرونی می‌باشد که برابر با 17 ضربان در 360 درجه مکانیکی می‌باشد. برای مقایسه نتایج به دست آمده از مدل‌سازی، چرخ‌دنده مذکور با استفاده از روش المان محدود نیز مورد تحلیل قرار گرفته و چگالی شار مغناطیسی در فواصل هوایی درونی و بیرونی به دست آمده است که در شکل (۵) ترسیم شده است.



شکل (۶): توزیع چگالی شار به همراه خطوط شار مغناطیسی برای $k_o=75\%$ و $k_i=80\%$

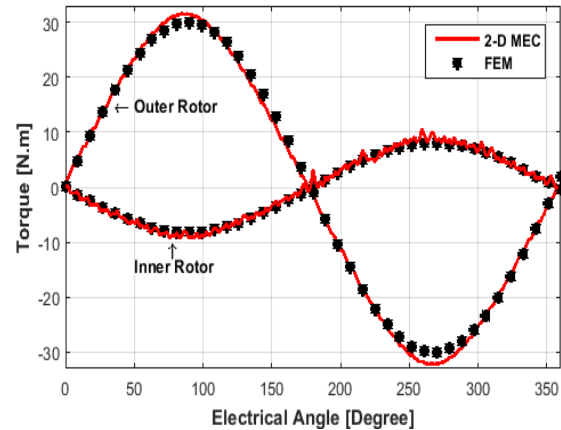
خطای مدل پیشنهادی در مقایسه با نتایج FEM برای گشتاور شکست روتورهای بیرونی و درونی به ترتیب برابر با $4/6\%$ و $5/75\%$ می‌باشد.

۵-۲- حالت دوم: ضریب قطب درونی و بیرونی برابر با 60%

در این حالت حجم آهنربای استفاده شده نسبت به حالت قبل کاهش یافته است و ضرایب قطب برای روتور درونی و بیرونی به 60% کاهش یافته است. شکل موج مؤلفه‌های مماسی و شعاعی چگالی شار در طول فاصله هوایی درونی و بیرونی برای چرخ‌دنده برای حالتی که ضریب قطب درونی و بیرونی برابر با 60% می‌باشد، در شکل (۸) نشان داده شده است. با توجه به کاهش حجم آهنربا، گام قطب، کاهش یافته و میزان مثبت بودن چگالی شار در هر دوره کاهش یافته است.

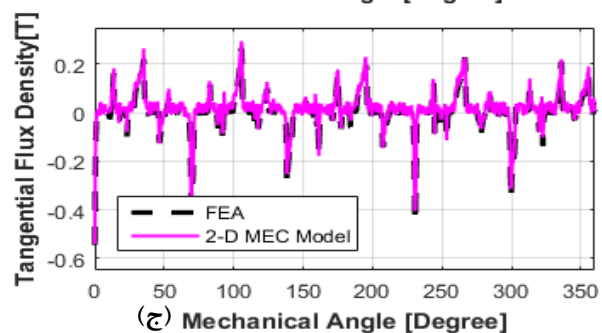
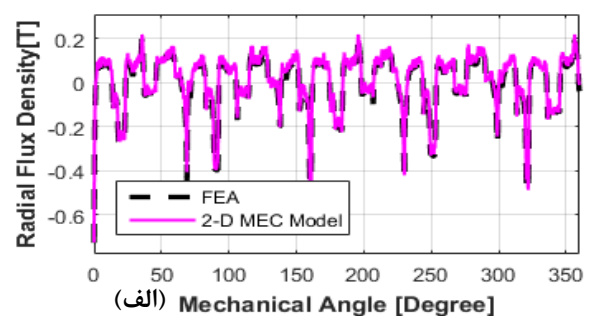
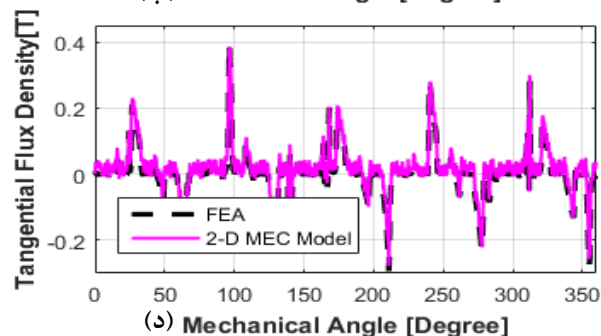
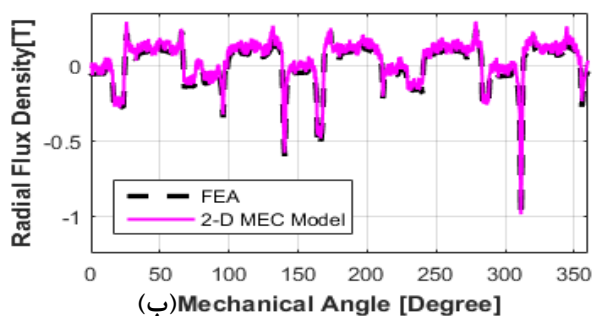
برای این حالت چگالی شار و خطوط مغناطیسی در شکل (۸) نشان داده شده است. با توجه به این شکل تراکم خطوط بین قطب‌ها نسبت به حالت قبل، کاهش یافت و دلیل آن افزایش فاصله بین دو قطب (قطب برجسته) می‌باشد. همچنین با توجه به ترسیم توزیع چگالی شار برای هر دو حالت در بازه 0.7 T تا 0.5 T ، شکل (۹) نشان می‌دهد که حداکثر چگالی شار در این حالت نسبت به حالت قبلی کاهش یافته است که دلیل اصلی آن کاهش حجم آهنربا می‌باشد.

نگه داشتن روتور بیرونی و حرکت دادن روتور درونی به اندازه یک دوره الکتریکی (به اندازه زاویه پهنای یک قطب) به دست می‌آید [۴۲].



شکل (۷): مشخصه گشتاور- زاویه الکتریکی برای روتورهای درونی و بیرونی با مقادیر $k_o=75\%$ و $k_i=80\%$

گشتاور خروجی با استفاده از روابط (۲۶-۲۷) برای چرخ‌دنده مذکور محاسبه شده است که در شکل (۷) ترسیم شده است. نتایج شبیه‌سازی المان محدود نیز در این شکل ترسیم شده است که صحت نتایج به دست آمده از مدل را تایید می‌کند. همان‌گونه که از شکل مشخص است، حداکثر گشتاور قابل تولید توسط روتور بیرونی که گشتاور شکست نامیده می‌شود برابر $31/5\text{ N.m}$ و گشتاور شکست روتور درونی برابر $8/7\text{ N.m}$ می‌باشد. میزان گشتاور شکست به دست آمده از روش FEM برای روتورهای بیرونی و درونی به ترتیب برابر با $30/05\text{ N.m}$ و $8/2\text{ N.m}$ می‌باشد که با نسبت تبدیل چرخ دنده که حدود $3/4$ می‌باشد، مطابقت دارد. میزان حداکثر

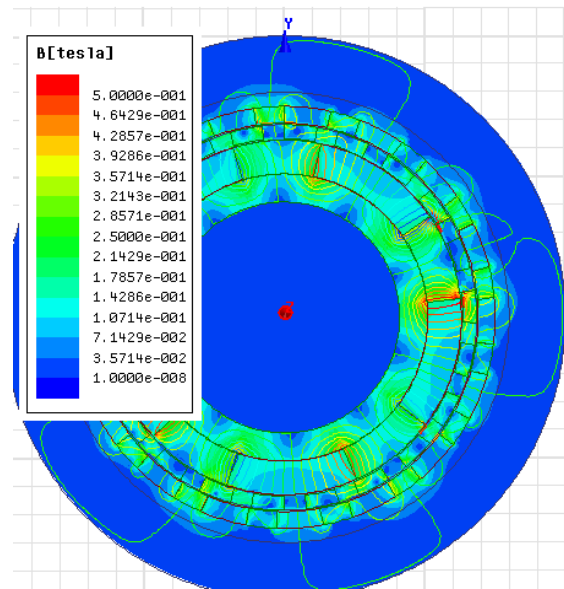


شکل (۸): (الف) مؤلفه شعاعی روتور درونی، (ب) مؤلفه مماسی روتور درونی، (ج) مؤلفه شعاعی روتور بیرونی، (د) مؤلفه مماسی روتور بیرونی چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی درونی و بیرونی به دو روش MEC و FEA و با مقادیر $k_o=60\%$ و $k_i=60\%$.

حاکم بر مدار معادل نوشته شد. در شبکه رلوکتانسی، کل فضای چرخ‌دنده به تعداد زیادی المان در راستای مماسی تقسیم شد که هر المان در راستای شعاعی به ۵ لایه تقسیم شد. در ادامه با اعمال روابط گره بر روی آن‌ها، پتانسیل مغناطیسی محاسبه شد و با استفاده از آن شار مغناطیسی و چگالی آن در کلیه بخش‌ها تعیین و با استفاده از روش تانسور تنش ماکسول در فواصل هوایی، گشتاور وارده بر روتور بیرونی محاسبه گردید. مدل ارائه شده بر روی یک چرخ‌دنده با ضرایب قطب مختلف اعمال شد و چگالی شار مماسی و شعاعی برای هر دو روتور درونی و بیرونی استخراج گردید. همچنین نشان داده شد که با توجه به هزینه بالای آهنربا، در ساختار منته با کاهش حدود ۲۳ درصدی حجم آهنربا، میزان گشتاور تنها در حدود ۷/۳ درصد کاهش می‌یابد که نشان از کارایی ساختار قطب منته دارد. همچنین با مدل‌سازی چرخ‌دنده توسط نرم‌افزار Maxwell و تحلیل المان محدود نشان داده شد که نتایج مدل با دقت بسیار بالایی نتایج FEM را تعقیب می‌کند.

۷- مراجع

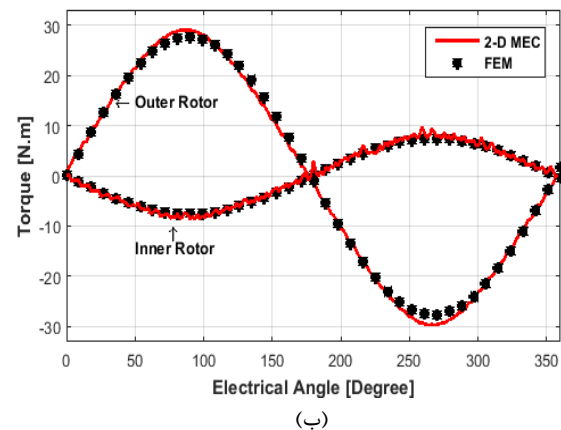
- [1] S. Niu, N. Chen, S. L. Ho, and W. N. Fu, "Design Optimization of Magnetic Gears Using Mesh Adjustable Finite-Element Algorithm for Improved Torque," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 11, pp. 4156-4159, 2012.
- [2] K. Atallah, S. D. Calverley, and D. Howe, "High-performance magnetic gears," Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 272-276, no. Supplement, pp. E1727-E1729, 2004/05/01/ 2004.
- [3] X. L. Xiaoxu Zhang, Chao Wang, and Zhe Chen, "Analysis and Design Optimization of a Coaxial Surface-Mounted Permanent-Magnet Magnetic Gear," Energies, vol. 7, no. 12, pp. 8535-8553, 2014.
- [4] Y. F. Xin Yin, Xiaoyan Huang, "Analytical Modeling of a Novel Vernier Pseudo-Direct-Drive Permanent-Magnet Machine," IEEE Transactions on Magnetics vol. 53, no. 6, 2017.
- [5] P. M. Tlali, R. J. Wang, and S. Gerber, "Magnetic gear technologies: A review," in 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM), pp. 544-550, 2014.
- [6] Y. D. Yao, D. R. Huang, C. M. Lee, S. J. Wang, D. Y. Chiang, and T. F. Ying, "Magnetic coupling studies between radial magnetic gears," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 5, pp. 4236-4238, 1997.
- [7] Y. D. Yao, D. R. Huang, C. C. Hsieh, D. Y. Chiang, and S. J. Wang, "Simulation study of the magnetic coupling between radial magnetic gears," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp. 2203-2206, 1997.
- [8] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, "Design and characteristics of a new magnetic worm gear using permanent magnet," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 6, pp. 2923-2925, 1993.
- [9] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, "Trial construction of a new magnetic skew gear using permanent magnet," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 30, no. 6, pp. 4767-4769, 1994.
- [10] J. Rens and K. Atallah, "A Novel Magnetic Harmonic Gear," Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International, pp. 3-8, 2007.



شکل (۹): توزیع چگالی شار به همراه خطوط شار مغناطیسی برای

$$k_0=60\% \text{ و } k_i=60\%$$

گشتاور روتورهای درونی و بیرونی برای این حالت در شکل (۱۰) ترسیم شده است. با توجه به این شکل، می‌توان دریافت که حداکثر گشتاور قابل تولید توسط روتور بیرونی برابر ۲۸/۹۸ N.m و گشتاور شکست روتور درونی برابر ۸ N.m می‌باشد. میزان گشتاور شکست به دست آمده از روش FEM برای روتورهای بیرونی و درونی در این حالت به ترتیب برابر با برابر ۲۷/۶۵ N.m و ۷/۵۵ N.m می‌باشد. با مقایسه نتایج دو حالت می‌توان دریافت که با کاهش حدود ۲۳ درصدی حجم آهنربا، میزان گشتاور تنها در حدود ۷/۳ درصد کاهش می‌یابد که نشان از کارایی ساختار قطب منته دارد.



شکل (۱۰): مشخصه گشتاور - زاویه الکتریکی برای روتورهای درونی و

$$\text{بیرونی با مقادیر } k_0=60\%, k_i=60\%$$

۶- نتیجه گیری

در این مقاله مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم محور با ساختار قطب منته بر مبنای روش MEC ارائه شد. برای این منظور با استخراج مدل شبکه رلوکتانسی و با استفاده از تحلیل گره روابط

- Transactions on Magnetics, vol. 50, no. 11, pp. 3313-3327, 2014.
- [28] K. Nakamura, M. Fukuoka, and O. Ichinokura, "Performance improvement of magnetic gear and efficiency comparison with conventional mechanical gear," *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 17, pp. 50-53, 2014.
- [29] N. Niguchi, K. Hirata, M. Muramatsu, and Y. Hayakawa, "Eddy current analysis of magnetic gear employing 3-D FEM," *Electromagnetic Field Computation (CEFC), 2010 14th Biennial IEEE Conference on*, vol. 540, no. 2009, p. 1, 2010.
- [30] M. Fukuoka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, "Dynamic Analysis of Planetary-Type Magnetic Gear Based on Reluctance Network Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 2414-2417, 2011.
- [31] M. Fukuoka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, "RNA-Based Optimum Design method for SPM type Magnetic Gears," *Journal of the Magnetics Society of Japan*, vol. 37, no. 3-2, pp. 264-267, 2013.
- [32] Y.-C. Wu and B.-S. Jian, "Magnetic field analysis of a coaxial magnetic gear mechanism by two-dimensional equivalent magnetic circuit network method and finite-element method," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, no. 19, pp. 5746-5758, 2015.
- [33] M. Johnson, M. C. Gardner, and H. A. Toliyat, "A Parameterized Linear Magnetic Equivalent Circuit for Analysis and Design of Radial Flux Magnetic Gears—Part I: Implementation," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2017.
- [34] F. Abolqasemi-Kharanaq, R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Magnetic Equivalent Circuit Model for Wound Rotor Resolver Without Rotary Transformer's Core," *J. IEEE Sensors Journal*, vol. 18, no. 21, pp. 8693-8700, 2018.
- [35] J. Bao, B. Gysen, and E. Lomonova, "Hybrid analytical modeling of saturated linear and rotary electrical machines: Integration of Fourier modeling and magnetic equivalent circuits," *J. IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 11, pp. 1-5, 2018.
- [36] P. Naderi and A. Shiri, "Modeling of ladder-secondary-linear induction machine using magnetic equivalent circuit," *J. IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 12, pp. 11411-11419, 2018.
- [37] P. Ojaghlu, A. Vahedi, and F. Tootoonchian, "Magnetic equivalent circuit modelling of ring winding axial flux machine," *J. IET Electric Power Applications*, vol. 12, no. 3, pp. 293-300, 2017.
- [38] J.-H. Sim, D.-G. Ahn, D.-Y. Kim, and J.-P. Hong, "Three-dimensional equivalent magnetic circuit network method for precise and fast analysis of PM-assisted claw-pole synchronous motor," *J. IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, no. 1, pp. 160-171, 2017.
- [39] H. F. Farahani, "Magnetic equivalent circuit modelling of coaxial magnetic gears considering non-linear magnetising curve," *J. IET Science, Measurement Technology*, vol. 14, no. 4, pp. 454-461, 2020.
- [40] K. Nakamura and O. Ichinokura, "Dynamic simulation of PM motor drive system based on reluctance network analysis," in *2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference, IEEE*, pp. 758-762, 2008.
- [41] M. Cheng, K. Chau, C. Chan, E. Zhou, and X. J. I. T. o. M. Huang, "Nonlinear varying-network magnetic circuit analysis for doubly salient permanent-magnet motors," vol. 36, no. 1, pp. 339-348, 2000.
- [42] S. Mallampalli and V. Rallabandi, "Parametric study of magnetic gear for maximum torque transmission," in *2014 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*, pp. 1-5, 2014.
- [11] K. Davey, L. McDonald, and T. Hutson, "Axial Flux Cycloidal Magnetic Gears," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, 2014.
- [12] Y. Chen and F. Weinong, "A novel hybrid-flux magnetic gear and its performance analysis using the 3-D finite element method," *Energies*, vol. 8, no. 5, pp. 3313-3327, 2015.
- [13] M. Chen, K.-t. Chau, C. H. T. Lee, and C. Liu, "Design and Analysis of a New Axial-Field Magnetic Variable Gear Using Pole-Changing Permanent Magnets," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 153, no. October, pp. 23-32, 2015.
- [14] K. Atallah and D. Howe, "A novel high-performance magnetic gear," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 4, pp. 2844-2846, 2001.
- [15] L. Jian and K. T. Chau, "A Coaxial Magnetic Gear With Halbach Permanent-Magnet Arrays," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 25, no. 2, pp. 319-328, 2010.
- [16] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, J. Z. Jiang, C. Yu, and W. Li, "Comparison of Coaxial Magnetic Gears With Different Topologies," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 10, pp. 4526-4529, 2009.
- [17] J. X. Shen, H. Y. Li, H. Hao, M. J. Jin, and Y. C. Wang, "Topologies and performance study of a variety of coaxial magnetic gears," *IET Electric Power Applications*, vol. 11, no. 7, pp. 1160-1168, 2017.
- [18] H. M. Shin and J. H. Chang, "Analytical Magnetic Field Calculation of Coaxial Magnetic Gear With Flux Concentrating Rotor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 7, pp. 1-4, 2016.
- [19] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, "Analytical Computation of the Magnetic Field Distribution in a Magnetic Gear," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 7, pp. 2611-2621, 2010.
- [20] Y.-J. Ge, C.-Y. Nie, and Q. Xin, "A three dimensional analytical calculation of the air-gap magnetic field and torque of coaxial magnetic gears," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 131, pp. 391-407, 2012.
- [21] B. Dianati, H. Heydari, and S. A. Afsari, "Analytical computation of air-gap magnetic field in a viable superconductive magnetic gear," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, no. 6, pp. 1-12, 2016.
- [22] C.-T. Liu, K.-Y. Hung, and C.-C. Hwang, "Developments of an Efficient Analytical Scheme for Optimal Composition Designs of Tubular Linear Magnetic-Geared Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 7, pp. 1-4, 2016.
- [23] M. Desvaux, B. Traullé, R. L. G. Latimier, S. Sire, B. Multon, and H. B. Ahmed, "Computation Time Analysis of the Magnetic Gear Analytical Model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 5, pp. 1-9, 2017.
- [24] A. Rahideh, A. A. Vahaj, M. Mardaneh, and T. Lubin, "Two-dimensional analytical investigation of the parameters and the effects of magnetisation patterns on the performance of coaxial magnetic gears," *IET Electrical Systems in Transportation*, vol. 7, no. 3, pp. 230-245, 2017.
- [25] A. S. Abdel-Khalik, A. S. Elshebny, and S. Ahmed, "Design and evaluation of a magnetic planetary gearbox for compact harsh environments," *SPEEDAM 2010 - International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, pp. 1178-1182, 2010.
- [26] H. N. Niguchi and K. Howe, "Transmission Torque Analysis of a Novel Magnetic Planetary Gear Employing 3-D FEM," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 1043-1046, 2012.
- [27] S. Peng, W. N. Fu, and S. L. Ho, "A Novel Triple-Permanent-Magnet-Excited Hybrid-Flux Magnetic Gear and Its Design Method Using 3-D Finite Element Method," *IEEE*