

## رمزنگاری تصاویر با استفاده از نظریه آشوب و اتوماتای سلولی

حمید طباطبایی<sup>۱\*</sup>، سید کاظم شکفته<sup>۲</sup>، حسین سلامی<sup>۳</sup>، محمدوحید زنگنه مقدم<sup>۴</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی کامپیوتر، واحد قوچان، دانشگاه آزاد اسلامی، قوچان، ۲- مربی گروه مهندسی کامپیوتر، موسسه آموزش عالی غیرانتفاعی - غیردولتی شانديز، مشهد ۳- مربی گروه مهندسی کامپیوتر، موسسه آموزش عالی فردوس، مشهد ۴- دانشجوی مقطع دکتری گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه شهید بهشتی

(دریافت: ۹۸/۰۱/۱۷؛ پذیرش: ۹۷/۰۴/۱۸)

### چکیده

تفاوت‌های موجود بین داده‌های متنی و داده‌های چندرسانه‌ای مانند تصاویر از جمله حجم زیاد تصاویر و همبستگی پیکسل‌های مجاور موجب شده که روش‌های رمزنگاری سنتی برای رمز کردن این داده‌ها کارایی لازم را نداشته باشند. در این مقاله، با به‌کارگیری نگاشت‌های آشوب و اتوماتای سلولی تک بعدی حافظه‌دار، روش جدیدی برای رمزنگاری تصاویر ارائه شده است که در گام جایگشت، از نگاشت آشوب خطی Piecewise و در گام پخش از نگاشت آشوب لجستیک و اتوماتای سلولی استفاده می‌نماید. ویژگی بارز الگوریتم ارائه‌شده، قابلیت بررسی صحت داده در سطح قالب است که در کاربردهایی مانند کاربردهای نظامی و پزشکی که داده‌های تصویر یا بخشی از آن بسیار حساس هستند دارای اهمیت بالایی است. نتایج بررسی‌های متفاوت از جمله بررسی حساسیت کلید و بررسی‌های آماری نشان‌دهنده حساسیت بالای روش پیشنهادی است، همچنین بررسی انواع حملات مختلف، نشان داد که روش پیشنهادی مقاومت مناسبی در برابر آنها دارد.

### واژگان کلیدی

رمزنگاری تصویر، نظریه آشوب، نگاشت‌های آشوب، اتوماتای سلولی برگشت پذیر

#### ۱- مقدمه

• داده‌های متنی رمز شده بعد از رمزگشایی، باید کاملاً همانند متن اصلی باشند، ولی این قید در مورد داده‌های تصویری صادق نیست، روش‌های رمزنگاری تصاویر می‌توانند به گونه‌ای باشند که تصویر رمزگشایی شده تا حدی که مفهوم و محتوای تصویر اصلی تغییر نکنند، با تصویر اصلی تفاوت داشته باشد.

با توجه به موارد مطرح شده، روش‌های گوناگون رمزنگاری مخصوص تصاویر به وجود آمدند که از بین آنها می‌توان به الگوریتم‌های مبتنی بر زبان‌های پیمایشی، الگوریتم‌های مبتنی بر نظریه آشوب، الگوریتم‌های مبتنی بر ساختارهای درختی و سایر روش‌های متقارن اشاره کرد [۳]. یکی از الگوریتم‌های رمزنگاری تصاویر، مبتنی بر اتوماتای سلولی می‌باشد که به سبب پیاده‌سازی سریع، آسان و سرعت بالای آن، در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است [۴-۵]. به‌طور دقیق‌تر با به‌کارگیری نگاشت‌های آشوب و اتوماتای سلولی تک بعدی حافظه‌دار، روش جدیدی برای رمزنگاری تصاویر ارائه شده است که در گام جایگشت، از نگاشت آشوب خطی Piecewise و در گام پخش از نگاشت آشوب لجستیک و اتوماتای سلولی استفاده می‌نماید [۶-۷]. ویژگی بارز

یکی از مسایل به‌کارگیری شبکه‌های عمومی مانند اینترنت برای انتقال اطلاعات، عدم امنیت آنها است، به‌طوری که یک فرد سودجو می‌تواند اقدام به سرقت یا دست‌کاری اطلاعات نماید [۱]. رمزنگاری پیام‌ها یکی از راه‌حل‌های مواجهه با این مشکل است. پیام‌ها تنها شامل اطلاعات متنی نیستند بلکه در بسیاری از موارد، اطلاعات حمل شده توسط پیام‌ها، اطلاعات چندرسانه‌ای از جمله تصاویر می‌باشند. هنگامی که در مورد انتقال تصاویری چون نقشه پایگاه نظامی، نقشه‌ی ساختمان یک بانک و یا تصاویر نظامی گرفته شده توسط یک ماهواره بحث می‌شود، اهمیت انتقال با امنیت این نوع اطلاعات نیز جایگاه ویژه‌ای می‌یابد. روش‌های رمزنگاری زیادی برای داده‌های متنی وجود دارند [۲]، اما با توجه به تفاوت‌های موجود بین داده‌های متنی و داده‌های تصویری، استفاده از روش‌های رایج رمزنگاری داده‌های متنی برای رمز کردن داده‌های تصویری، به دو دلیل کارا نخواهد بود:

• اندازه داده‌های تصویری به مراتب بالاتر از داده‌های متنی است. بنابراین سیستم‌های رمزنگاری رایج، در صورت استفاده مستقیم برای رمز کردن تصاویر، بسیار زمانبر خواهند بود.

دسترسی دارد. مهاجم بایستی با توجه به این اطلاعات، کلید خصوصی سیستم رمزنگاری را مشخص کند [۱۱].

#### • حمله تصویر ساده انتخابی<sup>۳</sup>

در این حمله مهاجم توانایی این را دارد که برای تصویرهای دلخواه خود، تصویرهای رمز شده متناظر با آنها را داشته باشد. این حمله به مراتب خطرناک تر از حملات قبلی است زیرا مهاجم می تواند تصویرهایی را انتخاب کند که در صورت رمز شدن این تصویرها و به دست آوردن تصویرهای رمز شده معادل آنها، اطلاعات بیشتری راجع به کلید خصوصی در اختیارش قرار دهد [۱۲].

#### • حمله تفاضلی<sup>۴</sup>

برای امن بودن یک سیستم رمزنگاری تصاویر در برابر حمله تفاضلی، سیستم رمزنگاری باید به گونه ای باشد که کوچک ترین تغییر در تصویر اصلی باعث تغییرات فراوانی در تصویر رمز شده شود [۱۳]. برای بررسی میزان تغییرات حاصل از یک پیکسل تصویر اصلی در تصویر رمز شده دو معیار NPCR و UACI وجود دارد که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$NPCR = \frac{\sum_{i,j} D(i,j)}{N \times M} \times 100 \quad (1)$$

$$UACI = \frac{1}{N \times M} \left| \sum_{i,j} \frac{|C_1(i,j) - C_2(i,j)|}{255} \right| \times 100 \quad (2)$$

که در آن،  $C_1$  و  $C_2$  دو تصویر رمز شده هستند که دو تصویر اصلی مربوط به آنها در یک پیکسل با هم تفاوت دارند و مقدار در مقیاس خاکستری پیکسلی که در موقعیت  $(i, j)$  در  $C_1$  و  $C_2$  قرار دارد به صورت  $C_1(i, j)$  و  $C_2(i, j)$  نمایش داده می شود.  $N$  و  $M$  به ترتیب عرض و طول تصویر رمز شده هستند.  $D(i, j)$  براساس  $D(i, j) = 1$  که  $C_1(i, j) \neq C_2(i, j)$  به این صورت مشخص می شود که  $D(i, j) = 0$  اگر و تنها اگر  $C_1(i, j) = C_2(i, j)$ ، در غیر این صورت  $D(i, j) = 0$  می باشد.

#### ۳- آزمون های آماری<sup>۵</sup>

یکی از روش های بررسی میزان امنیت الگوریتم های رمزنگاری تصاویر، انجام برخی تحلیل های آماری بر روی تصاویر حاصل از این الگوریتم هاست. در این زیربخش، به معرفی برخی از این تحلیل ها پرداخته شده است [۴-۵].

الگوریتم ارائه شده، قابلیت بررسی صحت داده در سطح قالب است که در کاربردهایی مانند کاربردهای نظامی و پزشکی که داده های تصویر یا بخشی از آن بسیار حساس هستند دارای اهمیت بالایی است.

ادامه این مقاله به صورت زیر می باشد. در بخش ۲، ابتدا به مرور برخی تلاش های پیشین در حوزه رمزنگاری تصاویر که از اتوماتای سلولی و نظریه آشوب برای این مسئله بهره برده اند خواهیم پرداخت. در بخش ۳، با معرفی مقدمات اولیه در مورد نظریه آشوب و اتوماتای سلولی، روش پیشنهادی معرفی خواهند شد و همچنین برخی جزئیات پیاده سازی سخت افزاری آن نیز بیان خواهد شد.

## ۲- کارهای پیشین

با توجه به این که ارزیابی عملکرد الگوریتم های رمزنگاری تصاویر بر پایه نتایج آن ها در برابر برخی آزمون ها و نیز میزان مقاومیشان در برابر تعدادی از حملات سنجیده می شود، در دو زیربخش ابتدایی این بخش، ابتدا این آزمون ها و حملات معرفی شده اند و سپس در زیربخش سوم برخی الگوریتم های موجود که مبتنی بر اتوماتای سلولی و نظریه آشوب هستند معرفی شده و ویژگی های آن ها به اختصار شرح داده شده است.

### ۲-۱- حملات روی سیستم های رمزنگاری تصاویر

بررسی سیستم های رمزنگاری داده های تصویری با استفاده از برخی حملات که در زیر به صورت مختصری شرح داده شده اند انجام می شوند. در تمامی این حملات فرض بر آن است که مهاجم، اطلاعات کافی راجع به الگوریتم استفاده شده را داراست [۸-۹].

#### • حمله فقط تصویر رمز شده<sup>۱</sup>

در این حمله فرض می شود که مهاجم فقط دارای یک یا چند تصویر رمز شده است و اطلاعی از کلید خصوصی سیستم رمزنگاری ندارد. به عبارت دیگر در این حمله مهاجم باید تنها کلید خصوصی را از روی تصویر رمز شده مشخص کند. البته مهاجم، روش رمزنگاری استفاده شده به همراه نوع و فرمت تصویر رمز شده را می داند [۱۰].

#### • حمله تصویر ساده معلوم<sup>۲</sup>

در این حمله فرض می شود که مهاجم به تعدادی تصویر و تصویرهای رمز شده معادل آنها تحت یک کلید خصوصی

<sup>3</sup> Chosen plain-image attack

<sup>4</sup> Differential attack

<sup>5</sup> Statistical analysis

<sup>1</sup> Cipher-image only attack

<sup>2</sup> Known plain-image attack

در رابطه فوق،  $N$  اندازه یک بعد تصویر مربعی و  $n$  تعداد بیت لازم برای نمایش هر پیکسل می‌باشد.

### ۳-۱- مرور کارهای پیشین

در روش‌های مبتنی بر آشوب، طراحی تابعی که قرار است برای پخش استفاده شود، کاری چالش برانگیز است، چرا که این تابع باید به گونه‌ای باشد که مقاومت در برابر حملات تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی حاصل گردد [۲۳-۲۱] و [۲۷]. به‌طور مثال در [۲۷] از یک سیگنال از پیش پردازش شده سیستم آشوب چن به‌عنوان تابع پخش استفاده شده است که بعداً نشان داده شد که ایرادهای اساسی در برابر حملات متن ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی دارد [۲۰]. در [۲۱] امنیت روش ارائه‌شده در [۴۸] مورد بررسی قرار گرفت و تعدادی نقص و ضعف کشف شد که عموماً به دلیل یک معماری پخش ضعیف هستند. در [۲۸] لی و چن تابع پخش طرح‌های [۲۹-۳۲] را همزمان مورد بررسی قرار داده و مشکلاتی از قبیل نقص امنیتی در تابع پخش یافتند، بنابراین، بسیار مهم است که یک سیستم رمزنگاری آشوب محور با یک سازوکار پخش قوی ارائه شود. به عنوان مثال ژانگ و همکاران در [۳۳] از عملگرهای موجود روی دنباله DNA برای رمز کردن اطلاعات تصاویر استفاده کردند. آن‌ها سپس نکات‌های آشوب را با عمل جمع دنباله DNA ترکیب نمودند تا سیستم رمزنگاری را پیاده سازی کنند. در [۳۴] یک دنباله شبه تصادفی S1 توسط یک نگاشت تولید شده و سپس آن را به یک دنباله طولانی شبه تصادفی S2 توسعه داده و در نهایت با استفاده از آن‌ها یک ماتریس جایگشت تولید کرده‌اند. در [۳۵] در گام رمزنگاری (پخش) از یک سازوکار بازخورد محور و وابسته به ورودی استفاده شده تا پارامترهای فعلی رمزنگاری را با اطلاعات از پیش رمز شده ترکیب کرده و پیکسل‌ها را رمز کنند.

برای یک سیستم رمزنگاری مهم است که به اندازه کافی سریع باشد تا بتواند مقدار عظیم داده تصویر را رمز کند. کاندیدی مناسب برای رفع این نیاز اتوماتای سلولی است. به دلیل پیاده‌سازی سخت‌افزاری ساده، اتوماتای سلولی در رمزنگاری تصویر نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۳۶-۳۷]. در این بخش به بررسی چند سیستم رمزنگاری پیشنهاد شده در این زمینه پرداخته شده است.

### • روش ریوسانگ یه

در این مقاله، یک الگوریتم رمزنگاری تصاویر با یک ساختار بهینه جایگشت-پخش ارائه شده است [۲۲ و ۳۸]. در هر دو مرحله جایگشت و پخش از نگاشت‌های آشوب استفاده شده است. در

### • نمودار فراوانی رنگ<sup>۱</sup>

این نمودار برای بررسی فراوانی رنگ‌های یک تصویر مورد استفاده قرار می‌گیرد. نمودار فراوانی رنگ تصویر اصلی و تصویر رمز شده متناظر با آن باید کاملاً نسبت به هم متمایز و متفاوت باشد.

### • همبستگی پیکسل‌های مجاور<sup>۲</sup>

فرآیند این تحلیل بدین صورت است که ابتدا ۱۰۰۰۰ جفت از پیکسل‌هایی که به صورت افقی در تصویر مجاور هم هستند را در نظر گرفته و سپس ضریب همبستگی  $r_{xy}$  برای هر جفت پیکسل با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود [۲۷]:

$$cov(x, y) = E((x - E(x))(y - E(y))) \quad (3)$$

$$r_{xy} = \frac{cov(x, y)}{\sqrt{D(x)}\sqrt{D(y)}} \quad (4)$$

که  $x$  و  $y$  مقادیری در مقیاس خاکستری برای دو پیکسل مجاور و  $E(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  و  $D(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)$  می‌باشد. همچنین عملیات مشابهی برای پیکسل‌هایی که به صورت عمودی و قطری مجاور هم هستند می‌توان انجام داد. نتیجه این آزمون‌ها و ضرایب به‌دست‌آمده برای تصویر رمز شده باید نزدیک به صفر باشد.

### • متفاوت بودن تصویر رمز شده از تصویر اصلی

برای بررسی این مطلب که تصویر رمز شده چه مقدار با تصویر اصلی تفاوت دارد معیاری با نام PSNR<sup>۳</sup> استفاده می‌شود که مهم‌ترین و پرکاربردترین معیار برای اندازه‌گیری کیفیت تصویرهای بازسازی شده در روش‌های رمزنگاری تصاویری که مقادیری از داده‌های تصویری در آنها از بین می‌رود، می‌باشد [۱۸]. علت استفاده از این معیار در سیستم‌های رمزنگاری تصاویر، محاسبه مقدار تفاوت تصویر اصلی و تصویر رمز شده است تا مشخص شود چه مقدار اطلاعات می‌توان از تصویر رمز شده درباره تصویر اصلی کسب کرد. PSNR با استفاده از فرمول زیر بیان می‌شود:

$$PSNR = 20 \times \log_{10} \left( \frac{(2^n - 1)\sqrt{N \times N}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |secretimage(i, j) - encryptedimage(i, j)|^2} \right) \quad (5)$$

<sup>۱</sup> Histogram

<sup>۲</sup> Correlation of adjacent pixels

<sup>۳</sup> Peak Signal to Noise Ratio

تبدیل می شود. پروتکل استفاده شده در این سیستم دارای دو بخش زیر می باشد:

- عمل جایگشت در این روش توسط یک نگاشت خاص مبتنی بر نظریه آشوب انجام می شود.
- عمل پخش نیز در این سیستم رمزنگاری توسط یک اتوماتای سلولی سه بعدی انجام می پذیرد.

نشان داده شد که این روش مقاومت مناسبی در برابر اکثر حملات شناخته شده در زمینه رمزنگاری تصاویر دارد.

#### • روش وانگ و همکاران [۴۱]

روش وانگ یک سیستم رمزنگاری تصاویر، مبتنی بر نظریه آشوب و اتوماتای سلولی است. این روش از رفتار آشوب گونه و پیچیده یک نگاشت لجستیک و یک اتوماتای سلولی برگشت پذیر استفاده می کند. در این روش مقادیر پیکسل ها به واحدهایی چهار بیتی تقسیم می شود و سپس در گام جایگشت از یک جریان کلید که توسط نگاشت لجستیک مورد نظر تولید شده است، استفاده می شود و در گام پخش نیز از اتوماتای سلولی مطرح شده در بالا استفاده می گردد. این روش رمزنگاری که جزء روش های متقارن محسوب می شود، دارای امنیت مناسب بوده و در برابر حملات تفاضلی مقاومت مناسبی از خود نشان می دهد.

#### • روش ابدو و همکاران [۴۲]

بر اساس اتوماتای سلولی ابتدایی، یک الگوریتم رمزنگاری تصویر جدید توسط ابدو و همکارانش ارائه شده است. در این روش از یک نوع خاص اتوماتای سلولی ابتدایی با همسایگی پیوسته و تعداد خاصی قانون حلقوی که توسط جریان کلید مورد استفاده قرار می گیرند، استفاده شده است. در این روش از شبکه های عصبی و مفاهیم نظریه آشوب برای تولید جریان کلید استفاده شده است که این امر خود باعث افزایش فضای کلید و افزایش امنیت این سیستم در مقابل حملات آماری و تفاضلی شده است. در برخی کارهای پیشین رویکردهای ترکیبی با سایر الگوریتم ها مطرح شده است. الگوریتم هایی از سایر حوزه های علوم کامپیوتر از جمله بیوانفورماتیک [۴۳]، تبدیل موجک [۴۴] و الگوریتم های هوش مصنوعی [۴۵] و [۴۶] مورد استفاده قرار گرفته اند.

#### ۴- نظریه آشوب و اتوماتای سلولی

نظر به این که روش پیشنهادی بر مبنای نظریه آشوب و اتوماتای سلولی می باشد، در این بخش به معرفی مختصری از این دو موضوع خواهیم پرداخت.

مرحله جایگشت، نگاشت آرنولد تعمیم یافته به کار گرفته می شود تا دنباله آشوب  $\{(x_k, y_k), k = 0, 1, \dots\}$  تولید گردد. سپس دنباله مختصات  $x$  ها  $\{x_k, k = 1, \dots, W \times H\}$  که در آن  $W$  و  $H$  به ترتیب طول و عرض تصویر هستند و دنباله مختصات  $y$  ها  $\{y_k, k = 1, \dots, W \times H\}$  مرتب می شوند تا دو مجموعه ترتیب اندیس ها به منظور جایگشت تصویر به دست آید. برای بهبود مرحله پخش از یک فرایند دو طرفه پخش استفاده شده است که در آن یک نگاشت تعمیم یافته آرنولد و یک نگاشت انتقال برنولی تعمیم یافته به کار گرفته شده است تا دو دنباله از مقادیر خاکستری شبه تصادفی به دست آید. سپس از این دو دنباله برای تغییر مقادیر خاکستری پیکسل ها استفاده می شود. نکته قابل توجه این است که این دو دنباله نه تنها به پارامترهای کنترل و شرایط اولیه نگاشت های آشوب حساس هستند، بلکه شدیداً به تصویر رمز نشده نیز همبستگی دارند و باعث مقاومت این روش در برابر حملات تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخاب شده می شوند.

#### • روش اسماعیل و همکاران

روش اسماعیل و همکاران [۳۵] یک الگوریتم رمزنگاری کلید متقارن است که در آن به طور مستقیم از پارامترهای سیستم و شرایط اولیه نگاشت های آشوب به عنوان کلید استفاده نشده است؛ بلکه از این پارامترها در تولید یک کلید خارجی استفاده شده است. همچنین در این سیستم از روش بازخورد استفاده شده است.

#### • روش ژنگ و همکاران [۳۹]

روش ژنگ و همکاران، یک طرح رمزگذاری تصویر جدید بر اساس اتوماتای سلولی دو بعدی متعادل است. در این طرح، یک تصویر تصادفی با همان ابعاد تصویر سری که قرار است رمز شود، اولین بار توسط یک مولد عدد شبه تصادفی تولید می شود. سپس، تصویر تصادفی به طور متناوب با دو قانون خاص مربوط به اتوماتای سلولی دو بعدی و متعادل تکامل پیدا کرده، در نهایت تصویر رمز شده از عمل XOR بیتی، بیت های تصویر تکامل یافته و تصویر سری به دست می آید. مزیت روش ژنگ و همکارانش دارا بودن فضای بسیار بزرگ کلید، ساختار پیچیده رمزنگاری و سرعت بالای رمزگذاری/رمزگشایی می باشد.

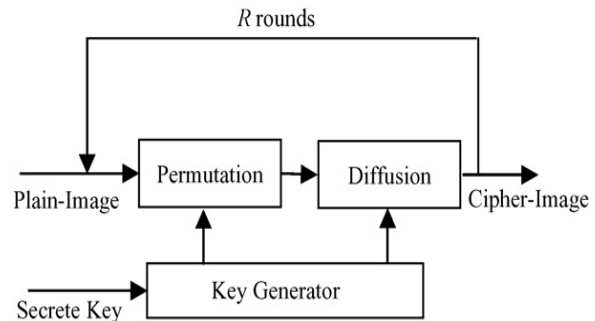
#### • روش ری و همکاران [۴۰]

این روش برای رمزنگاری تصاویر دیجیتالی مورد استفاده قرار می گیرد. تصویر سری در این روش به یک شبکه سه بعدی

#### ۱-۴- سیستم‌های رمزنگاری تصاویر مبتنی بر نظریه

##### آشوب

نظریه آشوب از سال ۱۹۷۰ در بسیاری از تحقیقات علمی مطرح شد. نظریه آشوب برای مطالعه رفتار سیستم‌های پویا که بسیار حساس به وضعیت اولیه بودند، استفاده می‌شد [۱۹-۲۴]. از سال ۱۹۹۰ رابطه نزدیک این نظریه با رمزنگاری مورد توجه قرار گرفت و از آن برای ساخت سیستم‌های رمزنگاری استفاده گردید. برای سیستم‌های رمزنگاری مبتنی بر نظریه آشوب فواید و برتری‌هایی نسبت به سیستم‌های رمزنگاری سنتی همچون امنیت بالا، سرعت مناسب و سربار محاسباتی قابل قبول بیان شده است. یک ساختار جایگشت-پخش به صورت شکل (۱) می‌باشد:



شکل (۱): ساختارهای جایگشت-پخش [۱۹]

در زمینه رمزنگاری تصاویر، در قسمت جایگشت، مکان پیکسل‌های مربوط به تصویر جابجا می‌شود ولی مقدار این پیکسل‌ها بدون تغییر باقی خواهد ماند. در قسمت پخش، مقدار پیکسل‌ها تغییر می‌کند به طوری که کوچک‌ترین تغییر در مقدار یک پیکسل در تصویر اصلی باعث تغییر مقادیر زیادی از پیکسل‌ها در تصویر رمز شده خواهد شد. این دو قسمت در ساختار گفته شده تکرار شونده محسوب می‌شوند. از نظریه آشوب به‌عنوان یک نگاهت در هر کدام از این دو قسمت به منظور تغییر مکان و یا تغییر محتوای پیکسل‌ها استفاده می‌شود.

#### ۲-۴- اتوماتای سلولی

اتوماتای سلولی، سیستم‌های پویایی به‌صورت زمان و فضا گسسته هستند [۱-۵]. در حالت کلی یک اتوماتای سلولی، شامل آرایه‌ای نامتناهی از اجزاست که به آن‌ها سلول گویند. هر یک از سلول‌ها در هر زمان دارای یک حالت می‌باشد که از یک مجموعه محدود انتخاب می‌شود. حالت یک سلول با گذشت زمان و براساس قوانین محلی تغییر می‌کند.

اتوماتای سلولی دودویی تک بعدی حالت متناهی<sup>۱</sup> عبارت است از آرایه تک بعدی متناهی از  $n$  شیء یکسان که همان سلول‌ها هستند. هر یک از سلول‌ها، در هر زمان یک حالت دارند که از مجموعه  $\sigma \in \{0,1\}$ ، انتخاب می‌شود. سلول‌ها با اندیس شناخته می‌شوند و  $i$ امین سلول، که  $1 \leq i \leq n$ ، به صورت  $\langle i \rangle$  و حالت آن در زمان  $T$  با  $a_i^{(T)}$  نشان داده می‌شود. حالت سلول‌ها با گذشت زمان، بطور همزمان و با توجه به یک تابع انتقال محلی تغییر می‌کند. حالت بعدی سلول به متغیرهای این تابع بستگی دارد که شامل حالت خود سلول و حالت همسایگان آن سلول در زمان جاری می‌باشد. همسایگی انواعی دارد که معمولاً همسایگی متقارن در نظر گرفته می‌شود. برای سلول  $\langle i \rangle$ ، همسایگی متقارن به شعاع  $r$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N = \{\langle i-r \rangle, \dots, \langle i \rangle, \dots, \langle i+r \rangle\} \quad (۶)$$

تابع گذار محلی<sup>۲</sup> برای اتوماتای سلولی با شعاع همسایگی  $r$  به صورت زیر می‌باشد:

$$f: (Z_2)^{2r+1} \rightarrow (Z_2) \quad (۷)$$

حالت سلول  $i$ ام در زمان  $T+1$  به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$a_i^{T+1} = f(N_i^{(T)}), 0 \leq i \leq N-1 \quad (۸)$$

که در آن،  $N_i^{(T)} \in (Z_2)^{2r+1}$  بیانگر حالات همسایه‌های  $\langle i \rangle$  در زمان  $T$  می‌باشد.

بردار  $C^T = (a_0^T, \dots, a_{N-1}^T)$  را پیکربندی<sup>۳</sup> اتوماتای سلولی در زمان  $T$ ، و  $C^{(0)}$  را پیکربندی اولیه آن می‌نامند. مجموعه تمام پیکربندی‌های ممکن برای  $CA$  به صورت  $C$  نشان داده می‌شود. واضح است که  $|C| = 2^N$ . دنباله  $C^0, \dots, C^T, \dots, C^K$  را تکامل<sup>۴</sup>  $CA$  از مرتبه  $k$  گویند. تابع سراسری برای  $CA$  به صورت تبدیل خطی  $C \rightarrow C$  می‌باشد که پیکربندی  $CA$  را در زمان بعدی مشخص می‌کند، یعنی  $C^{T+1} = \Phi(C^T)$ .

اگر برای اتوماتای سلولی  $CA$ ،  $\Phi$  نگاهتی دوسویی (یک به یک و پوشا) باشد، اتوماتای سلولی دیگری با تابع سراسری  $\Phi^{-1}$  وجود دارد، که به آن وارون  $CA$  گویند. وقتی اتوماتای وارون برای یک  $CA$  وجود داشته باشد، آن را وارون‌پذیر گویند و تولید  $C^{(T-1)}$  از روی  $C^T$  ممکن است، یعنی تکامل به عقب امکان‌پذیر است [۱۶]. اگر تابع گذار محلی برای یک  $CA$  با شعاع همسایگی  $r$ ، به صورت زیر باشد:

<sup>1</sup> One-dimensional finite Boolean cellular

<sup>2</sup> Local transition function

<sup>3</sup> Configuration

<sup>4</sup> Evolution

## ۵- روش جدید پیشنهادی

در این بخش، یک الگوریتم رمزنگاری جدید برای تصاویر با استفاده از نگاشت های آشوب و یک LMCA تک بعدی ارائه می شود. کلیدهای مخفی در این طرح، همان شرایط اولیه نگاشت های آشوب می باشد. شماره قوانین LMCA نیز می تواند به صورت عمومی اعلام شده یا می تواند بخشی از کلید باشند. طرح شامل ۴ گام است. گام اول، گام جایگشت می باشد که در آن پیکسل های تصویر ساده با استفاده از یک نگاشت آشوب بُر می خورند. گام دوم، گام رمزنگاری است که در آن اتوماتای سلولی حافظه دار تک بعدی به کار گرفته شده است تا پیکسل های تصویر بُرخورده را درهم بریزد. گام سوم، گام رمزگشایی است که در آن تصویر ساده از تصویر رمز شده، بازیابی می شود. آخرین گام، گام بررسی صحت داده می باشد که به منظور کشف هرگونه دستکاری بر روی تصویر در حین انتقال تعبیه شده است. در ادامه جزییات هر یک از این چهار گام بیان شده است.

### ۵-۱- گام جایگشت

ورودی این گام، تصویر ساده  $P$ ، و خروجی آن تصویر بُرخورده  $P^*$  می باشد. در این گام، از نگاشت آشوب خطی Piecewise استفاده کرده ایم که فرمول آن مطابق زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{p} & \text{if } x \in [0, p) \\ \frac{x-p}{0.5-p} & \text{if } x \in [p, 0.5) \\ f(1-x/p) & \text{if } x \in [0.5, 1) \end{cases} \quad (13)$$

که در آن،  $x \in [0, 1]$ ،  $p \in [0, 0.5]$  به عنوان کلید خصوصی در نظر گرفته می شوند. فرایند جایگشت بر مبنای این نگاشت شامل مراحل زیر است:

- ۱- نگاشت خطی Piecewise را  $M \times N$  بار تکرار کرده تا مقادیر عددی  $\{x_1, \dots, x_{MN}\}$  به دست آید. در اینجا  $M, N$  به ترتیب تعداد سطرها و ستون های تصویر  $P$  هستند.
- ۲- مقادیر عددی بالا را به ترتیب صعودی مرتب کرده تا مجموعه  $\{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{MN}\}$  حاصل گردد.
- ۳- مکان مقادیر  $\{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{MN}\}$  را در مجموعه  $S = \{x_1, \dots, x_{MN}\}$  پیدا کرده و مجموعه مکان ها  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{MN}\}$  تشکیل می شود که در آن  $\bar{x}_i$  دقیقاً مقدار  $\bar{x}_{s_i}$  است.

پیکسل های تصویر ساده  $p$  را با استفاده از مجموعه  $S$  برچسب زده تا تصویر بُرخورده  $P^*$  به دست آید.

$$a_i^{T+1} = \sum_{j=-r}^r a_j a_{i+j}^{(T)} \bmod(2) \quad 0 \leq i \leq N-1 \quad (9)$$

که به ازای هر  $j$ ،  $a_j \in \mathbb{Z}_2$ ، به  $CA$ ، اتوماتای سلولی خطی از مرتبه  $r$ ،  $LCA^1$  گویند. از آنجا که در همسایگی متقارن به شعاع  $r$ ، تعداد  $2r+1$  سلول وجود دارد، تعداد کل  $LCA$  ها برابر  $2^{2r+1}$  می باشد. هر یک از  $LCA$  ها با عدد صحیح  $w$ ، که آن را شماره قانون می نامند، مشخص می شوند، برای  $w$  برای  $LCA$  رابطه بالا، از طریق رابطه زیر به دست می آید:

$$W = \sum_{j=-r}^r a_j 2^{r+j} \quad (10)$$

در  $CA$  هایی که تاکنون بحث کردیم، حالت هر سلول در زمان  $T+1$  فقط به پیکربندی همسایه های در زمان  $T$  بستگی دارد، که به آن ها  $CA$  های بدون حافظه<sup>۲</sup> گویند. با این وجود می توان حالتی را در نظر گرفت که حالت هر سلول در زمان  $T+1$  علاوه بر حالت همسایه ها در زمان  $T$  به حالت گروه های مختلف از سلول ها و در زمان های  $T-1, T-2, \dots$  نیز وابسته باشد، به چنین ماشین هایی اتوماتای سلولی با حافظه  $MCA^3$  گویند [۲۵-۲۶]

در این مقاله، گونه خاصی از  $MCA$  به نام  $MCA$  خطی مرتبه  $t$  ( $LMCA^4$ ) [۲۶]، با تابع گذار محلی زیر به کار برده شده است و حالت سلول در زمان  $T+1$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$a_i^{T+1} = f_1(N_i^T) + f_2(N_i^{T-1}) + \dots + f_t(N_i^{T-t+1}), 0 \leq i \leq N-1 \quad (11)$$

که در آن  $0 \leq i \leq t$ ، تابع گذار محلی برای  $LCA$  با شعاع  $r$  می باشد. در چنین ماشینی، برای شروع تکامل  $LMCA$  به  $t$  پیکربندی اولیه،  $C^{(0)}, \dots, C^{(T-1)}$ ، نیاز است. در این رابطه،  $N$  همسایگی متقارن به شعاع  $r$  می باشد. اما برای این که چنین  $LMCA$  ای وارون پذیر باشد، گزاره زیر در نظر گرفته می شود:

اگر  $f_t(N_i^{(T-t+1)}) = a_i^{(T-t+1)}$ ، آن گاه  $LMCA$  با تابع گذار داده شده در معادله بالا وارون پذیر است و وارون آن یک  $LMCA$  با تابع گذار محلی زیر می باشد:

$$a_i^{(T+1)} = \sum_{m=0}^{t-2} f_{t-m-1}(N_i^{T-m}) + a_i^{(T-t+1)} \bmod(2), 0 \leq i \leq N-1 \quad (12)$$

<sup>1</sup> Linear Cellular Automata

<sup>2</sup> Memoryless

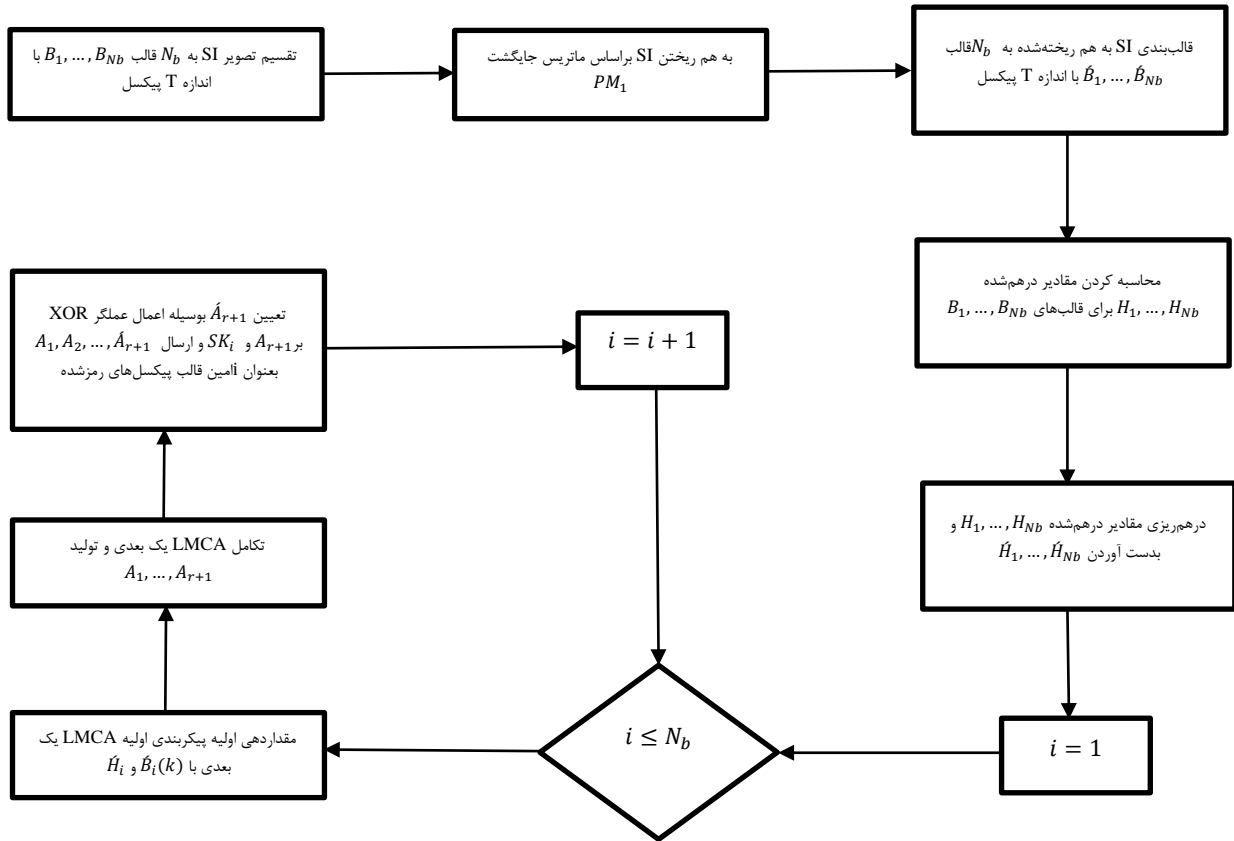
<sup>3</sup> Memory cellular Automata

<sup>4</sup> Linear Memory cellular automata

### ۵-۲- گام رمزنگاری

آماری و حمله تفاضلی در نظر گرفته شده است. جریان کلید در این مرحله نه تنها به کلید مخفی بلکه به تصویر ساده نیز وابسته است که موجب می‌شود این طرح در برابر حملات تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی مقاوم باشد.

ورودی این مرحله، تصویر بُرخورده  $P^*$  و خروجی آن، تصویر رمز شده  $V$  می‌باشد. فلوچارت کلی رمزنگاری در شکل (۲) نشان داده شده است. این گام به منظور تامین امنیت در مقابل حملات



شکل (۲): فلوچارت رمزنگاری در روش پیشنهادی

این دو مورد توازن برقرار کرد. برای هر قالب  $B_i$ ,  $1 \leq i \leq n_b$  مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

الف. مقدار درهم ریخته<sup>۱</sup> قالب را طبق فرمول زیر محاسبه می‌نماییم:

$$H_i = f_h(B_i(1), \dots, B_i(m)) \quad (15)$$

که در آن،  $f_h$  یک تابع درهم ساز دلخواه می‌باشد و  $B_i(k)$  نمایانگر  $k$ امین پیکسل از  $i$ امین قالب است.

ب. LMCA معکوس پذیر  $L$  از مرتبه  $m+2$  توسط محاسبه پیکربندی اولیه  $\{C^{(1)}, \dots, C^{(m+2)}\}$  مطابق زیر ساخته می‌شود:

در این گام، کلید مخفی، شرایط اولیه نگاشت لجستیک است که طبق فرمول زیر تعریف می‌شود:

$$y_{n+1} = 4y_n \times [1 - y_n] \quad (14)$$

برخلاف اغلب الگوریتم‌های رمزنگاری تصویر که رمز جریانی هستند، الگوریتم ارائه شده یک الگوریتم رمز قالبی است که در آن تصویر به  $n_b$  قالب تقسیم شده و هر قالب به طور جداگانه پردازش می‌شود. فرآیند دقیق این گام در زیر آمده است:

تصویر بُرخورده  $P^*$  را به  $n_b$  قالب  $m$  پیکسلی تقسیم کرده که در آن  $n_b = \lfloor \frac{M \times N}{m} \rfloor$  و  $m$  یک مقدار اختیاری است، البته انتخاب مقادیر بزرگتر منجر به محاسبات کمتر می‌گردد در حالی که انتخاب مقادیر کوچکتر برای  $m$  منجر به دقت بیشتر در گام بررسی صحت داده می‌گردد. بنابراین، هنگام انتخاب  $m$  باید بین

<sup>1</sup> Hash

د.  $(m+1)$  امین پیکربندی از یک قالب نمو داده شده  $(A_i(m+1))$  به صورت زیر رمز می شود

$$k = 1 + \text{mod}(A_i(1), 4). \text{ محاسبه می شود.}$$

• نگاهت لجستیک را  $k$  بار تکرار کرده تا مقدار  $y$  به دست آید.

• مقدار  $d = \lfloor \text{mod}(y \times 10^6) \rfloor$  محاسبه می شود.

• مقدار جدید  $\{A_i(m+1) = A_i(m+1) \oplus \text{mod}(d + A_i(m+2), 256)\}$  محاسبه می شود.

ذ. قالب رمز شده متناظر  $\psi_i$  برابر با مقادیر  $\{A_i(1), A_i(2), \dots, A_i(m+1), A_i(m+2)\}$  قرار داده می شود.

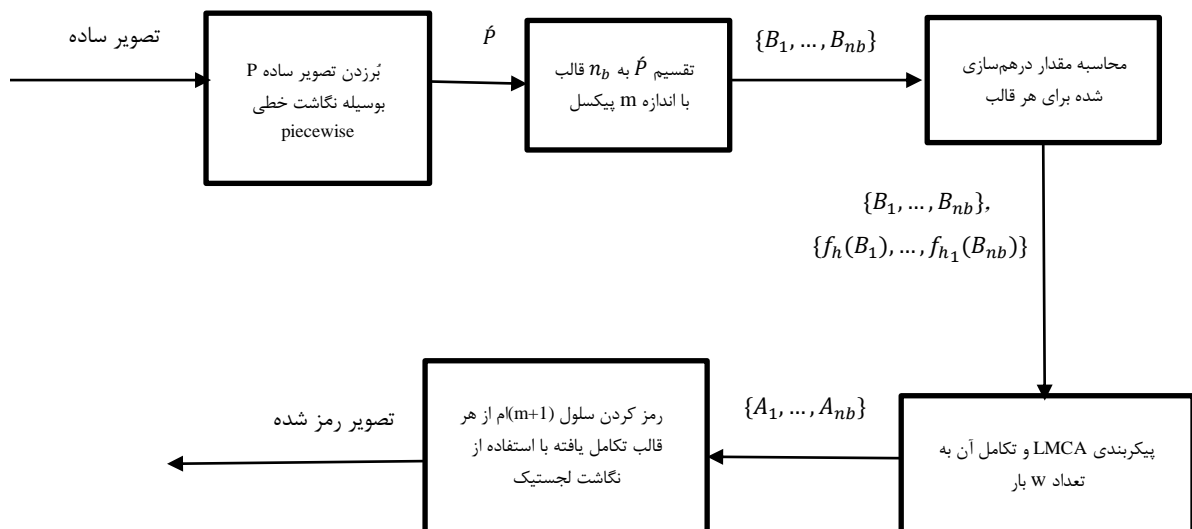
تصویر رمز شده  $\psi$  شامل قالب های رمز شده  $\psi_i$   $1 \leq i \leq n_b$  است که توسط روند توضیح داده شده به دست آمده و در شکل (۳) نشان داده شده است.

• قرار بده  $C^{(1)} = B_i(1), C^{(2)} = B_i(2), \dots, C^{(m)} = B_i(m)$

• قرار بده  $C^{(m+1)} = H_i$  که در آن،  $H_i$  مقدار درهم ریخته قالب است که توسط فرمول (۱۵) محاسبه شده است.

• اگر  $i=1$  (یعنی این قالب اولین قالب است که رمز می شود)  $C^{(m+2)}$  را  $C$  برابر با یک عدد دلخواه بین ۰ تا ۲۵۵ قرار داده و در غیر این صورت  $C^{(m+2)}$  برابر با  $D = B_{i-1}(1) \oplus B_{i-1}(2) \dots \oplus B_{i-1}(m)$  قرار می دهیم که در واقع XOR پیکسل های قالب قبلی است.

ج. با شروع از پیکربندی های اولیه  $\{C^{(1)}, \dots, C^{(m+2)}\}$  اتومات L را  $\omega$  بار نمو داده تا پیکربندی های جدید  $\{A_i(1), A_i(2), \dots, A_i(m+1), A_i(m+2)\}$  به دست آید. در این جا  $\omega$  نیز می تواند به صورت عمومی تعیین شده یا قسمتی از کلید مخفی باشد.



شکل (۳): گام های جایگشت و رمزنگاری در روش پیشنهادی

۰۱۰۰۱۰۱۱۰ به مقدار ۱۰۱۰۱۱۰۰۱ برسیم، باید با استفاده از مقدار کلید مخفی متناسب با این قالب (فرض می کنیم ۱۰۱۰۱۰۱۰۱ باشد) مقدار رمز شده را محاسبه و ارسال کنیم. این مقدار برابر است با ۰۰۰۰۰۱۱۰۰ که در کنار سایر قالب های رمز شده برای گیرنده ارسال می شود.

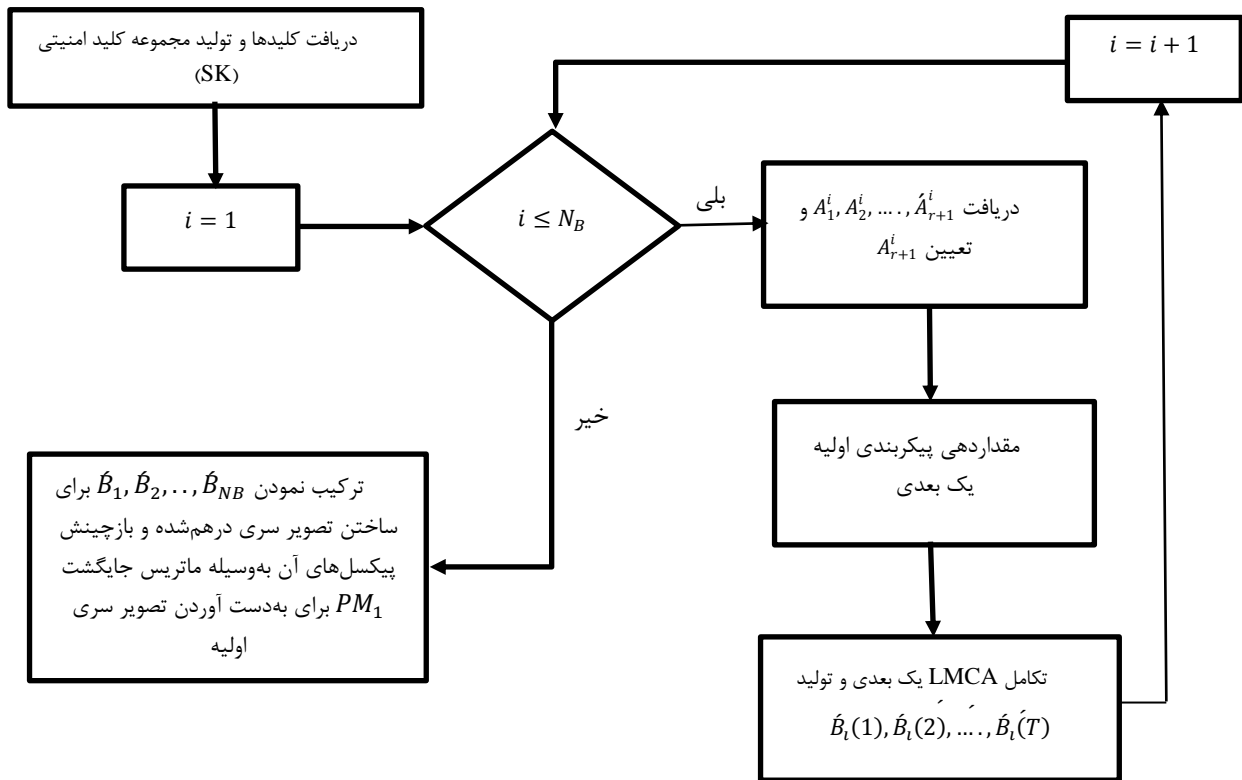
### ۵-۳- گام رمزگشایی تصویر

ورودی این گام، تصویر برخورداره  $\psi$  و خروجی آن، تصویر رمز شده  $p$  می باشد. فلوجارت کلی رمزگشایی در شکل نشان داده شده است.

در یک مثال ساده، مراحل رمزگذاری مطرح شده برای یک پیکسل با مقدار دلخواه را تشریح می کنیم. با فرض مقدار ۳۷ برای پیکسل مورد نظر که معادل باینری آن برابر است با ۰۱۰۰۱۰۱، مراحل رمزگذاری را آغاز می کنیم.

با فرض اندازه ۷ برای هر قالب، مقدار درهم ریخته برای این قالب برابر بیت ۱ می باشد. همچنین با فرض این که مقدار درهم ریخته قالب قبلی باشد، مقدار پیکربندی اولیه برای اتوماتای سلولی مورد نظرممان برابر است با: ۰۱۰۰۱۰۱۱۰. با فرض این که بعد از تکامل دادن اتوماتای سلولی دلخواه با پیکربندی اولیه





شکل (۴): فلوجارت رمزگشایی در روش پیشنهادی

رمزگشایی تمام قالب‌ها، گیرنده تصویر برخورد  $P^*$  را به دست می‌آورد. حال باید معکوس عمل جایگشت را انجام دهد تا تصویر ساده  $P$  را به دست آید.

در تشریح گام رمزگذاری مثالی مطرح شد که مقدار رمزشده‌ی یک قالب برابر شد با  $000001100$ . در گام رمزگشایی ابتدا با استفاده از مقدار کلید مخفی متناسب با قالب مورد نظر  $(101010101)$ ، گیرنده با استفاده از عملگر  $\oplus$  مقدار پیکربندی اولیه اتوماتای سلولی را برای تکامل به عقب محاسبه می‌کند که این مقدار برابر است با  $010010110$ . گیرنده با حذف بیت‌های هشتم و نهم به مقدار رمزگشایی شده صحیح یعنی  $0100101$  یا همان  $37$  می‌رسد. البته برای فرایند بررسی صحت داده به مقدار بیت  $8$  نیاز می‌باشد که در گام بررسی صحت داده، نحوه استفاده از این مقدار توضیح داده می‌شود.

#### ۴-۵- گام بررسی صحت داده

ورودی این گام، تصویر برخورد  $P^*$  و خروجی آن کشف این می‌باشد که آیا تصویر دست‌کاری شده است یا نه؟ الگوریتم بررسی صحت داده به فرم زیر است.

تصویر  $P^*$  را به قالب‌های  $m$  پیکسلی  $\{B_1, \dots, B_{nb}\}$  تقسیم نموده و برای هر قالب  $B_i$ ،  $1 \leq i \leq n_b$  مراحل زیر اجرا می‌شود:

الگوریتم رمزگشایی دقیقاً مانند الگوریتم رمزنگاری است اما به ترتیب بلعکس. چون LMCA از مرتبه  $m+2$  است برای نمو دادن آن به عقب دقیقاً آخرین  $m+2$  پیکربندی لازم است، بنابراین، رمزگشایی تصویر رمزشده بدون داشتن کلید، امکان‌پذیر نیست، زیرا در هر قالب  $\psi_i = \{A_i(1), A_i(2), \dots, \hat{A}_i(m+1), A_i(m+2)\}$  یک پیکربندی  $A_i(m+1)$  با استفاده از کلید، رمز شده است. روند دقیق این کار به فرم زیر است:

$$\psi_i = \{A_i(1), A_i(2), \dots, \hat{A}_i(m+1), A_i(m+2)\}, n_b \leq i \leq 1,$$

در طرف گیرنده، برای هر قالب رمزشده مراحل زیر باید انجام شود:

۱- مقدار  $A_i(m+1)$  را با استفاده از فرمول

$$A_i(m+1) = \hat{A}_i(m+1) \oplus \text{mod}(d + A_i(m+2), 256)$$

محاسبه کرده که در آن مقدار  $d$  توسط تکرار نگاشت لجستیک به دست می‌آید و این نیز تنها زمانی ممکن است که گیرنده مقدار کلید را بداند.

۲-  $\bar{L}$  را ساخته که در واقع همان معکوس  $L$  با پیکربندی‌های اولیه است.  $\{C^1 = A_i(1), C^2 = A_i(2), \dots, C^{(m+1)} = A_i(m+1), C^{(m+2)} = A_i(m+2)\}$  و آن را  $\omega$  بار نمو داده تا مقادیر  $\{B_i(1), \dots, B_i(m)\}$  و همچنین مقدار  $H_i$  را که بعداً برای بررسی صحت داده استفاده می‌شود، به دست آید. پس از

لجستیک،  $(y)$ ، هستند. برای امنیت بیشتر، شماره قانون‌های اتوماتای سلولی را نیز می‌توان به‌عنوان کلید در نظر گرفت؛ اما در این بخش آن‌ها حساب نشده‌اند. بنابراین، اندازه کل فضای کلید برابر است با  $2^{25} \times 2^{25} \times 2^{25}$  که طبق استاندارد IEEE [۴۷] برای مقابله با حمله آزمون و خطا به اندازه کافی بزرگ است [۱۱].

#### • حساسیت کلید

یک الگوریتم رمزنگاری خوب، باید نسبت به کلید مخفی حساس باشد، بدین معنی که یک تغییر کوچک در کلید منجر به ایجاد یک تغییر اساسی در تصویر رمز شده متناظر شود. برای آزمودن حساسیت پارامتر کلید  $K$ ، تصویر ساده با  $K = p + \Delta\delta$ ،  $K = p - \Delta\delta$ ،  $K = p$  دیگر پارامترهای کلید بدون تغییر هستند. در این جا  $\Delta\delta$  یک مقدار بسیار کوچک است و مقدار انحراف نام دارد. تصاویر رمز شده متناظر به ترتیب با I3, I2, I1 نشان داده شده‌اند. ضریب حساسیت برای پارامتر کلید  $K$  طبق فرمول زیر به‌دست می‌آید:

$$P_S(K) = \frac{1}{2 \times H \times W} \sum_{i,j} [N_S(I_1(i,j), I_2(i,j), I_3(i,j))], \quad (16)$$

که در آن،  $N_S(x,y) = 1$  اگر  $x \neq y$  و در غیر این صورت  $N_S(x,y) = 0$  خواهد بود. مقادیر بزرگتر برای  $P_S(K)$  نمایانگر حساسیت بیشتر برای پارامتر  $K$  است.

یک آزمون روی ۴ تصویر Boat, Lake, Lena, Pepper انجام شده است که در آن پارامتر  $K$  برابر با شرایط اولیه نگاشت خطی Piecewise در نظر گرفته شده است و مقدار انحراف برابر با  $10^{-10}$  قرار داده شد و تمامی پارامترهای دیگر کلید بدون تغییر ماند. نتایج را می‌توان در جدول (۱) مشاهده کرد که حاکی از آن است که طرح پیشنهادی دارای حساسیت بالا نسبت به کلید می‌باشد.

جدول (۱): نتایج آزمون حساسیت کلید

$$\Delta\delta = 10^{-10}, K = 0.123456789$$

تصویر	$P_S(K)$
Boat	۰/۹۹۶۶
Lake	۰/۹۹۵۹
Lena	۰/۹۹۶۷
Pepper	۰/۹۹۶۲

الف) مقدار  $h_i = f_h(B_i(1), \dots, B_i(m))$  را محاسبه کرده که در آن  $f_h$  همان تابع درهم‌ساز است و منظور از  $B_i(k)$ ،  $k$ امین پیکسل  $i$ امین قالب است.

ب) اگر مقدار  $H_i$  که در مرحله ۲ از گام رمزگشایی به‌دست آمده، با مقدار  $h_i$  برابر بود، یعنی این قالب دست‌کاری نشده است. اگر برای هر  $B_i$ ،  $1 \leq i \leq n_b$  داشته باشیم  $h_i = H_i$  آن‌گاه کل تصویر دست‌نخورده است.

در مثالی که در دو گام رمزگذاری و رمزگشایی برای درک بیشتر روش ارائه‌شده بیان شد، گیرنده برای بررسی صحت مقدار رمزگشایی شده (۰۱۰۰۱۰۱) باید مقدار بیت هشتم، یعنی ۱ را با حاصل جمع بولی بیت‌های مقدار رمزگشایی شده مقایسه کند که در صورت عدم تساوی این دو مقدار صحت داده رمزگشایی شده تایید نمی‌شود.

#### ۶- ارزیابی و بررسی امنیت روش ارائه شده

در این بخش ابتدا بررسی‌های مربوط به کلید را انجام داده و سپس رفتار الگوریتم در مقابل حملات آماری و حمله تفاضلی بررسی خواهد شد. همچنین درباره مقاومت الگوریتم در برابر حملات تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی بحث می‌شود. لازم به ذکر است با توجه به این که داده‌های تصویری با داده‌های متنی متفاوت هستند، استفاده از سیستم‌های رایج و سنتی رمزنگاری داده‌های متنی همچون DSA و RSA به دلایلی چون حجم بالای داده‌های تصویری و یا این که در رمزنگاری داده‌های تصویری برخلاف رمزنگاری داده‌های متنی، نیاز نیست که داده رمزگشایی شده دقیقاً همان داده قبل از رمزنگاری باشد، کارا نمی‌باشند. بنابراین، مقایسه سیستم‌های رمزنگاری تصاویر با سیستم‌های رمزنگاری داده‌ای مرسوم نمی‌باشد.

#### ۶-۱- بررسی‌های مربوط به کلید

##### • فضای کلید

یک سیستم رمزنگاری تصویر خوب، باید دارای فضای کلید نسبتاً بزرگ باشد تا بتواند در مقابل حمله با آزمون و خطا<sup>۱</sup> مقاوم باشد. اندازه فضای کلید برابر است با تعداد کل کلیدهایی که می‌تواند در الگوریتم استفاده شوند. در روش ارائه‌شده، کلیدهای مخفی همان شرایط اولیه نگاشت خطی Piecewise،  $(x)$ ، پارامترهای کنترل نگاشت خطی Piecewise،  $(p)$ ، و شرایط اولیه نگاشت

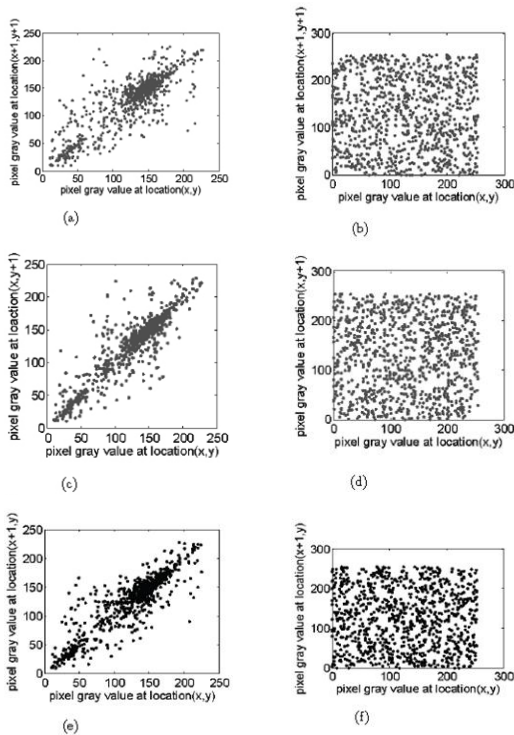
<sup>۱</sup> Brute force attack

## ۶-۲- بررسی‌های آماری

بررسی‌های آماری روی طرح ارائه شده، نمایانگر پراکندگی و اغتشاش بسیار زیاد آن بوده که تصویر رمز شده را در برابر حملات آماری شدیداً مقاوم می‌کند. این ادعا توسط یک آزمون روی نمودار فراوانی رنگ، یک آزمون روی همبستگی پیکسل‌های مجاور و یک آزمون روی آنتروپی تصویر ثابت شده است.

### • نمودار فراوانی رنگ

نمودار فراوانی رنگ برای دو تصویر Boat و Lake در شکل‌های (۵-۶) نمایش داده شده است. این شکل‌ها بیان می‌کنند که تصاویر رمز شده دارای فراوانی رنگ نسبتاً یکنواخت بوده و بنابراین هیچ گونه اطلاعات مفیدی به مهاجم نمی‌دهند.



شکل (۷): همبستگی پیکسل‌های مجاور در تصویر Lake.

(a),(c),(e) مربوط به تصویر ساده و (b),(d),(f) مربوط به تصویر رمز

شده هستند

### • همبستگی بین پیکسل‌های مجاور

معمولاً همبستگی بسیار زیادی بین پیکسل‌های مجاور در تصاویر وجود دارد. یک الگوریتم رمزنگاری تصویر امن، باید این همبستگی را از بین ببرد تا تصویر رمز شده در مقابل حملات آماری مقاوم باشد. برای آزمون همبستگی بین پیکسل‌های مجاور، به صورت تصادفی ۱۰۰۰ زوج از پیکسل‌های مجاور (به طور عمودی، افقی و قطری) انتخاب شده و ضرایب همبستگی هر زوج یکبار قبل از رمزنگاری و یکبار پس از رمزنگاری با استفاده از فرمول‌های زیر محاسبه شده است:

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{D(x)}\sqrt{D(y)}} \quad (17)$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - E(x))(y_i - E(y)) \quad (18)$$

$$D(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - E(x))^2 \quad (19)$$

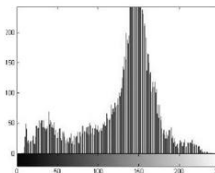
$$E(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (20)$$

که در آن‌ها،  $X$  و  $Y$  مقادیر خاکستری دو پیکسل مجاور هستند. ضرایب همبستگی تصاویر ساده و تصاویر رمز شده دو تصویر Lake

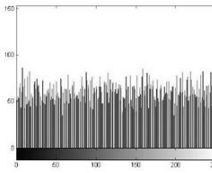


(a) Original boat image

(b) Encrypted boat image with  $x=0.123456789$ ,  $p=0.2$ ,  $y=0.5671$



(c) Histogram of (a)

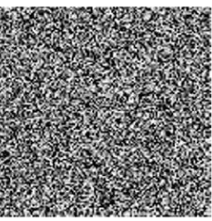


(d) Histogram of (b)

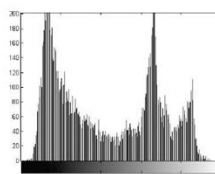
شکل (۵): نمودار فراوانی رنگ برای تصویر Boat



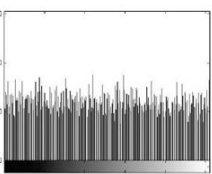
(a) Original lake image



(b) Encrypted lake image with  $x=0.0.123456789$ ,  $p=0.2$ ,  $y=0.5671$



(c) Histogram of (a)



(d) Histogram of (b)

شکل (۶): نمودار فراوانی رنگ برای تصویر Lake

- مقاومت در برابر حمله تصویر ساده معلوم و حمله تصویر ساده انتخابی

در الگوریتم ارائه شده گام پخش به گونه‌ای طراحی شده که در آن یک بازخورد از تصویر رمز شده به کار گرفته می‌شود تا تعداد تکرارهای نگاشت لجستیک را در هر بار تغییر دهد. طبق فرمول  $k = 1 + \text{mod}(A_i(1), (4))$  که در آن،  $A_i(1)$  یک بازخورد از تصویر رمز شده است و  $k$  تعداد تکرارهای نگاشت لجستیک است. بنابراین هنگامی که تصاویر ساده مختلف رمز می‌شوند، جریان کلید متناظر وابسته به آن تصاویر رمز شده است. مهاجم توسط رمزنگاری یک سری تصاویر خاص هیچ گونه اطلاعات مفیدی به دست نمی‌آورد، زیرا اطلاعات حاصله به همان تصاویر انتخاب شده مربوط است. بنابراین طرح ارائه شده در برابر حملات تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی به شدت مقاوم است.

در جمع‌بندی این بخش، در مقایسه با روش‌های قبلی مطرح شده در این مقاله نکات و توضیحات زیر قابل بیان می‌باشد:

- روش ارائه شده در این مقاله در مقایسه با روش اسماعیل و همکاران از فضای کلید به مراتب بزرگتری برخوردار می‌باشد. همچنین در برابر تمامی روش‌های تحلیل آماری سیستم‌های رمزنگاری تصاویر که در این نوشتار بیان شده‌اند، روش ارائه شده نسبت به روش اسماعیل و همکاران، عملکرد بهتری را ثبت می‌کند.

- در مقایسه با روش‌های وانگ و همکاران، و ژنگ و همکاران، روش ارائه شده به لحاظ بزرگی فضای کلید، عملکرد مشابهی دارد. همچنین روش ارائه شده قابلیت بررسی داده در مقیاس‌های مختلف را فراهم می‌سازد که روش‌های دیگر مطرح شده در این مقاله چنین قابلیت را ندارند. با توجه به نتایج مربوط به تحلیل وابستگی بین پیکسل‌های مجاور و همچنین نمودار فراوانی رنگ دو روش وانگ و همکاران

- [۴۱] و ژنگ و همکاران [۳۹]، می‌توان بر راحتی عملکرد بهتر روش پیشنهادی در این مقاله را مشاهده نمود.

با توجه به فضای کلید بزرگتری که روش پیشنهادی در مقایسه با فضای کلید حاصل از روش ارائه شده در روش ابدو و همکاران [۴۲] داراست، به راحتی بالاتر بودن میزان امنیت روش پیشنهادی نسبت به روش ابدو و همکاران قابل مشاهده است. نکته دیگر در مقایسه این دو روش این است که برخلاف روش پیشنهادی در این مقاله، روش ابدو و همکاران فاقد پشتیبانی از بررسی صحت داده رمزگشایی شده می‌باشد.

Boat و به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده است. همچنین جدول (۲) نیز نتایج را نشان می‌دهد.

جدول (۱): ضرایب همبستگی پیکسل‌های مجاور در تصویر ساده و تصویر رمز شده متناظر با آن

تصویر ساده Lake	تصویر رمز شده Lake	تصویر ساده Boat	تصویر رمز شده Boat
۰/۹۱۸۹	-۰/۰۰۶۳	۰/۹۲۸۳	-۰/۰۰۳۵
۰/۹۰۲۸	۰/۰۰۹۵	۰/۹۴۴۴	۰/۰۰۸۹
۰/۹۲۶۶	۰/۰۰۸۹	۰/۸۹۲۷	-۰/۰۰۱۱

### • حمله آنتروپی اطلاعات

آنتروپی اطلاعات، بارزترین ویژگی تصادفی بودن است. مقدار آنتروپی برای ۴ تصویر رمز شده توسط طرح ارائه شده، با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده و در جدول (۳) نمایش داده شده است و دلالت بر این دارد که این تصاویر، نزدیک به یک منبع تصادفی بوده و در مقابل حمله آنتروپی مقاوم هستند [۴۸].

$$H(m) = - \sum k \cdot p_k \log(p_k) \quad (21)$$

جدول (۲): نتایج آزمون آنتروپی

H(m)	تصویر
۷/۹۷۰۶	Boat
۷/۹۷۳۰	Lake
۷/۹۶۹۶	Lena
۷/۹۷۱۷	Pepper

### • حمله تفاضلی

همان‌طور که گفته شده در این حمله، مهاجم یک پیکسل از تصویر ساده را تغییر داده و سعی در یافتن رابطه‌ای معنادار بین تصاویر رمز شده متناظر دارد. برای فهمیدن این که چگونه تغییر یک پیکسل در تصویر ساده روی تصویر رمز شده متناظر تاثیر می‌گذارد دو معیار NCPR و UACI را برای ۴ تصویر محاسبه کرده‌ایم که نتایج در جدول (۴) نمایش داده شده‌اند.

جدول (۳): معیارهای UACI و NPCR برای تصاویر رمز شده با تصاویر ساده دارای اختلاف جزئی

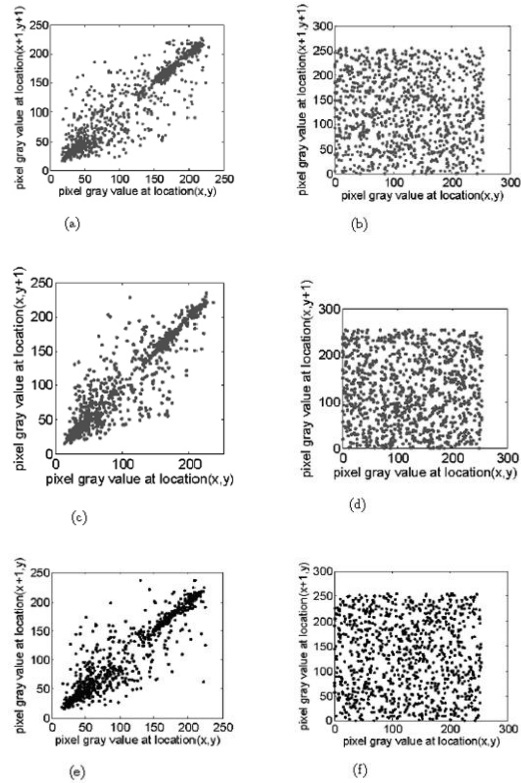
UACI(%)	NPCR(%)	تصویر
۳۳/۱۶۰۰	۹۹/۱۰۲۵	Boat
۳۳/۶۰۶۴	۹۹/۱۲۲۰	Lake
۳۳/۳۱۶۱	۹۹/۴۶۰۲	Lena
۳۳/۵۷۲۴	۹۸/۹۲۰۴	Pepper

تصاویر مقیاس خاکستری اعمال شده است، اما می‌توان توسط آن تصاویر رنگی را نیز به صورت بهینه رمزنگاری کرد.

**تقدیر و تشکر:** این مقاله مستخرج از طرح پژوهشی با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قوچان می باشد.

### ۸- منابع

- [1] P. H. Bardell, "Analysis of cellular automata used as pseudorandom pattern generators," in Proceedings. International Test Conference 1990, 1990, pp. 762-768.
- [2] K. Cattell and J. C. Muzio, "An Explicit Similarity Transform between Cellular Automata and LFSR Matrices," *Finite Fields Their Appl.*, vol. 4, no. 3, pp. 239-251, 1998.
- [3] R. Díaz Len et al., "Wolfram cellular automata and their cryptographic use as pseudorandom bit generators," *Int. J. Pure Appl. Math.*, vol. 4, 2003.
- [4] C. Fraile Rubio, L. Hernandez Encinas, S. White, Á. Rey, and G. Sánchez, "The Use of Linear Hybrid Cellular Automata as Pseudo Random Bit Generators in Cryptography," *Neural Parallel Sci. Comp.*, vol. 12, pp. 175-192, 2004.
- [5] P. Guan, "Cellular automaton public-key cryptosystem," *Complex Syst.*, vol. 1, 1987.
- [6] H. Gutowitz, "Cryptography with Dynamical Systems," *Cellular Automata and Cooperative Systems*. Springer, Dordrecht, 1993. 237-274.
- [7] W. Meier and O. Staffelbach, "Analysis of Pseudo Random Sequences Generated by Cellular Automata," in Proceedings of the 10th Annual International Conference on Theory and Application of Cryptographic Techniques, 1991, pp. 186-199.
- [8] S. Nandi, B. K. Kar, and P. P. Chaudhuri, "Theory and Applications of Cellular Automata in Cryptography," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 43, no. 12, pp. 1346-1357, Dec. 1994.
- [9] S. Wolfram, "Cryptography with Cellular Automata," in *Advances in Cryptology*, 1986, pp. 429-432.
- [10] I. Ingemarsson, D. Tang, and C. Wong, "A Conference Key Distribution System," *IEEE Trans. Inf. Theor.*, vol. 28, no. 5, pp. 714-720, Sep. 2006.
- [11] K. Bogart, "Basic Algebra," *Am. Math. Mon.*, vol. 92, no. 10, 1985.
- [12] A. Joux, "A One Round Protocol for Tripartite Diffie-Hellman," in *Algorithmic Number Theory*, 2000, pp. 385-393.
- [13] M. Just and S. Vaudenay, "Authenticated multi-party key agreement," in *Advances in Cryptology --- ASIACRYPT '96*, 1996, pp. 36-49.
- [14] G. Marañón, L. H. Encinas, A. H. Encinas, Á. M. del Rey, and G. R. Sánchez, "Graphic Cryptography with Pseudorandom Bit Generators and Cellular Automata," in *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*, 2003, pp. 1207-1214.
- [15] L. Hernandez Encinas, Á. Rey, and A. Encinas, "Encryption of Images with 2-dimensional Cellular Automata," *Proc. of 6-th Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, 2002, pp. 471-476.



شکل (۸): همبستگی پیکسل‌های مجاور در تصویر Boat. (a),(c),(e) مربوط به تصویر ساده و (b),(d),(f) مربوط به تصویر رمز شده هستند

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از نگاشت‌های آشوب و اتوماتای سلولی تک بعدی حافظه‌دار برای رمزنگاری تصاویر روشی کارا و بهینه ارائه شد که در گام جایگزینی از نگاشت آشوب خطی Piecewise و در گام پخش از نگاشت آشوب لجستیک و اتوماتای سلولی استفاده شده است. یک ویژگی بارز الگوریتم ارائه شده این است که قابلیت بررسی صحت داده را در سطح قالب دارد. این ویژگی به خصوص در کاربردهایی اهمیت دارد که داده‌های تصویر یا بخشی از آن بسیار حساس هستند. با این حال این برتری، به قیمت افزونگی داده<sup>۱</sup> تمام شده، اما به دلیل کم بودن مقدار افزونگی داده (یک پیکسل به ازای هر قالب) و پیاده سازی سریع و آسان اتوماتای سلولی، الگوریتم همچنان کارا بوده و قابل استفاده برای کاربردهای عملی می‌باشد. طرح ارائه شده تمام ویژگی‌های یک سیستم رمزنگاری خوب از جمله فضای کلید بزرگ، مقاومت در برابر حملات آنتروپی، توافقی، تصویر ساده معلوم و تصویر ساده انتخابی را داراست. روش پیشنهادی فقط بر

<sup>۱</sup> Data Extension

- [33] Q. Zhang, L. Guo, and X. Wei, "Image encryption using DNA addition combining with chaotic maps," *Math. Comput. Model.*, vol. 52, no. 11, pp. 2028–2035, 2010.
- [34] J. W. Yoon and H. Kim, "An image encryption scheme with a pseudorandom permutation based on chaotic maps," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 15, no. 12, pp. 3998–4006, 2010.
- [35] I. Amr Ismail, A. Mohammed, and H. Diab, "A Digital Image Encryption Algorithm Based A Composition of Two Chaotic logistic Maps[J]," *Int. J. Netw. Secur.*, vol. 11, 2010.
- [36] F. Maleki, A. Mohades, S. M. Hashemi, and M. E. Shiri, "An Image Encryption System by Cellular Automata with Memory." 2008 Third International Conference on Availability, Reliability and Security, Barcelona, pp. 1266–1271, 2008.
- [37] R.-J. Chen and J.-L. Lai, "Image security system using recursive cellular automata substitution," *Pattern Recognit.*, vol. 40, no. 5, pp. 1621–1631, 2007.
- [38] D. R. Stinson, "Cryptography: Theory and Practice, Third Edition," 2001.
- [39] C. Z. S. Y. Q. Zhang Xiaoyan; Wang, "Image Encryption Scheme Based on Balanced Two-Dimensional Cellular Automata," *Math. Probl. Eng.*, pp. 229–253, 2013.
- [40] Á. Rey and G. Sánchez, "An image encryption algorithm based on 3D cellular automata and chaotic maps," *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 26, 2015.
- [41] X. Wang and D. Luan, "A novel image encryption algorithm using chaos and reversible cellular automata," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 18, no. 11, pp. 3075–3085, 2013.
- [42] A. A. Abdo, S. Lian, I. A. Ismail, M. Amin, and H. Diab, "A cryptosystem based on elementary cellular automata," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 18, no. 1, pp. 136–147, 2013.
- [43] X. Chai, Z. Gan, K. Yang, Y. Chen, and X. Liu, "An image encryption algorithm based on the memristive hyperchaotic system, cellular automata and DNA sequence operations," *Signal Process. Image Commun.*, vol. 52, pp. 6–19, 2017.
- [44] X. Chai, X. Zheng, Z. Gan, D. Han, and Y. Chen, "An image encryption algorithm based on chaotic system and compressive sensing," *Signal Processing*, vol. 148, pp. 124–144, 2018.
- [45] R. Enayatifar, A. H. Abdullah, I. F. Isnin, A. Altameem, and M. Lee, "Image encryption using a synchronous permutation-diffusion technique," *Opt. Lasers Eng.*, vol. 90, pp. 146–154, 2017.
- [46] R. Jamali and A. Farzan, "A new image cryptography algorithm using Arnold transformation algorithms and differential evolution," *J. Electron. Cyber Def. (in Persian)*, vol. 6, no. 1, 2018.
- [47] J. Nam, S. Kim, and D. Won, "Security Weakness in Ren et al.'s Group Key Agreement Scheme Built on Secure Two-Party Protocols," in *Information Security Applications*, 2006, pp. 1–9.
- [48] N. K. Pareek, V. Patidar, and K. K. Sud, "Discrete chaotic cryptography using external key," *Phys. Lett. A*, vol. 309, no. 1, pp. 75–82, 2003.
- [16] T. Toffoli and N. H. Margolus, "Invertible cellular automata: A review," *Phys. D Nonlinear Phenom.*, vol. 45, no. 1, pp. 229–253, 1990.
- [17] C. Schwartz, "A NEW GRAPHICAL METHOD FOR ENCRYPTION OF COMPUTER DATA," *Cryptologia*, vol. 15, no. 1, pp. 43–46, 1991.
- [18] I. N. Herstein, "Topics in Algebra," 1975.
- [19] D. Xiao, X. Liao, and P. Wei, "Analysis and improvement of a chaos-based image encryption algorithm," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 40, no. 5, pp. 2191–2199, 2009.
- [20] C. Çokal and E. Solak, "Cryptanalysis of a chaos-based image encryption algorithm," *Phys. Lett. A*, vol. 373, no. 15, pp. 1357–1360, 2009.
- [21] D. Arroyo, G. Alvarez, S. Li, C. Li, and J. Nunez, "Cryptanalysis of a discrete-time synchronous chaotic encryption system," *Phys. Lett. A*, vol. 372, no. 7, pp. 1034–1039, 2008.
- [22] G. Álvarez, F. Montoya, M. Romera, and G. Pastor, "Cryptanalysis of a discrete chaotic cryptosystem using external key," *Phys. Lett. A*, vol. 319, no. 3, pp. 334–339, 2003.
- [23] C. Li, S. Li, G. Chen, and W. A. Halang, "Cryptanalysis of an image encryption scheme based on a compound chaotic sequence," *Image Vis. Comput.*, vol. 27, no. 8, pp. 1035–1039, 2009.
- [24] C. Li, S. Li, M. Asim, J. Nunez, G. Alvarez, and G. Chen, "On the security defects of an image encryption scheme," *Image Vis. Comput.*, vol. 27, no. 9, pp. 1371–1381, 2009.
- [25] R. Alonso-Sanz, "Reversible cellular automata with memory: two-dimensional patterns from a single site seed," *Phys. D Nonlinear Phenom.*, vol. 175, no. 1, pp. 1–30, 2003.
- [26] R. Alonso-Sanz and M. Martín, "Elementary Cellular Automata with Memory," *Complex Syst.*, vol. 14, no. 2, p. 99–126, 2003.
- [27] Z.-H. Guan, F. Huang, and W. Guan, "Chaos-based image encryption algorithm," *Phys. Lett. A*, vol. 346, no. 1, pp. 153–157, 2005.
- [28] C. Li and G. Chen, "On the security of a class of image encryption schemes," in *2008 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2008, pp. 3290–3293.
- [29] G. Chen, Y. Mao, and C. K. Chui, "A symmetric image encryption scheme based on 3D chaotic cat maps," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 21, no. 3, pp. 749–761, 2004.
- [30] Yaobinmao, Guanrongchen, and Shiguolian, "A NOVEL FAST IMAGE ENCRYPTION SCHEME BASED ON 3D CHAOTIC BAKER MAPS," *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 14, 2011.
- [31] J. Shen, X. Jin, and C. Zhou, "A Color Image Encryption Algorithm Based on Magic Cube Transformation and Modular Arithmetic Operation," in *Advances in Multimedia Information Processing - PCM 2005*, 2005, pp. 270–280.
- [32] X. He, Q. Zhu, and P. Gu, "A New Chaos-Based Encryption Method for Color Image," in *Rough Sets and Knowledge Technology*, 2006, pp. 671–678.

## **Encryption of Images using Chaos Theory and Cellular Automata**

**H. Tabatabaei\*, S. K. Shekofteh, H. Salami, M. V. Zangeneh Moghadam**

Islamic Azad University, Quchan Branch

### **Abstract**

The differences between textual and multimedia data, images for instance, the big size of images for one example and the correlation of adjacent pixels for another, have led to insufficient efficiency of traditional methods of cryptography and encrypting those data. This paper introduces a new method for image cryptography, using chaos mappings and 1D memory cellular automata. The method benefits from Piecewise linear chaos mapping in permutation phase and Logistic chaos mapping and cellular automata in broadcast phase. The outstanding characteristic of the introduced proposed algorithm is its capability of data verification in block level that holds a great weight in military and medical functions where image data or part of it is believed to be of great sensitivity. In this paper, the educational board of Cortex-M3 LPC1768 is served for hardware implementation of the proposed method. The results of different studies including key sensitivity assessment and statistical assessments depict the high level of the sensitivity of the proposed method. Furthermore, assessment of various attacks revealed the right level of resistance of the proposed method.

**Keywords:** Image Encryption, Chaos Theory, Chaos Mapping, Reversible Cellular Automaton

---

\* Corresponding author E-mail: h\_tabatabaee@mshdiau.ac.ir