

تخمین زاویه ورود ناهمدوس با استفاده از تخمین فرکانس

هادی زبانی^{۱*}، مهدی کرکی^۲

۱- استادیار، دانشگاه صنعتی قم، ۲- دکتری، دانشگاه سوییپورن استرالیا

(دریافت: ۹۶/۱۱/۰۷؛ پذیرش: ۹۷/۰۸/۰۶)

چکیده

در مساله تخمین زاویه ورود ناهمدوس، هدف تعیین زاویه ورود فقط بر اساس اندازه سیگنال دریافتی از حسگرهای آرایه است. مزیت روش ناهمدوس این است که با وجود خطاهای فازی موجود در حسگرها و یا شیفت‌دهنده‌های فاز، می‌توان زاویه ورود را تخمین زد و حساسیت روش نسبت به خطاهای فازی کم است. در این مقاله، از یک روش تخمین فرکانس برای تخمین زاویه ورود استفاده شده است که به سادگی با روش‌های مبتنی بر تبدیل فوریه گسسته سریع، قابل پیاده‌سازی است. همچنین، برای رفع ابهام و حل معادلات غیرخطی از یک هدف مرجع با توان ارسالی بالا استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی در هر دو حالت آرایه خطی و آرایه دو بعدی صفحه‌ای، کارایی روش آرایه شده و مقاوم بودن نسبت به خطای فاز را نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی

تخمین زاویه ورود، ناهمدوس، آرایه خطی، آرایه صفحه‌ای، تخمین فرکانس، تبدیل فوریه سریع

۱- مقدمه

برطرف کند. در سناریوی چند هدفه، آنها پیشنهاد استفاده از چند هدف مرجع را داده‌اند تا ابهام را برطرف کنند. اخیراً هم، جیانگ و همکاران در [۱۵]، فرمول دقیق و بسته برای تقریب‌زدن تخمین بیشینه درست‌نمایی^۳ برای حل مساله در حالت تک هدفه را ارائه کرده‌اند. آنها، همچنین، کران کرامر- رانو برای تخمین زاویه ورود غیر همدوس در حالت تک هدفه را محاسبه کرده‌اند [۱۵].

در این مقاله، در حالت آرایه خطی، ما عبارت مجذور اندازه سیگنال خروجی آرایه را بسط می‌دهیم. با در نظر گرفتن اندیس عناصر آرایه به عنوان اندیس زمان، سیگنال مجذور دامنه می‌تواند به صورت برهم نهی مجموعه‌ای از هارمونیک‌ها در نظر گرفته شود. لذا، یک ابزار ساده آنالیز طیفی نظیر استفاده از تبدیل فوریه سریع می‌تواند مولفه‌های هارمونیک را بازیابی کند. تعداد مولفه‌های هارمونیک برابر $K(K-1)/2$ است که K تعداد اهداف است. بر اساس این بسط، به‌ازای هر ترکیبی از دو هدف، یک مولفه هارمونیک داریم که با تخمین فرکانس آن، می‌توان به یک معادله غیر خطی برای تخمین زاویه ورود دست پیدا کرد. برای حل این معادلات غیر خطی، و نیز برای رفع ابهام ناشی از این دسته معادلات، یک روش عملی پیشنهاد می‌شود. این روش به این صورت است که از یک هدف مرجع با توان بالا در زوایای نزدیک به صفر استفاده می‌کند. در حقیقت، ما تنها از K معادله

تخمین زاویه ورود یک مساله کلاسیک در پردازش سیگنال است که در کاربردهای زیادی از جمله رادار به‌کار می‌رود [۳-۱]. در ادبیات مساله، روش‌های متداولی نظیر روش Capon، روش ESPRIT، روش MUSIC و ... برای تخمین زاویه ورود به‌کار رفته است [۴-۷]. همچنین، روش‌های مبتنی بر تنگی هم برای تخمین زاویه ورود به‌کار رفته‌اند [۸-۱۱]. نوشتار حاضر، بر مساله تخمین زاویه ورود ناهمدوس^۱ که اخیراً توسط فن و همکاران [۱۲] و کیم و همکاران [۱۳] بحث شده است، تمرکز دارد. در این مساله، تخمین زاویه ورود فقط بر اساس دامنه سیگنال خروجی آرایه انجام می‌شود. این روش برای حالتی که خطاهای فاز در سطح عناصر آرایه وجود دارد، بسیار موثر است. برای حذف حساسیت روش‌های کلاسیک تخمین زاویه ورود نظیر MUSIC [۶] و ESPRIT [۷] نسبت به خطاهای فاز، در [۱۳]، روشی مبتنی بر بازیابی فاز^۲ آرایه شده است. در این روش، نویسندگان برای تخمین زاویه ورود، یک گونه اصلاح شده از روش بازیابی فاز به نام GESPAR [۱۴] را استفاده کرده‌اند. برای برطرف کردن ابهام ذاتی ناشی از مساله، آنها استفاده از یک هدف در زوایای کم را پیشنهاد داده‌اند که قادر است ابهام را در حالت تک هدفه

*رایانامه نویسنده پاسخگو: zayyani@qut.ac.ir

1- Non-coherent

2- Phase retrieval

3- Maximum Likelihood

ناهمدوس که فقط از اندازه سیگنال استفاده می‌کند، جواب بدتری داد. در عین حال، در حالت وجود خطاهای فاز، با خطای فاز بیشتر از ۱۰ درجه، روش ناهمدوس ارایه شده جواب بهتری نسبت به روش همدوس می‌دهد. این موضوع کارآیی روش ناهمدوس در حالت وجود خطای فاز را نشان می‌دهد.

۲- تعریف مساله

مساله تخمین زاویه ورود ناهمدوس را برای هر دو حالت آرایه خطی و آرایه صفحه‌ای در نظر می‌گیریم. در ادامه به تعریف مساله در هر دو حالت خواهیم پرداخت.

۲-۱- آرایه خطی

یک آرایه خطی متشکل از N عنصر که در مکان‌های $z_n = nd$ قرار گرفته‌اند را در نظر بگیرید که اندیس‌های آرایه به صورت $n = 0, 1, \dots, N - 1$ هستند و d فاصله بین عناصر است. فرض کنید تعداد K منبع یا هدف در زوایای θ_k که $k = 0, 1, \dots, K - 1$ است، در میدان دور قرار گرفته باشند. توجه کنید که زاویه θ ، زاویه نسبت به راستای محور آرایه و در جهت عنصر مرجع صفرم است. هر کدام از منابع، سیگنال‌های باند باریک مستقل از هم به صورت $s_k(t)$ تولید می‌کند که در یک محیط هم معیار^۵ به آرایه می‌رسد. برای هدف i ام، سیگنال دریافتی در حسگر n ام به صورت $|x_{n,i}(t)| = |x_{n,i}(t)| e^{j(z_n \psi_i(t) + \gamma_{n,i}(t))}$ است، که دامنه سیگنال دریافت شده، $\psi_i(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta_i(t))$ و $\gamma_{n,i}(t)$ خطای فاز است. بنابراین، سیگنال دریافتی در حسگر n ام به صورت زیر است:

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^K |x_{n,i}(t)| e^{j(z_n \psi_i(t) + \gamma_{n,i}(t))} \quad (1)$$

که در آن، $|x_{n,i}(t)|$ دامنه نامعلوم و $\gamma_{n,i}(t)$ فاز دریافتی از هدف i ام به عنصر n ام است. این فاز دریافتی برابر است با:

$$\gamma_{n,i}(t) = \gamma_{0,i}(t) + \varphi_{n,i}(t) + \eta_n(t) \quad (2)$$

که در آن، $\gamma_{0,i}(t)$ ، $\varphi_{n,i}(t)$ و $\eta_n(t)$ به ترتیب فاز اولیه هدف i ام، فاز ناشی از انتشار، و خطای فاز عنصر n ام آنتن که یک پاسخ فاز ناشناخته و مستقل از زاویه سمت، است. هدف در مساله تخمین زاویه ورود ناهمدوس، تخمین زوایای ورود θ_i از روی تنها اندازه‌های سیگنال دریافتی یعنی $|y_{n,i}(t)|^2$ است. به طور عمد، ما در این کار از مدل ماتریسی رابطه (۱) که در مراجع وجود دارد و بیشتر در روش‌های تخمین زاویه ورود مبتنی بر تنگی استفاده شده است [۱۱-۸ و ۲۴]، استفاده نمی‌کنیم.

استفاده می‌کنیم و این معادلات مربوط به K تا از بزرگترین پیک‌ها در اندازه طیف است. با این کار، ابهام موجود در معادلات غیر خطی برطرف می‌شود و به سادگی با تخمین K مولفه اصلی که مربوط به برهمکنش هدف مرجع و سایر اهداف است، می‌توان زاویه ورود را تخمین زد. یکی از عیوب روش پیشنهادی این است که نیاز به تعداد عناصر زیاد برای تخمین دارد. برای برطرف کردن این عیب از یک آرایه مجازی^۱ استفاده می‌کنیم. از مزایای روش آرایه شده نیاز به تنها یک برداشت^۲ از آرایه است. علاوه بر آن، برای استفاده از چندین برداشت از آرایه از روش تجمیع^۳ استفاده می‌کنیم. همچنین، در ادامه، برای اولین بار، مساله تخمین زاویه ورود ناهمدوس را به حالت آرایه دو بعدی صفحه‌ای تعمیم می‌دهیم. اگر چه مقالاتی در زمینه تخمین زاویه ورود دو بعدی وجود دارد [۲۲-۱۶] و بعضی از آنها برای تخمین زاویه ورود مخلوطی از منابع همدوس و ناهمدوس پیشنهاد شده‌اند [۲۳-۲۲]، اما تا جایی که ما می‌دانیم تخمین زاویه ورود دو بعدی تنها با استفاده از اندازه سیگنال دریافتی تا به حال انجام نشده است که در این مقاله، ما این کار را انجام داده ایم. با تعمیم روش ناهمدوس پیشنهادی در حالت یک بعدی به حالت دو بعدی، می‌توان دو زاویه مختصات قطبی مربوط به اهداف را تخمین زد. باز هم برای حل معادلات مشابه غیر خطی، نیاز به فرض یک هدف مرجع با توان ارسالی بالا داریم.

درباره مقایسه روش آرایه شده با روش آرایه‌شده در [۱۳] باید گفت که مساله ما شبیه مساله عنوان شده در [۱۳] است ولی به طور کلی روش ما با آنها متفاوت است. ما از روش‌های تخمین فرکانس استفاده می‌کنیم و در [۱۳] از روش‌های مبتنی بر بازیابی فاز استفاده می‌کنند. در حقیقت ما نشان داده‌ایم که با استفاده از روش‌های تخمین فرکانس، لزومی به بازیابی فاز وجود ندارد. یکی از مزایای روش پیشنهادی، سادگی پیاده‌سازی به خصوص در مقایسه با روش بازیابی فاز در [۱۳] و نیز نیاز به تنها یک هدف مرجع با توان بالاست. در صورتی که در [۱۳] پیشنهاد شده بود از چند هدف مرجع برای رفع ابهام استفاده شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها هم نشان داد که در حالت آرایه خطی، برای نسبت سیگنال به نویزهای کوچکتر از ۱۰ dB عملکرد ما بهتر از روش GESPAR [۱۳] است، در حالی که پیچیدگی محاسباتی روش آرایه شده در حدود دو مرتبه کمتر از روش فوق‌الذکر است. در بقیه نسبت‌های سیگنال به نویز هم عملکرد روش پیشنهاد شده در حدود روش GESPAR است. همچنین در مقایسه با روش‌های همدوس مبتنی بر تنگی با استفاده از روش OMP^f [۱۱]، روش

1- Virtual array

2- Snapshot

3- Integration

4- Orthogonal Matching Pursuit

که، a_n شامل یک جمله dc و تعداد $\frac{K(K-1)}{2}$ هارمونیک است که هر هارمونیک مربوط به جمله متقابل مربوط به دو هدف است. هر جمله هارمونیک دارای یک فرکانس نرمالیزه شده است که از رابطه زیر به دست می آید:

$$\tilde{f}_{i,r} = \frac{d}{\lambda} |\cos(\theta_i) - \cos(\theta_r)| \quad (۸)$$

اگر ما از یک ابزار تخمین فرکانس ساده نظیر محاسبه تبدیل فوریه سریع و پیدا کردن پیک‌های آن، استفاده کنیم، می‌توان فرکانس‌های هارمونیک‌ها را پیدا کرد و لذا تعداد $\frac{K(K-1)}{2}$ معادله غیرخطی به صورت رابطه (۸) خواهیم داشت. بر اساس معادلات (۸)، می‌خواهیم زوایای θ_i را تخمین بزنیم. توجه کنید که در استخراج رابطه (۸)، از اثر خطای فاز چشم‌پوشی شده است. دلیل آن این است که با استفاده از رابطه (۲) داریم $Y_{n,i}(t) - Y_{n,r}(t) = (\varphi_{n,i}(t) - \varphi_{n,r}(t)) + (Y_{0,i}(t) - Y_{0,r}(t))$ ، که جمله اول و دوم مجموع توابع با تغییرات آهسته در زمان هستند^۱ و لذا می‌توانند در بازه مشاهده، ثابت در نظر گرفته شوند. بنابراین، فاز ثابت اثری در فرکانس هارمونیک‌ها ندارد. به عبارت دیگر، در یک لحظه ثابت، یک برداشت از آرایه‌ها برداشته ایم و آنها را به صورت سیگنالی از n یعنی مکان عنصر آرایه در نظر گرفته‌ایم. بنابراین، فاز هارمونیک‌ها با این‌که تغییرات شدید از حسگر به حسگر دارد ولی در یک برداشت ثابت است و اثری در فرکانس هارمونیک ندارد. به بیانی دیگر، تبدیل فوریه را بر حسب n گرفته‌ایم (تبدیل فوریه مکانی) و لذا دامنه و فازهایی که در زمان عوض می‌شوند اثری در فرکانس مکانی (در یک لحظه ثابت) ندارند.

یکی از سختی‌های حل معادلات (۸) این است که نمی‌دانیم فرکانس هارمونیک مربوط به اختلاف کدام دو زاویه است. به عبارت دیگر ابهام جایگشت درباره زوایا داریم. اگر کسینوس زوایا را متغیرهای جدید به صورت $I_i = \cos(\theta_i)$ در نظر بگیریم، مساله تخمین زوایا به صورت مساله تخمین تعداد K عدد در می‌آید که اختلاف‌های دوتایی آنها را می‌دانیم و می‌خواهیم خود اعداد را تخمین بزنیم. یک مساله مشابه اخیراً در [۲۵] طرح و حل شده است. اما به‌طور کلی حل این مساله آسان نیست. بنابراین، از یک ترفند ساده کننده برای حل این معادلات استفاده می‌کنیم و آن استفاده از یک هدف مرجع قوی با دامنه زیاد در زوایای نزدیک به صفر است.

برطرف کردن ابهام: اگر دو هدف داشته باشیم، تنها یک معادله غیرخطی داریم. لذا، قادر به تخمین هر دوی زاویه ورود نیستیم و ابهام داریم. لذا مشابه [۱۳] از یک هدف مرجع در زاویه صفر ($\theta_1 = 0$) استفاده می‌کنیم. در این صورت، اگر هدف دیگر در

۲-۲- آرایه صفحه‌ای مستطیلی

یک آرایه صفحه‌ای دو بعدی مستطیلی در نظر بگیرید که عنصر (m, n) ام در مختصات $((m-1)d, (n-1)d)$ قرار گرفته است، فاصله بین عناصر متوالی برابر d و تعداد عناصر در جهات x و y به ترتیب M و N است. بنابراین، تعداد کل عناصر آرایه برابر $R=MN$ است. برای اهداف یا منابع موجود در فضای سه بعدی، می‌توان زوایای قطبی (φ, θ) را در نظر گرفت. امواج ساطع شده از اهداف به صورت باند باریک است و به آرایه تابیده می‌شود. می‌توان نشان داد که مدل سیگنال دریافتی در عنصر (m, n) ام از آرایه به صورت زیر است:

$$y_{m,n} = \sum_{i=1}^K x_i e^{j\beta_{m,n}(t)} + w_{m,n} \quad (۳)$$

که در آن، x_i مقدار سیگنال دریافتی مختلط از هدف i ام است، $w_{m,n}$ نویز دریافتی در عنصر آرایه است و داریم:

$$\beta_{m,n}(i) = (m-1)u(i) + (n-1)v(i) \quad 1 \leq m \leq M, \quad 1 \leq n \leq N \quad (۴)$$

که در آن:

$$u(i) = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\varphi_i) \sin(\theta_i) \quad (۵)$$

$$v(i) = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\varphi_i) \sin(\theta_i)$$

هدف در مساله تخمین زاویه ورود نا همدوس، تخمین زوایای ورود قطبی (φ_i, θ_i) از روی تنها اندازه‌های سیگنال دریافتی یعنی $|y_{m,n}|^2$ است.

۳- روش پیشنهادی

۳-۱- حالت آرایه خطی

ایده اصلی: اگر مجذور اندازه سیگنال دریافتی از آرایه‌ها را به صورت تابعی از اندیس آرایه در نظر بگیریم، آن‌گاه این سیگنال جدید (مجذور اندازه سیگنال دریافتی از آرایه‌ها بر حسب اندیس مکان) مجموعی از هارمونیک‌ها خواهد بود که هر هارمونیک مربوط به جملات متقابل مربوط به دو هدف است. اگر یک اندیس مکانی ثابت را در نظر بگیریم، به رابطه زیر برای مجذور دامنه سیگنال دریافتی از حسگر n ام می‌رسیم:

$$a_n = |y_n|^2 = \left| \sum_{i=1}^K x_{n,i} e^{j(z_n \psi_i + Y_{n,i})} \right|^2 \quad (۶)$$

که اندیس زمان t ، برای سادگی حذف شده است. اگر بنویسیم $|y_n|^2 = Y_n^* Y_n$ ، آن‌گاه با کمی محاسبات به رابطه زیر می‌رسیم:

$$a_n = \sum_{i=1}^K \sum_{r=1}^K |x_{n,i}| |x_{n,r}| e^{j\frac{2\pi nd}{\lambda} (\cos(\theta_i) - \cos(\theta_r))} e^{j(Y_{n,i} - Y_r)} \quad (۷)$$

۱- تغییر این جمله با شماره حسگر لزوماً آهسته نخواهد بود.

$$|x_{ref}| > \frac{|x_k|_{\max}^2}{|x_m|_{\min}} = DR \times |x_k|_{\max} \quad (11)$$

که در آن، DR گستره دینامیکی دامنه‌های برگشتی یعنی نسبت دامنه بیشینه به دامنه مینیمم است. بنابراین، اگر هدف مرجع به اندازه کافی توان بالایی، در زوایای کم قرار دهیم، می‌توانیم مطمئن باشیم که K تا از بزرگترین پیک‌ها در اندازه طیف، مربوط به جفت هدف مرجع و سایر اهداف است.

آرایه مجازی

همان‌طور که توضیح دادیم، ایده اصلی روش آرایه شده مبتنی بر تخمین فرکانس، این است که عناصر آرایه را به صورت نمونه‌های زمانی در نظر بگیریم و سیگنال دریافتی از آرایه را به صورت مکانی فرض کنیم. لازمه این کار این است که تعداد زیادی عناصر آرایه داشته باشیم تا سیگنال با طول زیاد به دست آید و دقت تبدیل فوریه به اندازه کافی باشد. از طرف دیگر، ما می‌خواهیم زاویه ورود را با دقت خوب و با محدود بودن تعداد عناصر آرایه به دست آوریم. برای این منظور، در این بخش پیشنهاد می‌دهیم تعدادی از عناصر آرایه به صورت مجازی اضافه شود. این با توجه به قضیه کلاسیک نمونه برداری و با توجه به محدود بودن پهنای باند سیگنال دریافتی، ممکن است. در نظر بگیرید که سیگنال مجذور اندازه سیگنال دریافتی به صورت زیر باشد:

$$a(s) = \sum_{i=1}^K \sum_{r=1}^K |x_{s,i}| |x_{s,r}| e^{j \frac{2\pi s d}{\lambda} (\cos(\theta_i) - \cos(\theta_r))} e^{j(Y_{s,i} - Y_{s,r})} \quad (12)$$

که در آن، $a_n = a(nT)$ یک گونه نمونه‌برداری شده از $a(s)$ در (12) است که زمان نمونه‌برداری $T = 1$ است. مطابق با قضیه نمونه‌برداری اگر فرکانس نمونه‌برداری بزرگتر از دو برابر پهنای باند باشد، سیگنال می‌تواند از روی نمونه‌های گسسته بازسازی شود. حال، سیگنال $a(s)$ دارای پهنای باند $\frac{d}{\lambda} = 0.5$ است. برای $BW = \frac{d}{\lambda} |\cos(\theta_i) - \cos(\theta_r)|_{\max}$ بررسی این موضوع سخت نیست که شرط قضیه نمونه‌برداری برآورده می‌شود. بنابراین، سیگنال پیوسته $a(s)$ از درون‌یابی با توابع سینک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a(s) \approx \sum_{n=0}^{N-1} a_n \text{sinc}(s - n) \quad (13)$$

که تقریب بالا به این خاطر است که تعداد محدودی نمونه از سیگنال $a(s)$ در دسترس است. بنابراین، به طور مجازی می‌توان تعداد عناصر آرایه را افزایش داد.

تجمع چند برداشت از آرایه

روش آرایه شده مبتنی بر تخمین فرکانس، دارای این مزیت است

زوایای در بازه $[0^\circ$ و $90^\circ]$ موجود باشد، می‌توان زاویه ورود را بدون ابهام تخمین زد. اگر زاویه ورود هدف در بازه $[90^\circ$ و $180^\circ]$ باشد، می‌توان از آرایه دیگری با هدف مرجع موجود در $\theta_1 = 180^\circ$ استفاده کرد تا ابهام زاویه از بین برود. بنابراین، برای رفع ابهام زوایای ورود بین $[90^\circ$ و $180^\circ]$ که به علت قدر مطلق موجود در رابطه (۸) به وجود می‌آید، از یک آرایه دیگر استفاده می‌کنیم که هدف مرجع آن در جهت عکس قرار گرفته است. بنابراین، از این به بعد فرض می‌کنیم که زوایای ورود در بازه $[0^\circ$ و $90^\circ]$ قرار گرفته است. این فرض عملی هم هست، به این معنی که می‌توان از آنتن‌های بازتاب گوشه‌ای^۱ استفاده کرد تا تشعشع آنتن را در یک بازه زاویه‌ای مطلوب محدود کرد [۲۶]. به عنوان مثال می‌توان از این آنتن طوری استفاده کرد که تشعشعات دریافتی در بازه $[90^\circ$ و $180^\circ]$ را حذف کند و فقط از زوایای $[0^\circ$ و $90^\circ]$ سیگنال دریافت کند.

اگر بیشتر از دو هدف وجود داشته باشد، هنوز ابهام‌ها برطرف نشده است. برای رفع این مشکل، نویسندگان در [۱۳] پیشنهاد استفاده از بیش از یک هدف مرجع را داده‌اند. در این مقاله، به جای این کار، ما پیشنهاد استفاده از تنها یک هدف مرجع با دامنه سیگنال بزرگ در زاویه صفر را آرایه می‌کنیم. اگر برگشتی از این هدف مرجع به اندازه کافی بزرگ باشد، جمله متقابل بین این هدف مرجع و سایر اهداف از بقیه جمله‌ها دارای دامنه بزرگتری است. بنابراین، با یافتن K تا از بزرگترین پیک‌ها در اندازه تبدیل فوریه سریع، می‌توان زوایای ورود مربوط به K تا هدف را یافت. بنابراین، اگر K تا از بزرگترین پیک‌ها در فرکانس‌های زیر باشد، داریم:

$$\tilde{f}_{i,ref} = \frac{d}{\lambda} |\cos(\theta_i) - \cos(\theta_{ref})|, \quad 1 \leq i \leq K \quad (9)$$

اگر هدف مرجع در زوایای نزدیک به صفر باشد یعنی $\theta_{ref} \approx 0$ ، آن‌گاه زوایای ورود تخمین زده شده از (۹) به صورت زیر است:

$$\hat{\theta}_i = \cos^{-1} \left(-\frac{\lambda}{d} \tilde{f}_{i,ref} + \cos(\theta_{ref}) \right) \approx \cos^{-1} \left(-\frac{\lambda}{d} \tilde{f}_{i,ref} + 1 \right) \quad (10)$$

که در استخراج رابطه (۱۰)، فرض شده است که دامنه ناشی از جمله متقابل بین هدف مرجع (هدف ۱) و سایر اهداف، جمله‌های متقابل ناشی از سایر اهداف با یکدیگر، بزرگتر است. بنابراین، باید داشته باشیم: $\forall k, m, |x_{ref}| |x_k| \geq |x_k| |x_m|$. لذا، لازم است که داشته باشیم:

$$\gamma_{i,r} = \frac{d}{\lambda} |\cos(\varphi_i) \sin(\theta_i) - \cos(\varphi_r) \sin(\theta_r)| \quad (17)$$

مشابه آنچه درباره آرایه خطی گفته شد، اینجا هم با تبدیل فوریه دو بعدی گرفتن و پیدا کردن پیکها، می‌توان فرکانس‌های دو بعدی بالا را یافت. به‌طور مشابه با حالت آرایه خطی، می‌توان بحث کرد که حل معادلات غیرخطی (۱۶) و (۱۷) و پیدا کردن زوایای ورود بر حسب فرکانس‌ها، کار مشکلی است که البته دارای ابهام هم هست. بنابراین، به‌طور مشابه، از یک هدف مرجع با دامنه بزرگ استفاده می‌کنیم به‌طوری که مطمئن باشیم دامنه جمله متقابل $|x_i||x_{ref}|$ که مربوط به هدف مرجع و بقیه اهداف است، از بقیه جملات $|x_k||x_m|$ که مربوط به بقیه اهداف است، بزرگتر باشد. حال، با محاسبه اندازه تبدیل فوریه و پیدا کردن K تا از بزرگترین پیکها، می‌توان فرکانس‌های زیر را یافت:

$$\alpha_{i,ref} = \frac{d}{\lambda} |\sin(\varphi_i) \sin(\theta_i) - \sin(\varphi_{ref}) \sin(\theta_{ref})| \quad 1 \leq i \leq K \quad (18)$$

$$\gamma_{i,ref} = \frac{d}{\lambda} |\cos(\varphi_i) \sin(\theta_i) - \cos(\varphi_{ref}) \sin(\theta_{ref})| \quad 1 \leq i \leq K \quad (19)$$

درباره انتخاب هدف مرجع برای حالت دو بعدی، دو حالت ساده‌تر زیر را می‌توان پیشنهاد داد. الف- $(0, \frac{\pi}{2}) = (\theta_{ref}, \varphi_{ref})$ و ب- $(\frac{\pi}{2}, 0) = (\theta_{ref}, \varphi_{ref})$ که بررسی این دو حالت نشان می‌دهد که قرار دادن هدف مرجع با توان بالا در حالت دوم ساده‌تر و عملی‌تر است. ما هم از همین حالت، برای هدف مرجع استفاده می‌کنیم. در این حالت، فرکانس‌های اندازه‌گیری شده و زوایای قطبی تخمین‌زده شده از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\alpha_{i,ref} = \frac{d}{\lambda} |\sin(\varphi_i) \sin(\theta_i)| \quad 1 \leq i \leq K \quad (20)$$

$$\gamma_{i,ref} = \frac{d}{\lambda} |\cos(\varphi_i) \sin(\theta_i) - 1| = \frac{d}{\lambda} (1 - \cos(\varphi_i) \sin(\theta_i)) \quad 1 \leq i \leq K \quad (21)$$

که حل معادلات (۲۰) و (۲۱) و یافتن زوایای ورود قطبی از روی فرکانس‌ها، بدون ابهام، مستلزم این است که مطمئن باشیم زوایای در بازه $0 \leq \varphi_i \leq \frac{\pi}{2}$ و $0 \leq \theta_i \leq \frac{\pi}{2}$ قرار دارند. مشابه آرایه خطی، این فرض با استفاده از قرار دادن آنتن بازتاب گوشه‌ای که فقط تشعشعات در این ناحیه از فضا را دریافت کند، امکان‌پذیر است. در این حالت با استفاده از روابط زیر می‌توان زوایا را یافت:

که بر خلاف روش‌هایی نظیر MUSIC [۶]، فقط مبتنی بر یک برداشت از آرایه است. برای استفاده از اطلاعات چندین برداشت از آرایه، مشابه بحث‌های راداری [۲۷]، می‌توان از بحث تجمیع برداشتها استفاده کرد. به‌طور ساده، می‌توان چندین برداشت را متوسط‌گیری کرد و سپس از آن تبدیل فوریه سریع گرفت. به‌طور خلاصه می‌توان الگوریتم تخمین زاویه ورود ناهمدوس مبتنی بر تخمین فرکانس را به‌صورت زیر نوشت:

الگوریتم تخمین زاویه ورود ناهمدوس مبتنی بر تخمین فرکانس با استفاده از آرایه خطی:

ورودی:

$$|y(t_k)|^2 = [|y_0(t_k)|^2, |y_1(t_k)|^2, \dots, |y_{N-1}(t_k)|^2]^T, \quad 1 \leq k \leq P$$

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K]$$

مرحله ۱: تجمیع برداشتهاى آرایه:

$$b_n = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P y_n(t_k) \quad a_n = |b_n|^2$$

مرحله ۲: آرایه مجازی: بالا بردن نرخ a_n با درون‌یابی با استفاده از سینک از رابطه (۱۳): $c_n = a \left(\frac{n}{L}\right)$

مرحله ۳: محاسبه اندازه تبدیل فوریه سریع $r_n = \text{abs}(\text{FFT}(c_n))$

مرحله ۴: انتخاب K تا از بزرگترین پیکها در اندازه تبدیل فوریه و محاسبه فرکانس‌های هارمونیک‌ها $\hat{f}_{i,ref}$

مرحله ۵: تخمین زوایای ورود بر اساس رابطه (۱۰)

۲-۳- آرایه صفحه‌ای

با توجه به پیش زمینه حالت آرایه خطی، در حالت آرایه صفحه‌ای هم می‌توان بحث‌های قبل را به دو بعد تعمیم داد. در ابتدا، سیگنال دو بعدی مجذور اندازه سیگنال دریافتی از آرایه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$a_{m,n} = |y_{m,n}|^2 = y_{m,n} y_{m,n}^* = \sum_{i=1}^K \sum_{r=1}^K x_i x_r^* e^{j[(m-1)(u(i)-u(r)) + (n-1)(v(i)-v(r))]} \quad (14)$$

که رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر ساده کرد:

$$a_{m,n} = \sum_{i=1}^K \sum_{r=1}^K x_i x_r^* e^{j[(m-1)\alpha_{i,r} + (n-1)\gamma_{i,r}]} \quad (15)$$

رابطه بالا، شامل تعداد $\frac{K(K-1)}{2}$ هارمونیک است و ضرایب $\alpha_{i,r}$ و $\gamma_{i,r}$ که فرکانس‌های هارمونیک‌ها را مشخص می‌کنند، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha_{i,r} = \frac{d}{\lambda} |\sin(\varphi_i) \sin(\theta_i) - \sin(\varphi_r) \sin(\theta_r)| \quad (16)$$

برگشتی از هدف مرجع برابر $|x_{n,1}| = 100$ و از بقیه اهداف برابر $|x_{n,i}| = 1$ و $i \geq 2$ فرض شده است. به علت تغییرات آهسته سیگنال دریافتی، فرض شده است که فاز دریافتی، خطای فاز تصادفی و دامنه برگشتی هدف مرجع و سایر اهداف در بازه مشاهده، ثابت هستند. سیگنال دریافتی از اهداف، با نویز گوسی سفید مختلط با میانگین صفر و واریانس σ_v^2 جمع می‌شود. مشابه [13]، مقدار نسبت سیگنال به نویز برای هر حسگر به صورت $SNR = -10 \log_{10}(\sigma_v^2)$ تعریف می‌شود. برای معیار کارایی از جذر میانگین مربعات خطا یا RMSE مربوط به زوایای تخمین زده شده غیر مرجع استفاده می‌شود که روی تعداد آزمایش‌ها متوسط‌گیری شده است، به صورت زیر:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=1}^M \sum_{i=2}^K (\theta_{i,r} - \hat{\theta}_{i,r})^2} \quad (24)$$

که، M تعداد اجرای آزمایش‌ها، $\theta_{i,r}$ زاویه تصادفی اهداف و $\hat{\theta}_{i,r}$ زاویه تخمین زده شده اهداف است. تعداد اجرای آزمایش‌ها برابر ۲۰۰۰ در نظر گرفته شد.

پنج آزمایش در حالت آرایه خطی انجام شده است. در آزمایش اول، نتایج روش غیرهمدوس که در [۱۳] آرایه شده و همچنین روش همدوس مبتنی بر تنکی مقایسه می‌شود. در این آزمایش، نتیجه MSE بر حسب تعداد عناصر آرایه گزارش داده می‌شود. در این آزمایش، دامنه سیگنال هدف مرجع ۱۰۰۰۰ بار بزرگتر دامنه سیگنال سایر اهداف در نظر گرفته می‌شود که برای کاربردهای راداری عملی است چراکه معمولاً دامنه برگشتی از اهداف کوچک است. واریانس نویز برابر $\sigma_v^2 = 0.04$ فرض می‌شود که معادل نسبت سیگنال به نویز $SNR \approx 14 \text{ dB}$ است. شکل (۱)، نتایج شبیه‌سازی را برای سه‌گونه مختلف از الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم GESPAR آرایه شده در [۱۳] و روش همدوس نشان می‌دهد. سه‌گونه از الگوریتم غیرهمدوس آرایه‌شده عبارتند از الف- بدون آرایه مجازی و با تجمیع ۵ برداشت، ب- با آرایه مجازی (با نرخ بالابردن ۲) و بدون تجمیع و ج- هم با آرایه مجازی (با نرخ بالابردن ۲) و هم با تجمیع ۵ برداشت، تعداد برداشت‌ها برای روش [۱۳] GESPAR هم برابر ۵ به کار برده شده است. از شکل دیده می‌شود که استفاده از آرایه مجازی کارایی را اندکی بهبود می‌بخشد. این تنها در اثر کم شدن خطای ناشی از گسسته بودن نقاط جستجو است. این خطا را هم می‌توان با صرافزایی به داده‌ها (مجذور دامنه‌های خروجی‌های حسگرها) و سپس محاسبه FFT کم کرد. نتیجه این شبیه‌سازی این است که به‌نظر نمی‌آید این کار بتواند عملکرد روش پیشنهادی را بهبود ببخشد چون با درون‌یابی چیزی به میزان

$$\hat{\varphi}_i = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\lambda}{d} \alpha_{i,ref}}{1 - \frac{\lambda}{d} \gamma_{i,ref}} \right) \quad (22)$$

$$\hat{\theta}_i = \sin^{-1} \left(\frac{\frac{\lambda}{d} \alpha_{i,ref}}{\sin(\hat{\varphi}_i)} \right) \quad (23)$$

با توجه به نتایج شبیه‌سازی که از حالت آرایه خطی به‌دست آمد و در بخش شبیه‌سازی خواهد آمد، استفاده از آرایه مجازی و تجمیع برداشت‌ها، بهبود قابل توجهی در کارایی تخمین زوایای ورود به دست نداد. لذا در حالت دو بعدی، دیگر از آرایه مجازی و تجمیع برداشت‌ها استفاده نشد. لذا، به‌طور خلاصه، می‌توان الگوریتم تخمین زاویه ورود ناهمدوس دو بعدی مبتنی بر تخمین فرکانس را به‌صورت زیر نوشت:

الگوریتم تخمین زاویه ورود ناهمدوس دو بعدی مبتنی بر تخمین فرکانس با استفاده از آرایه صفحه‌ای:

$$a_{m,n} = |y_{m,n}|^2 \quad \text{ورودی:}$$

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K] \quad \text{خروجی:}$$

مرحله ۱: محاسبه تبدیل فوریه سریع

$$r_{m,n} = \text{abs}(2\text{DFFT}(a_{m,n}))$$

مرحله ۲: انتخاب K تا از بزرگترین پیک‌ها در اندازه تبدیل فوریه و محاسبه فرکانس‌های دو بعدی هارمونیک‌ها $\alpha_{i,ref}$ و $\gamma_{i,ref}$

مرحله ۳: تخمین زوایای ورود بر اساس رابطه‌های (۲۲) و (۲۳)

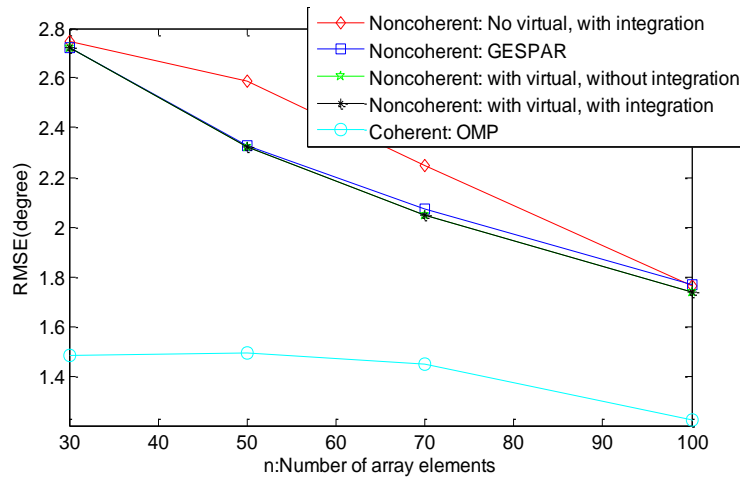
۴- نتایج شبیه‌سازی

۴-۱- حالت آرایه خطی

در تمام آزمایش‌های این بخش از سه هدف استفاده شد که یکی از آنها هدف مرجع است که در زاویه صفر قرار گرفته است. دو هدف دیگر به‌صورت تصادفی در فاصله [۹۰ و ۱۰] انتخاب می‌شوند. برای مقایسه، نتیجه روش غیرهمدوس آرایه‌شده با روش همدوس مبتنی بر تنکی که از الگوریتم OMP^۱ [۱۱ و ۲۸]، برای بازایابی تنک استفاده می‌کند، مقایسه شده است. تعداد زوایای گسسته برابر $N_\theta = 200$ فرض شده است که به‌طور یکنواخت روی بازه [0, 180] تعریف می‌شوند. فاصله بین عناصر آرایه برابر $\frac{\lambda}{2}$ در نظر گرفته شده است. فاز دریافتی $y_{n,i}(t)$ به‌صورت تصادفی و با توزیع یکنواخت روی بازه (۱۰ و -۱۰) تعریف می‌شود. دامنه

نزدیک به هم، عوض نمی‌شود. اساساً بهبودی در شبیه‌سازی‌ها در هر دو روش تجمیع (هم میانگین‌گیری خود مشاهدات و هم میانگین‌گیری مجذور اندازه‌ها) به دست نمی‌آید. از نظر پیچیدگی محاسباتی هم روش ارائه‌شده از روش [۱۳] GESPAR بسیار بهتر است (به شکل (۴) مراجعه کنید). علاوه بر آن، مشاهده می‌شود که عملکرد روش‌های غیرهمدوس با اضافه شدن تعداد عناصر آرایه بهتر می‌شود، در حالی که در روش همدوس نتایج تغییر نمی‌کند و این بدین خاطر است که نتایج روش همدوس به تعداد زوایای گسسته ارتباط دارد.

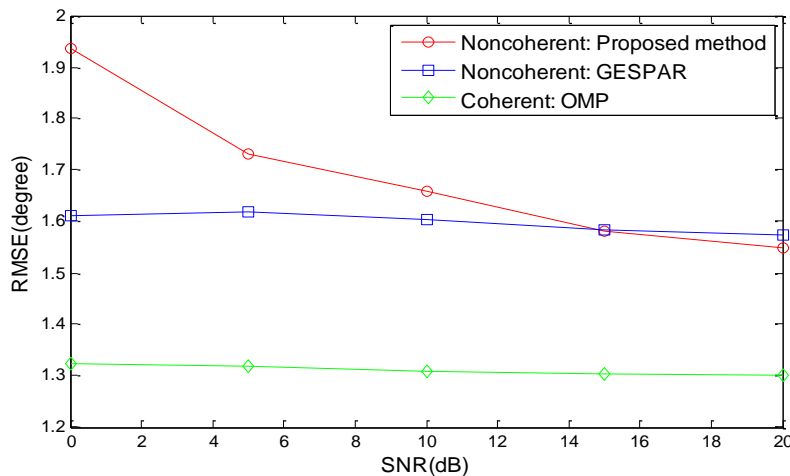
اطلاعات در دسترس افزوده نمی‌شود. از طرفی، نتایج شبیه‌سازی هم نشان می‌دهد که تجمیع هم اثری در عملکرد روش ندارد. این بدین خاطر است که متوسط‌گیری مشاهدات روی برداشت‌ها، اثری روی پیک‌های طیف ندارد. از طرفی در شبیه‌سازی‌ها، تجمیع را روی مجذور اندازه تبدیل فوریه نیز انجام دادیم و همچنان در نتایج بهبودی حاصل نشد. این به این دلیل است که اساساً روش ما روشی تک برداشته است، چون روش ما براساس فرض آهستگی تغییرات در زمان کار می‌کند و از طرفی اندازه تبدیل فوریه با تغییرات آهسته فاز و دامنه در برداشت‌های



شکل (۱): RMSE بر حسب تعداد عناصر آرایه برای روش‌های مختلف

شرایط را مشابه آزمایش ۱ فرض کرده‌ایم. نتایج نشان می‌دهد که برای $SNR < 15dB$ نتایج روش پیشنهادی از روش GESPAR بهتر است.

در آزمایش دوم، اثر نویز بر روی کارایی روش‌ها بررسی می‌شود. تعداد عناصر آرایه برابر ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود. نتایج روش غیرهمدوس آرایه شده با وجود آرایه مجازی و با تجمیع را با روش GESPAR و روش همدوس در شکل (۲) مقایسه کرده‌ایم.



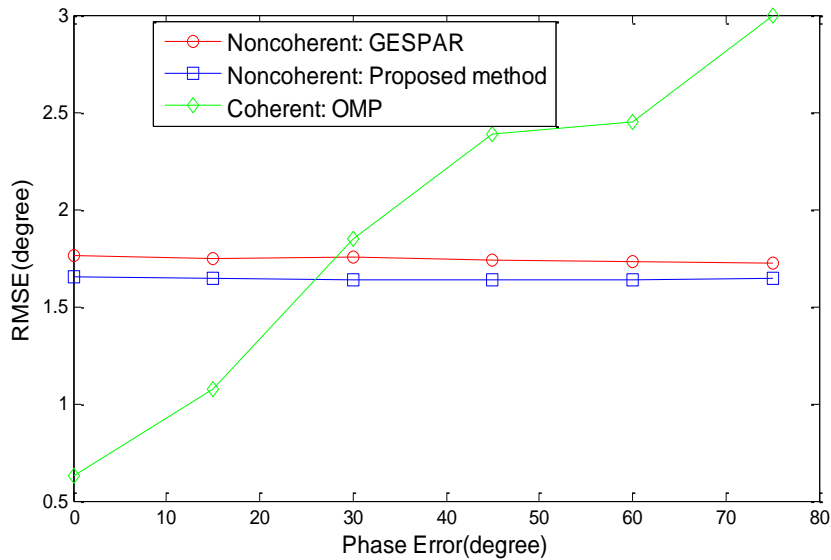
شکل (۲): RMSE بر حسب SNR برای روش‌های مختلف

می‌شوند. تعداد عناصر آرایه مانند آزمایش قبل برابر ۱۰۰ است. شکل (۳) نتایج MSE را بر حسب Phase-Error برای دو روش غیرهمدوس و روش همدوس نشان می‌دهد. این شکل نشان

در آزمایش سوم، اثر خطاهای فاز $\eta_n(t)$ بر روی کارایی روش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این آزمایش، خطاهای فاز $\eta_n(t)$ از روی یک توزیع یکنواخت روی بازه $(0, \text{Phase-Error})$ انتخاب

عملکرد روش‌های غیر همدوس با زیاد شدن خطاهای فاز تغییری نمی‌کند. در حالی که روش همدوس برای خطای فاز بیشینه بیشتر از ۲۵ درجه دچار فروپاشی می‌شود.

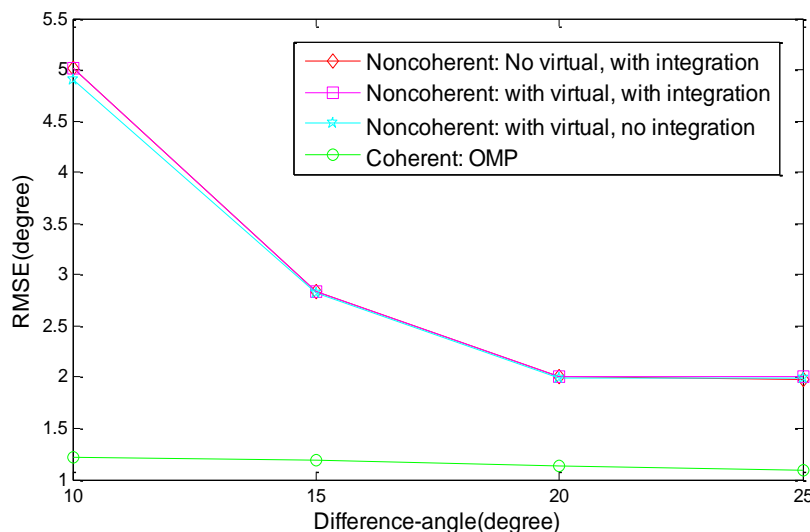
می‌دهد که برای خطای فاز بیشینه بزرگتر از ۲۷ درجه، روش غیرهمدوس پیشنهادی بهتر از روش همدوس عمل می‌کند. همچنین، روش پیشنهادی در این حالت کمی بهتر از روش GESPAR عمل می‌کند. علاوه بر آن، مشاهده می‌شود که



شکل (۳): RMSE بر حسب خطای فاز بیشینه برای روش‌های مختلف

از مجذور دامنه داده‌های خروجی آرایه که با رابطه (۷) داده شده است، تبدیل فوریه می‌گیریم تعدادی مولفه که پهنای باند آن صفر نیست و حتی ممکن است پهنای باند آنها زیاد باشد در خروجی خواهیم داشت. در هنگامی که زوایا به هم نزدیک باشد، این مولفه‌ها به هم نزدیک هستند و قله‌های پهن آنها با هم ادغام می‌شود و دو منبع مربوط به آنها با همدیگر یکی در نظر گرفته می‌شوند. لذا، خطا در این حالات بسیار افزایش می‌یابد چنانچه در شکل (۴) آمده است.

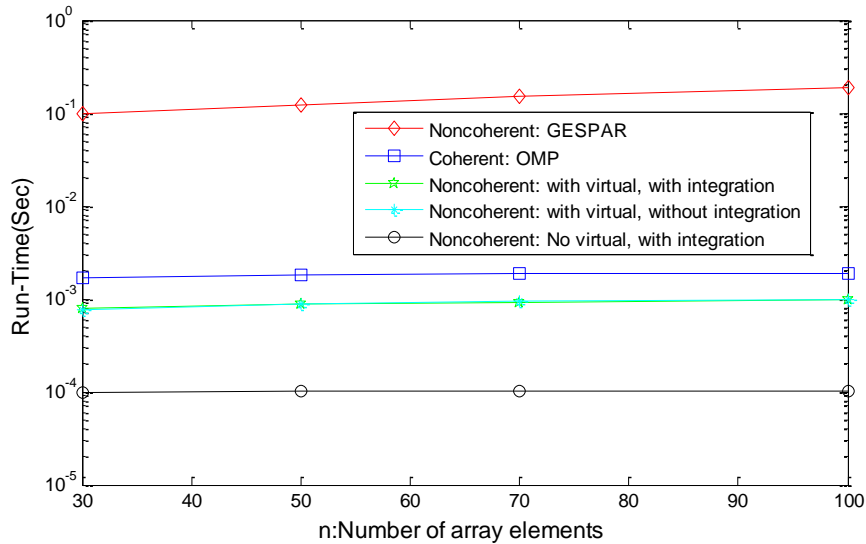
در آزمایش چهارم، اثر نزدیک شدن زوایای اهداف به یکدیگر بررسی شده است. شرایط مانند آزمایش اول در نظر گرفته شده است، با این تفاوت که هدف دوم در فواصل زاویه ای ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۱۰ درجه ای نسبت به هدف اول در نظر گرفته می‌شود. تعداد عناصر آرایه نیز برابر ۱۰۰ فرض شده است. نتایج شبیه‌سازی در شکل (۴) آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در فواصل زاویه‌ای کم، خطا زیاد شده است. این بدین خاطر است که در رابطه (۷) تعدادی هارمونیک داریم که فاز و دامنه آنها با متغیر مستقل یعنی شماره حسگر n تغییر می‌کند. بنابراین، هنگامی که



شکل (۴): RMSE بر حسب فواصل زاویه ای بین دو منبع برای روش‌های مختلف

اجرای شبیه‌سازی، روش پیشنهادی در این مقاله است. همچنین، روش ارزیابی شده در حدود دو مرتبه، پیچیدگی محاسباتی کمتری نسبت به روش GESPAR دارد.

آخرین آزمایش در حالت آرایه خطی، پیچیدگی محاسباتی روش‌ها را مقایسه می‌کند. شرایط دقیقاً مانند آزمایش اول است. شکل (۵) متوسط زمان اجرای روش‌های مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ساده‌ترین روش از نظر زمان



شکل (۵): زمان اجرا بر حسب تعداد عناصر آرایه برای روش‌های مختلف

قطبی در بازه (۸۰ و ۱۰) قرار گرفته‌اند. برای معیار کارایی از RMSE^۱ استفاده شده است که به صورت زیر تعریف شده است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=1}^M 0.5 (\sum_{i=2}^K (\theta_{i,r} - \hat{\theta}_{i,r})^2 + \sum_{i=2}^K (\varphi_{i,r} - \hat{\varphi}_{i,r})^2)} \quad (۲۵)$$

برای مقایسه کارایی روش پیشنهادی در حالت دو بعدی، روش تخمین زاویه ورود دو بعدی مبتنی بر تنکی که در [۲۱] آرایه شده است را شبیه‌سازی کردیم. این روش از خود سیگنال دریافتی آرایه استفاده می‌کند و لذا آنرا همدوس نامگذاری می‌کنیم.

در آزمایش اول، اثر نویز در کارایی الگوریتم پیشنهاد شده، بررسی شده است. شکل (۶)، نتایج RMSE بر حسب نسبت سیگنال به نویز را برای روش همدوس آرایه شده در [۲۱] و روش پیشنهادی و برای تعداد عناصر مختلف آرایه نشان می‌دهد. تعداد عناصر آرایه در جهت‌های مختلف مساوی انتخاب شده است ($M = N$). این شکل نشان می‌دهد که وقتی تعداد عناصر آرایه از حدی کمتر باشد، کارایی با کاهش نویز بهتر می‌شود و در صورتی که تعداد عناصر آرایه از حدی بیشتر شود، کارایی تقریباً با کاهش نویز تغییر نمی‌کند چراکه تعداد عناصر در کارایی نقش مهمتری پیدا می‌کند. همچنین، این شکل نشان می‌دهد که کارایی روش همدوس آرایه شده در [۲۱] از روش ناهمدوس پیشنهادی ما بهتر عمل می‌کند.

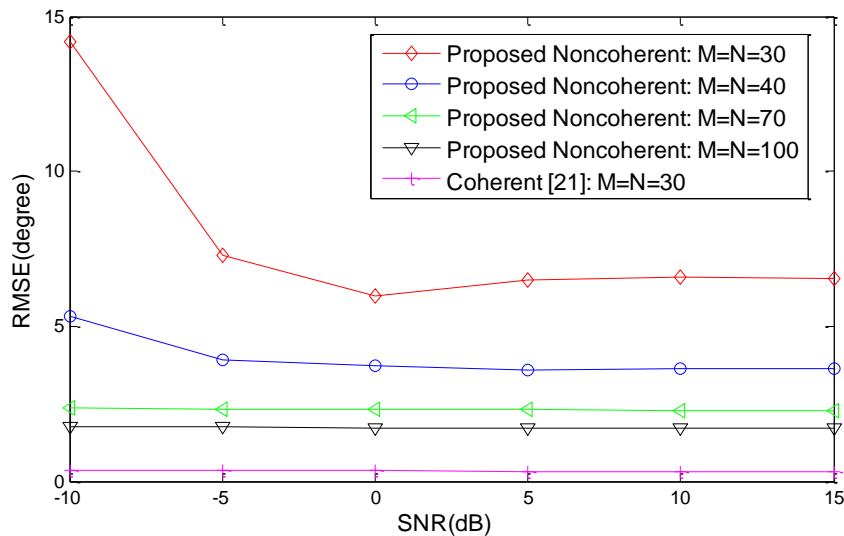
به‌طور خلاصه اگر بخواهیم به صورت کیفی، روش ناهمدوس پیشنهادی به ازای تعداد عناصر آرایه زیاد را با سایر روش‌ها یعنی روش ناهمدوس GESPAR و روش همدوس OMP مقایسه کنیم، نتایج در جدول (۱) آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، روش پیشنهادی از لحاظ کارایی تخمین زاویه ورود در مرتبه متوسطی (کمی بهتر از GESPAR) قرار دارد در صورتی که از نظر پیچیدگی محاسباتی ساده‌تر (دو مرتبه پیچیدگی محاسباتی کمتر از GESPAR) از سایر روش‌هاست.

جدول (۱): مقایسه کیفی روش پیشنهادی با سایر روش‌ها

کارایی تخمین در خطای فاز زیاد	پیچیدگی محاسباتی	کارایی تخمین در SNRهای بالا	کارایی تخمین در خطای فاز زیاد
متوسط (کمی بهتر از GESPAR)	کم (دو مرتبه کمتر از GESPAR)	متوسط (کمی بهتر از GESPAR)	متوسط (کمی بهتر از GESPAR)
متوسط	زیاد	متوسط	متوسط
بد	متوسط	خوب	بد

۲-۴- حالت آرایه صفحه‌ای

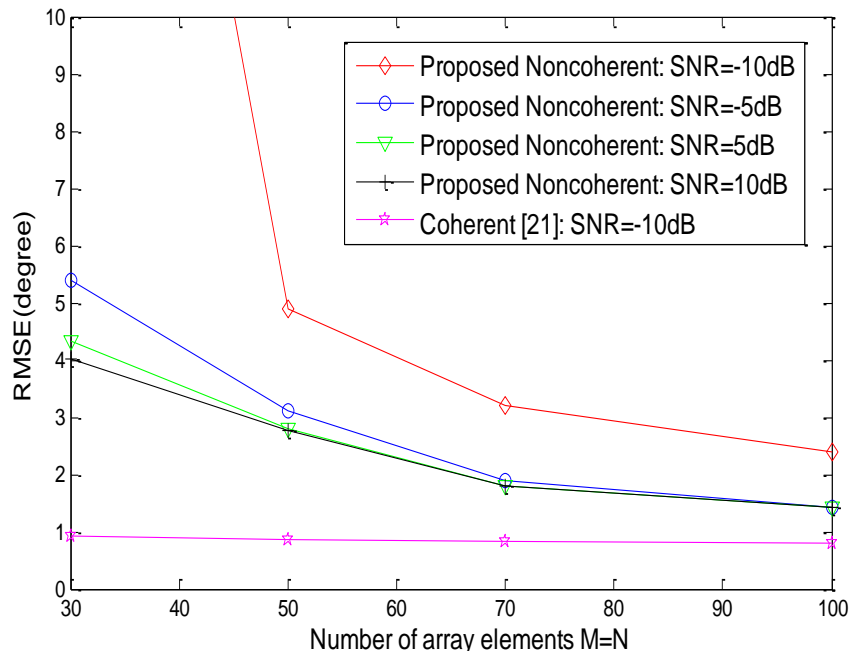
در تمام آزمایش‌های این بخش از چهار هدف استفاده شده است که هدف اول که هدف مرجع است در $(\frac{\pi}{2}, 0) = (\theta_{ref}, \varphi_{ref})$ قرار گرفته است. بقیه اهداف به‌طور یکنواخت و تصادفی در زوایای



شکل (۶): RMSE بر حسب SNR برای تعداد عناصر آرایه مختلف

می‌دهد که با افزایش تعداد عناصر آرایه در یک جهت، خطای تخمین زوایا کاهش پیدا می‌کند. همچنین، نشان می‌دهد که روش همدوس در [۲۱] عملکرد بهتری نسبت به روش ناهمدوس پیشنهادی دارد. البته این به ازای پیچیدگی محاسباتی بیشتر و نیاز به شیفت دهنده‌های فاز دقیق به‌دست آمده است.

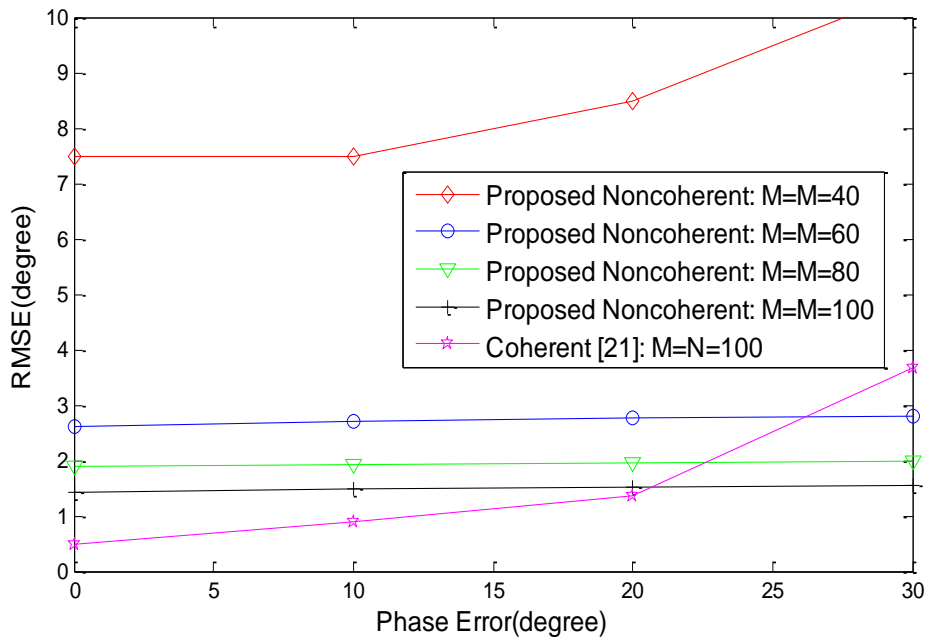
در آزمایش دوم، اثر تعداد عناصر آرایه در جهت‌های افقی و عمودی که مساوی فرض شده است، بر عملکرد الگوریتم پیشنهادی در نسبت سیگنال به نویزهای مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل (۷)، نتیجه RMSE بر حسب تعداد عناصر آرایه در یک جهت، نشان داده شده است. این شکل، نشان



شکل (۷): RMSE بر حسب تعداد عناصر آرایه در یک جهت برای نسبت سیگنال به نویزهای مختلف

نباشد، عملکرد الگوریتم آرایه شده نسبت به فاز تصادفی مقاوم است و با افزایش فاز تصادفی هم الگوریتم کاهش عملکرد ندارد. همچنین، این شکل نشان می‌دهد اگر خطای فاز بیشتر از حدی شود (حدود ۲۱ درجه) عملکرد روش همدوس آرایه‌شده در [۲۱] بدتر از روش ناهمدوس می‌شود.

در آزمایش سوم، اثر فاز تصادفی در عملکرد الگوریتم پیشنهادی بررسی شده است. فاز تصادفی به‌طور یکنواخت در بازه (0, Phase-Error) انتخاب می‌شود. در شکل (۸) نتیجه RMSE بر حسب فاز تصادفی بیشینه یعنی Phase-Error رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که اگر تعداد عناصر آرایه از حدی کمتر



شکل (۸): RMSE بر حسب خطای فاز تصادفی بیشینه برای تعداد عناصر مختلف آرایه در یک جهت

۵- نتیجه گیری

این مقاله، مساله جدید تخمین زاویه ورود نا همدوس که اخیراً در [۱۲-۱۳] معرفی شده است، را مورد بررسی قرار داده است. در این مقاله، یک روش جدید مبتنی بر تخمین فرکانس برای حل مساله پیشنهاد شده است. از آنجایی که تخمین زاویه ورود با استفاده از این روش پیشنهادی، منجر به حل معادلات غیرخطی پیچیده می‌شود، از یک فرض عملی ساده کننده استفاده شد و آن استفاده از یک هدف مرجع با دامنه و توان بالا است. با این فرض عملی، می‌توان با پیدا کردن بزرگترین پیک‌ها در اندازه تبدیل فوریه، زوایای ورود را تخمین زد. در این مقاله، برای اولین بار، تخمین زاویه ورود دو بعدی هم در حالت غیرهمدوس انجام شد. نتایج شبیه‌سازی هم نشان داد که برای تعداد به اندازه کافی زیاد از عناصر آرایه، نتایج قابل قبولی برای تخمین زوایا به دست می‌آید، در حالی که در این روش، نیاز به عناصر شیف‌دهنده فاز دقیق از بین می‌رود و این می‌تواند در هزینه صرفه‌جویی قابل توجهی به وجود آورد. از جمله پیشنهادات برای آینده می‌توان به بحث زاویه یابی غیر همدوس در رادار آرایه فازی چند ورودی چند خروجی [۲۹] اشاره کرد.

۶- سپاسگزاری

بدین وسیله از بنیاد ملی نخبگان که حمایت مالی از نویسنده را در قالب جایزه دکتر آشتیانی برای استادیاران جوان انجام دادند، تشکر می‌شود.

۷- منابع

- [1] M. Greco, F. Gini, A. Farina, and L. Timmoneri, "Direction-of-arrival estimation in radar systems: moving window against approximate maximum likelihood estimator," IET Radar, Sonar Navigation, vol. 3, no. 5, pp. 552-557, 2009.
- [2] J. Thompson, P. Grant, B. Mulgrew, and R. Rajagopal, "Generalized algorithm for DOA estimation in a passive sonar," IEE Proceedings F, Radar and Signal Processing, vol. 140, no. 5, pp. 339-340, 1993.
- [3] L. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications. ii. Beam-forming and direction-of-arrival considerations," Proceedings of the IEEE, vol. 85, no. 8, pp. 1195-1245, 1997.
- [4] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, "Array signal processing: Concepts and Techniques," 1992.
- [5] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, 1969.
- [6] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, 1986.
- [7] R. Richard and T. Kailath, "ESPIRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," IEEE Trans. Acoustic, Speech, Signal Processing, vol. 37, no. 3, pp. 984-995, 1989.
- [8] D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 3010-3022, 2005.
- [9] J. Zheng and M. Kaveh, "Sparse spatial spectral estimation: A covariance fitting algorithm, performance and regularization," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 61, no. 11, pp. 2767-2777, 2013.
- [10] A. Gurbuz, V. Cevher, and J. McClellan, "Bearing estimation via spatial sparsity using compressive

- [20] X. Xu and Z. Ye, "Two-dimensional direction of arrival estimation by exploiting the symmetric configuration of uniform rectangular array," *IET Radar Sonar Navig.*, vol. 6, no. 5, pp. 307-313, 2012.
- [21] F. F. Shen, Y. M. Liu, G. H. Zhao, X. Y. Chen, and X. P. Li, "Sparsity-based Off-grid DOA estimation with uniform rectangular array," *IEEE Sensors Journal*, vol. 18, no. 8, pp. 3384-3390, 2018.
- [22] M. Omer, N. Tayem, and A. A. Hossain, "Two Uniform linear arrays for Non-coherent and coherent sources for two dimensional source localization," *Progress in Electromagnetics Research Letters*, vol. 47, pp. 31-39, 2014.
- [23] H. Tao, J. Xin, J. Wang, N. Zheng, and A. Sano, "Two-dimensional direction estimation for a mixture of noncoherent and coherent signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 63, no. 2, pp. 318-333, 2015f.
- [24] R. Jagannath and K. Hari, "Block sparse estimator for grid matching in single snapshot doa estimation," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 20, no. 11, pp. 1038-1041, 2013.
- [25] Y. Chen and E. Candes, "The Projected power method: an efficient algorithm for joint alignment from pairwise differences," Submitted to Arxiv, 2016.
- [26] J. D. Kraus, "The corner-reflector antenna," *Proceeding of IRE*, vol. 28, no. 11, pp. 513-519, Nov. 1940.
- [27] M. I. Skolnik, "Introduction to radar systems," McGraw-Hill, third edition, 2002.
- [28] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, Dec. 2007.
- [29] S. A. Mousavi, M. Farhang, M. A. Masnadi Shirazi, "A Comparison of the Tracking Performance of Cognitive Co-Located MIMO and Phased-Array Radars," *Journal of Radar*, vol. 5, no. 3, pp. 51-60, 2017 (In Persian).
- sensing," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 2, pp. 1358-1369, 2012.
- [11] M. Rossi, A. Haimovich, and Y. C. Eldar, "Spatial compressive sensing for MIMO radar," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 62, no. 2, pp. 419-430, 2014.
- [12] R. Fan, Q. Wan, F. Wen, H. Wang, and Y. Liu, "Direction-of-arrival estimation based on magnitude-only samples with partly calibrated sensors array," *International Journal of Electronics Letters*, published online, pp. 18-23, 2013.
- [13] H. Kim, A. M. Haimovich, and Y. C. Eldar, "Non-coherent direction of arrival estimation from magnitude-only measurements," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 7, pp. 925-929, 2015.
- [14] Y. Shechtman, A. Beck, and Y. C. Eldar, "GESPAR: Efficient phase retrieval of sparse signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 62, no. 4, pp. 928-938, 2014.
- [15] W. Jiang and A. M. Haimovich, "Cramer-Rao bound and approximate maximum likelihood estimation for non-coherent direction of arrival problem," In *Proc. of 2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*, pp. 506-510, 2016.
- [16] C. C. Yeh, J. H. Lee, and Y. M. Chen, "Estimating two-dimensional angles of arrival in coherent source environment," *IEEE Trans. Acoustic. Speech Signal Processing*, vol. 37, no. 1, pp. 153-155, 1989.
- [17] Gu, J. F., Wei, P., Tai, H. M., "2-D direction-of-arrival estimation of coherent signals using cross-correlation matrix," *Signal Processing*, Vol.88, No. 1, pp.75-85, 2008.
- [18] F. J. Chen, S. Kwong, and C. W. Kok, "ESPIRIT-like two-dimensional DOA estimation for coherent signals," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 46, no. 3, pp. 1477-155, 1484.
- [19] P. Heidenreiche, A. M. Zoubir, and M. Rubsam, "Joint 2-D DOA estimation and phase calibration for uniform rectangular array," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 60, no. 9, pp. 4683-4693, 2012.

Non-coherent Direction of Arrival Estimation via Frequency Estimation

H. Zayani^{*}, M. Korke

Qom University of Technology

(Received: 27/01/2018, Accepted: 28/10/2018)

Abstract

In non-coherent Direction Of Arrival (DOA) estimation, the goal is to determine DOA based only on the magnitude of the received sensor array signal. The advantage of the non-coherent DOA estimation is its robustness against phase errors; despite phase errors present in both sensors and phase shifters, direction of arrival can be estimated. In this paper, DOA is estimated using a frequency estimation technique which can be simply implemented by discrete Fast Fourier Transform (FFT) methods. In addition, for removing the ambiguity and solving the nonlinear equations, a reference target with high power emission is used. Simulation results, in both linear and plane array cases show the efficiency and robustness of the proposed algorithm against phase errors.

Keywords: Direction of Arrival Estimation, Non-Coherent, Linear Array, Rectangular Array, Frequency Estimation, Fast Fourier Transform