

تحلیل تابش گسیل شده از آندولاتورهای با قطبش متغیر

ابوالفضل اسکندری*^۱، عبدالحسین رضوانی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- استادیار، گروه فیزیک، دانشگاه امام حسین (ع)

(دریافت: ۱۳۹۰/۰۶/۰۷، پذیرش: ۱۳۹۱/۰۶/۱۵)

چکیده

در این تحقیق، آندولاتورهای تخت و با قطبش متغیر مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. با توجه به معادلات میدان در درون این آندولاتورها، نیروی لورنتز و تقریب الکترون‌های نسبیتی مستقل، مسیر الکترون‌ها در درون آندولاتورها محاسبه شد. شتاب الکترون‌ها محاسبه و با استفاده از نظریه تابش ذره باردار شتاب‌دار و معادله لینارد-ویچرت، توان ساطع شده از لیزر الکترون آزاد بررسی شد. پیچیدگی معادلات به دست آمده و مشکل تحلیلی آنها باعث شد تحلیل و بررسی معادلات و نتیجه‌های منتج از آنها به صورت عددی صورت گیرد. نتیجه‌ها به کمک منحنی‌ها و صفحه‌های دو بعدی نمایش داده شد. مقایسه نتیجه‌های به دست آمده نشان می‌دهد در ناحیه حول محور آندولاتور شدت خروجی لیزر الکترون آزاد با آندولاتور با قطبش پیچشی نسبت به تخت بیشتر است. در آندولاتورهای با قطبش پیچشی در اختلاف فاز صفر پارامترهای آندولاتور، شدت در مقادیری از پارامترها که جمع توان دو آنها برابر با مقدار ثابت است، بیشترین تابش را دارد. بررسی نقش اختلاف فاز پارامترهای آندولاتورهایی که در حالت چرخشی عمل می‌کنند نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتیجه‌های به دست آمده نشان داد که در اختلاف فازهای $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{4}$ در مقادیری از پارامترهای آندولاتور که با هم برابر هستند، شدت تابش بیشترین مقدار را دارد. مقایسه این دو حالت نشان می‌دهد که شدت تابش در اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ نسبت به $\frac{\pi}{4}$ بیشتر است. هارمونیک‌های آندولاتورهای تخت و با قطبش متغیر بررسی و مقایسه شد.

کلیدواژه‌ها: لیزر الکترون آزاد، آندولاتور با قطبش متغیر.

Analysis of Radiation Emitted by Variable Polarizing Undulators

A. Eskandari* ; A. H. Rezvani

Department of Physics, Imam Hossein University

(Received: 08/29/2011; Accepted: 09/05/2012)

Abstract

In this research, the planer and variable polarizing undulators are investigated and compared. Regarding field equations in to the undulators, independent relativistic electron approximation and Lorentz's force, the trajectories of electrons in undulators are calculated. Using calculated electrons' acceleration, theory of accelerated charged particle radiation and Lienard-Wiechert equation, the power of free electron laser are investigated. Complexity of the obtained equations and their analytical difficulty caused numerical investigation of the results. The results are represented by two and three dimensional diagrams. The comparison of output power from free electron laser with variable polarizing undulator and with planer undulator show that output power of helical undulators are more than linear undulators. For helical undulators with zero phase difference, the maximum output power is at the points where summation of square of undulator parameters is equal to a constant. The role of the phase difference in the helical undulator has been investigated. The results showed that with $\frac{\pi}{4}$ and $\frac{\pi}{2}$ phase differences, output power of free electron laser at equal undulator parameters are maximum. Comparison of these two state showed that output power with phase difference of $\frac{\pi}{2}$ is more than $\frac{\pi}{4}$. The harmonics of planer and variable polarizing system are evaluated and compared.

Keywords: Free Electron Laser, Variably Polarizing Undulators.

*Corresponding author E-mail: eskandary_1363@yahoo.com

۱. مقدمه

می‌گیرد. از انواع آندولاتورها می‌توان به آندولاتور تخت^۲ و آندولاتور پیچشی^۳ اشاره کرد. در آندولاتور تخت میدان مغناطیسی در یک بعد و در آندولاتورهای پیچشی میدان مغناطیسی در دو راستا وجود دارد. آندولاتوری که ما بررسی خواهیم کرد، آندولاتوری است با قطبش متغیر که در شکل (۱) نشان داده شده است [۹-۶]. این آندولاتور دارای قطبش خطی است که دارای میدان مغناطیسی در دو بعد و عمود بر راستای حرکت باریکه الکترون به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} B_x &= B_a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_u} Z\right) \\ B_y &= B_b \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_u} Z + \delta\right) \end{aligned} \quad (3)$$

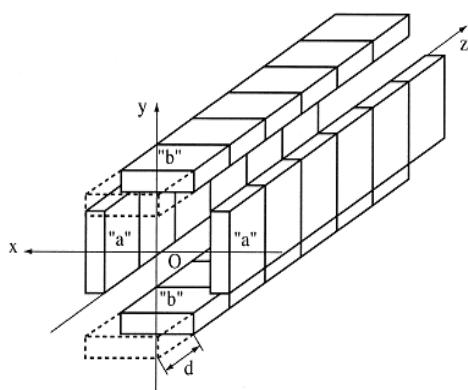
$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda_u}$$

و

$$B_z = 0$$

این معادلات میدان مغناطیسی حالت استاندارد را نشان می‌دهد، که δ اختلاف فاز میدان‌های مغناطیسی، d اندازه قطب آهن‌ریا و λ_u طول موج آندولاتور است.

حال اگر باریکه الکترون که به وسیله شتاب‌دهنده‌ها به سرعت نسبیاتی رسیده است، درون این آندولاتور حرکت کند، باریکه الکترون در هر دو راستای میدان مغناطیسی نوسان عرضی پیدا می‌کند، این نوسان عرضی باعث می‌شود که الکترون شتاب‌دار در یک مسیر منحنی شکل حرکت کند و فوتون گسیل کند.



شکل ۱. آندولاتور با قطبش متغیر

طیف گسیل شده از الکترون‌هایی که درون آندولاتور حرکت می‌کنند را به اصطلاح تابش آندولاتور می‌نامیم. شدت تابش را با استفاده از توابع تعمیم یافته بسل بسط داده‌ایم و هم‌چنین پارامتری را به‌عنوان پارامتر آندولاتور معرفی کرده‌ایم که به طول موج آندولاتور و شدت میدان مغناطیسی آندولاتور وابسته است و تأثیر پارامتر آندولاتور بر قطبش لیزر را نیز مورد بحث قرار خواهیم داد.

اصول اولیه در دفاع غیرعامل با تسلیحات نظامی، شناسایی و درک مکانیزم عملکرد آنهاست. جنگ‌افزارهای لیزری، بخش مهمی از تسهیلات است که در آینده، بیشتر مورد استفاده قرار خواهند گرفت. در رأس تسلیحات لیزری، اسلحه لیزر الکترون آزاد قرار دارد. قابل تنظیم بودن نور خروجی این لیزر و توان بالای آن از جمله خواصی است که لیزر الکترون آزاد را از لیزرهای دیگر متمایز ساخته است. مهم‌ترین کاربرد لیزر الکترون آزاد در علوم نظامی و هم‌چنین علوم پزشکی است [۱]. در این لیزرها آندولاتورها نقش اساسی و تعیین‌کننده‌ای دارند و در این مقاله سعی بر این است فیزیک آندولاتورها مورد بررسی قرار گیرد.

زمانی که الکترون شتاب‌دار در مسیر منحنی حرکت می‌کند، تابش گسیل می‌کند، که این تابش به تابش سینکروترونی^۱ معروف است. طیف این تابش، امواج رادیویی تا اشعه x را شامل می‌شود و کاربرد بسیاری در علوم مختلف نظامی، پزشکی، فیزیک هسته‌ای، فیزیک حالت جامد و زیست‌شناسی دارد [۳ و ۲]. یکی از راه‌های تولید تابش سینکروترونی، عبور باریکه الکترون‌های نسبیتی از یک آندولاتور لیزر الکترون آزاد است. زمانی که الکترون‌ها وارد آندولاتور می‌شوند تحت تأثیر میدان مغناطیسی شروع به نوسان کرده و به موجب این نوسان تابش می‌کنند که این تابش یک تابش سینکروترونی است. حرکت الکترون‌های نسبیتی یک میدان الکتریکی تأخیری به دنبال خواهد داشت که از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۴]:

$$E(t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{(1-\beta^2)(n-\beta)}{r^2(1-n\cdot\beta)^3} + \frac{[n \times ((n-\beta) \times \beta)]}{c r(1-n\cdot\beta)^3} \right\}_{ret} \quad (1)$$

میدان مغناطیسی تأخیری توسط رابطه زیر به میدان الکتریکی مربوط می‌شود:

$$B(t) = \frac{[n_{ret} \times E]}{c}$$

که در آن بردار عمود بر سطح \vec{n} تأخیری و β سرعت نسبی الکترون است.

توان تابش گسیل شده بر واحد زاویه فضایی با توان دوم میدان الکتریکی رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{dp}{d\Omega} = \frac{d^2U}{d\Omega dt} = \frac{d^2U}{d\Omega dt} \frac{dt}{dt} = \frac{r^2 |E^2|}{\mu_0 c} (1 - \vec{n} \cdot \beta) \quad (2)$$

که P توان و U انرژی طیف تابشی ناشی از حرکت الکترون‌های شتاب‌دار است.

در لیزرهای الکترون آزاد ویگلرها و آندولاتورها نقش اساسی و مهمی دارند. در ساخت نسل جدید لیزرهای الکترون آزاد تنوع بسیاری در نوع آندولاتور وجود دارد [۵]. این تغییر و تنوع، همواره در جهتی بوده است که تولید تابش الکترومغناطیسی هم‌دوس با طول موج‌های کوتاه را به همراه داشته باشد. آندولاتور نسبت به ویگلر دارای طول موج کوتاه‌تری است و در لیزرهای با انرژی بالا مورد استفاده قرار

² Planar Undulator

³ Helical Undulator

¹ Synchrotron Radiation

۲. تحلیل طیفی

دوم قسمت ضرب خارجی انتگرال است. قسمت نمایی را به صورت زیر بسط می دهیم:

$$\exp\left[i\omega\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right)\right] \cong \exp\left[i\omega H t \exp\left[i(\zeta_a \sin(\omega_u t) + \Theta_a \sin(2\omega_u t))\right]\right] \quad (۸)$$

$$\times \exp\left[i(\zeta_b \sin(\omega_u t + \delta) + \Theta_b \sin(2\omega_u t + 2\delta))\right]$$

به طوری که:

$$H = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(1 + \frac{K_a^2 + K_b^2}{2} \right) + \theta^2 \right], \Theta_{a,b} = \frac{K_{a,b}^2 \omega}{8\gamma^2 \omega_u}$$

$$\zeta_a = -\frac{K_a \omega}{\gamma \omega_u} \theta \sin \varphi, \zeta_b = -\frac{K_b \omega}{\gamma \omega_u} \theta \cos \varphi$$

نمایی حاصل می شود. تابع نمایی اول به جمله فاز مربوط می شود، جمله دوم حرکت دو قطبی و جمله سوم حرکت غیر دو قطبی را توصیف می کند.

$$\exp\left[i\omega\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right)\right] = \exp[i\omega H t] \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in\omega_u t] \varphi_n(\zeta_a, \zeta_b, \Theta_a, \Theta_b) \quad (۹)$$

به طوری که:

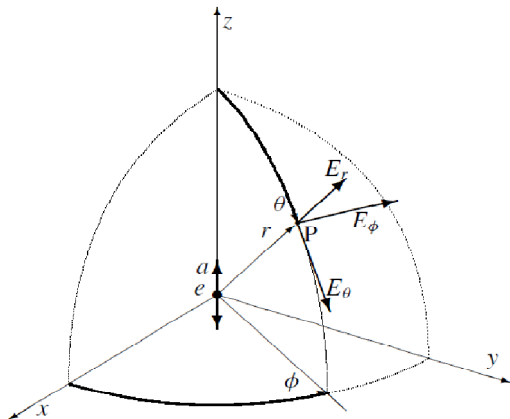
$$\varphi_n(\zeta_a, \zeta_b, \Theta_a, \Theta_b)$$

$$= \sum_{r=-\infty}^{\infty} \exp[ir\delta] J_{n-r}(\zeta_a, \Theta_a) J_r(\zeta_b, \Theta_b)$$

رابطه (۹) نشان دهنده کاربرد توابع بسل در شدت تابش آندولاتور هستند [۱۰].

با توجه به شکل (۲) میدان الکتریکی هم در راستای φ و هم در راستای θ موجود است [۴]؛ و از آنجا که تابش با توان دوم میدان رابطه مستقیم دارد، در نتیجه برای شدت تابش الکترومغناطیسی داریم:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right)_\theta + \left(\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right)_\varphi \quad (۱۰)$$



شکل ۲. جهت گیری میدان الکتریکی در دستگاه مختصات کروی

زمانی که الکترون با سرعتی نزدیک به سرعت نور درون یک آندولاتور حرکت می کند، شدت تابش گسیل شده از الکترون در راستای محور آندولاتور بر واحد زاویه فضایی طبق انتگرال لینارد-ویچرت^۱ به صورت زیر تعریف می شود [۱۰]:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 T^2}{4\pi^2 c} \times \left\{ \int \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{\beta}) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right)\right] dt \right\}^2 \quad (۴)$$

\vec{n} بردار نرمال، $\vec{\beta}$ معرف سرعت الکترون ها و \vec{r} بیانگر مسیر حرکت الکترون ها درون آندولاتور است. T زمان مؤثری است که طول می کشد تا الکترون در سرتاسر آندولاتور حرکت کند و برابر است با $T = N\lambda_u/c$ ، که در آن N دوره تناوب آندولاتور یا آهن رباهای به کار رفته در آندولاتور است. بردار نرمال در دستگاه مختصات کروی به این صورت است:

$$\vec{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$$

برای به دست آوردن انتگرال لینارد ویچرت از قانون نیروی لورنتس مختصات حرکت الکترون و سرعت الکترون را به دست می آوریم و در رابطه (۲) جایگذاری می کنیم. معادله دینامیکی الکترون تحت تأثیر نیروی لورنتس به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{d}{dt}(\gamma\beta) = -\frac{e}{mc} (E + \beta \times B) \quad (۵)$$

$$\gamma \frac{d\beta}{dt} = -\frac{e}{mc} \beta \times B$$

در معادله فوق پارامتر مربوط به انرژی γ ثابت فرض شده است و همچنین برای میدان الکتریکی داریم: ($E = 0$)
با استفاده از رابطه (۵) مؤلفه های سرعت در سه بعد به صورت زیر است:

$$\beta_x = -\frac{K_b}{\gamma} \cos(\omega_u t + \delta), \beta_y = \frac{K_a}{\gamma} \cos(\omega_u t), \quad (۶)$$

$$\beta_z = \beta^* - \frac{1}{4\gamma^2} [K_a^2 \cos(2\omega_u t + 2\delta) + K_b^2 \cos(2\omega_u t)]$$

به طوری که:

$$K_{a,b} = \frac{eB_{a,b}\lambda_u}{2\pi mc^2}, \beta^* = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left[1 + \frac{K_a^2 + K_b^2}{2} \right]$$

نسبیتی الکترون می نامیم. با انتگرال گیری از سرعت الکترون می توان مختصات مکان الکترون در سه بعد را به دست آورد:

$$x = -\frac{K_b c}{\gamma \omega_u} \sin(\omega_u t + \delta), y = \frac{K_a c}{\gamma \omega_u} \sin(\omega_u t) \quad (۷)$$

$$z = \beta^* c t - \frac{c}{8\gamma^2 \omega_u} [K_a^2 \sin(2\omega_u t + 2\delta) + K_b^2 \sin(2\omega_u t)]$$

با قرار دادن این مقادیر در انتگرال لینارد ویچرت می توان شدت بر واحد زاویه فضایی را به دست آورد. برای ادامه مراحل رابطه (۴) را دو قسمت در نظر می گیریم، بخش اول قسمت نمایی انتگرال و بخش

¹ Lienard-Wiechert

باشیم، هارمونیک اول درخشندگی در شرایط تشدید به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\left(\frac{d^2 I}{d\alpha d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{e^2 N^2 \gamma^2}{c} \left(\frac{1}{1 + \frac{K^2}{2}}\right)^2 \left\{ \frac{\sin\left(\frac{V_1}{2}\right)}{\left(\frac{V_1}{2}\right)} \right\}^2 \quad (16)$$

که برای آرگومان تابع بسمل داریم:

$$\theta_1 = \frac{K^2}{4\left(1 + \frac{K^2}{2}\right)}$$

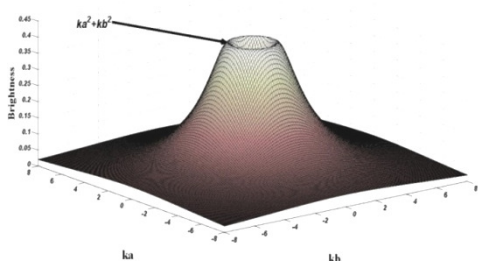
با مقایسه رابطه‌های (۱۶) و (۱۵) این طور استنباط می‌شود که مقادیر K_a و K_b و همین طور اختلاف فاز بین میدان‌های مغناطیسی در آندولاتور قطبش متغیر، در نوع قطبش خطی و قطبش پیچشی تأثیرگذار خواهد بود.

۳. نتایج و بحث

شکل (۳) نمودار سه بعدی شدت تابش آندولاتور در شرایط تشدید بر حسب پارامترهای K_a و K_b در اختلاف فاز صفر است. این نمودار نشان می‌دهد که برای مقادیر خاصی از K_a و K_b شدت تابش به بیشترین مقدار خود می‌رسد. مکان هندسی نقاطی که در آن شدت تابش به حداکثر مقدار خود می‌رسد، دایره‌ای است که معادله آن به صورت $K_a^2 + K_b^2 = r^2$ و r مقداری ثابت است.

در ادامه چنانچه نمودار شدت بر حسب مقدار ثابت r در دو بعد رسم شود، بیشترین مقدار در این نمودار همان شعاع‌های دایره‌ای است که در نمودار سه بعدی ذکر شد. نکته جالب توجه دیگر این است که نمودار به طور دقیق، درخشندگی آندولاتور تخت را نشان می‌دهد. شکل (۴) نشان‌دهنده این مطلب است.

این بدان معنی است که در اختلاف فاز صفر به ازای تمام مقادیر برای K_a و K_b که در رابطه $r = \sqrt{K_a^2 + K_b^2}$ صدق می‌کنند، آندولاتور دارای قطبش خطی است و همانند یک آندولاتور تخت عمل می‌کند. ذکر این نکته ضروری است که نمودارهای سه بعدی برای درک بهتر مفاهیم، در بازه‌های متقارن رسم شده است و مقادیر منفی برای پارامتر آندولاتور در نظر گرفته نمی‌شود. نکته دیگر در رسم نمودارها این است که مقدار $\frac{e^2 N^2 \gamma^2}{c}$ ثابت فرض شده است.



شکل ۳. نمودار سه بعدی شدت تابش آندولاتور بر حسب پارامترهای آندولاتور در اختلاف فاز صفر ($\delta = 0$)

اگر شدت تابش را روی محور^۱ در نظر بگیریم تنها یک مؤلفه از رابطه (۸) باقی می‌ماند، که به صورت زیر است:

$$\left(\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{e^2 T^2}{4\pi^2 c} \left(\frac{1}{2\gamma}\right)^2 \quad (11)$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \omega \sin c \left[(\omega H - n\omega_u) \frac{T}{2} \right] \right\}^2 \times \left\{ (K_a^2 + K_b^2) \left(J_{\frac{n+1}{2}}^2 + J_{\frac{n-1}{2}}^2 \right) - 2\sqrt{K_a^4 + K_b^4 + 2K_a^2 K_b^2 \cos(2\delta)} J_{\frac{n+1}{2}} J_{\frac{n-1}{2}} \right\}$$

رابطه (۱۱) بیانگر درخشندگی روی محور است. در این حالت درخشندگی در راستای φ برابر صفر است. با توجه به توابع به بسمل در معادله (۱۱)، تنها می‌توان برای مقادیر فرد n درخشندگی را به دست آورد. رابطه درخشندگی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\left(\frac{d^2 I}{d\alpha d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{e^2 T^2}{4\pi^2 C} \left(\frac{\omega}{2\gamma}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin\left[\frac{(\omega H - n\omega_u)T}{2}\right]}{\left[\frac{(\omega H - n\omega_u)T}{2}\right]} \right\}^2 \quad (12)$$

$$\times \left\{ (K_a^2 + K_b^2) \left(J_{\frac{n+1}{2}}^2 + J_{\frac{n-1}{2}}^2 \right) - 2\sqrt{K_a^4 + K_b^4 + 2K_a^2 K_b^2 \cos(2\delta)} J_{\frac{n+1}{2}} J_{\frac{n-1}{2}} \right\}$$

آرگومان تابع بسمل نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Theta_n = n \frac{\sqrt{K_a^4 + K_b^4 + 2K_a^2 K_b^2 \cos(2\delta)}}{4\left(1 + \frac{K_a^2 + K_b^2}{2}\right)}$$

هارمونیک اول برای درخشندگی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{d^2 I}{d\alpha d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{e^2 T^2}{4\pi^2 C} \left(\frac{\omega}{2\gamma}\right)^2 \left\{ \frac{\sin\left[\frac{(\omega H - \omega_u)T}{2}\right]}{\left[\frac{(\omega H - \omega_u)T}{2}\right]} \right\}^2 \quad (13)$$

$\times \left\{ (K_a^2 + K_b^2) (J_1^2 + J_0^2) - 2\sqrt{K_a^4 + K_b^4 + 2K_a^2 K_b^2 \cos(2\delta)} J_1 J_0 \right\}$
با کمی دقت در رابطه (۱۳) مشاهده می‌شود که این رابط زمانی بیشینه می‌شود که داشته باشیم:

$$v_1 = (\omega H - \omega_u)T = 0 \Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_u}{H} = \frac{2\gamma^2 \omega_u}{1 + \frac{K_a^2 + K_b^2}{2}} \quad (14)$$

این شرایط را شرایط تشدید می‌نامیم و فرکانس به دست آمده را فرکانس تشدید می‌گوییم. با جای‌گذاری فرکانس تشدید در رابطه درخشندگی، برای هارمونیک اول در شرایط تشدید داریم:

$$\left(\frac{d^2 I}{d\alpha d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{e^2 N^2 \gamma^2}{c} \left(\frac{1}{1 + \frac{K_a^2 + K_b^2}{2}}\right)^2 \left\{ \frac{\sin\left(\frac{V_1}{2}\right)}{\left(\frac{V_1}{2}\right)} \right\}^2 \quad (15)$$

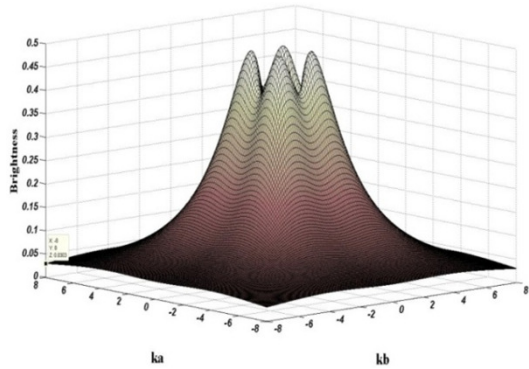
$$\times \Phi_1(K_a, K_b, \delta)$$

به طوری که:

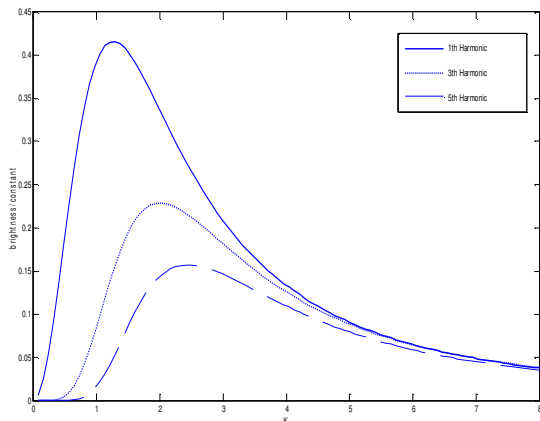
$$\Phi_1(K_a, K_b, \delta) = \left\{ (K_a^2 + K_b^2) (J_1^2 + J_0^2) - 2\sqrt{K_a^4 + K_b^4 + 2K_a^2 K_b^2 \cos(2\delta)} J_1 J_0 \right\}$$

اگر همین شرایط را برای یک آندولاتور تخت با پارامتر ثابت k داشته

¹ On-axis



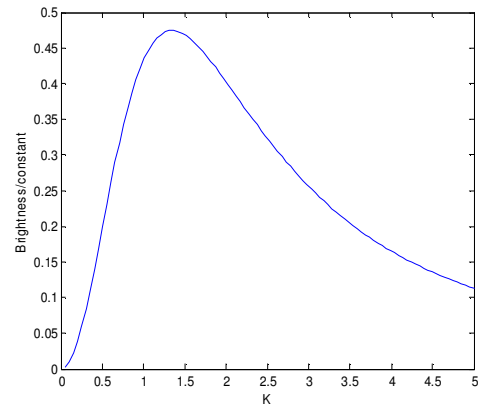
شکل ۶. نمودار سه بعدی شدت تابش آندولاتور بر حسب پارامترهای آندولاتور در اختلاف فاز صفر ($\delta = \frac{\pi}{2}$)



شکل ۷. درخشندگی آندولاتور تخت برای اولین، سومین و پنجمین هارمونیک

۴. مراجع

- [1] http://En.Wikipedia.org/Wiki/Directed-Energy_Weapon, 2012.
- [2] Dattoli, G.; Renieri, A.; Torre, A. "Lectures on FEL and Related Topics."; World Scientific publishing, Singapore, 1993.
- [3] Duke, P. J. "Synchrotron Radiation."; Oxford Series on Synchrotron Radiation, Oxford University Press: Oxford, 2000.
- [4] Hofmann, A. "The Physics of Synchrotron Radiation."; Cambridge University Press: New York, 2004.
- [5] Onuki, H.; Elleaume, P. "Undulators, Wigglers and Their Applications."; Taylor & Francis Inc: New York, 2004.
- [6] Gupta, V.; Mishra, G. "Variable Polarized Harmonic Undulator Free Electron Laser."; Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 2007, 574, 150-157
- [7] Dattolia, G.; Giannessia, L. "Two Harmonic Undulators and Harmonic Generation in High Gain Free Electron Lasers."; Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 2002, 495, 48-57.
- [8] Dattoli, G.; Bucci, L. "Variably Polarizing Undulators: Spectral Properties and Free Electron Laser Gain."; J. Optics Communications 2000, 177, 323-331.
- [9] Jackson, J. D. "Classical Electrodynamics."; Wiley, New York, 1975.
- [10] Dattoli, G.; Torre, A. "Theory and Applications of Generalized Bessel Functions."; ARACNE Edit Rice, Rome, 1996.



شکل ۴. نمودار دو بعدی شدت بر حسب پارامترهای آندولاتور در اختلاف فاز صفر ($\delta = 0$)

آندولاتور زمانی دارای $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{2}$ با توجه به رابطه ۱۴ در اختلاف فازهای

قطبش خطی خواهد بود که برای پارامترهای آندولاتور داشته باشیم:

$$K_{a,b} = 0, K_{b,a} \neq 0$$

پارامتر بدون بعد آندولاتور به صورت زیر تعریف می شود:

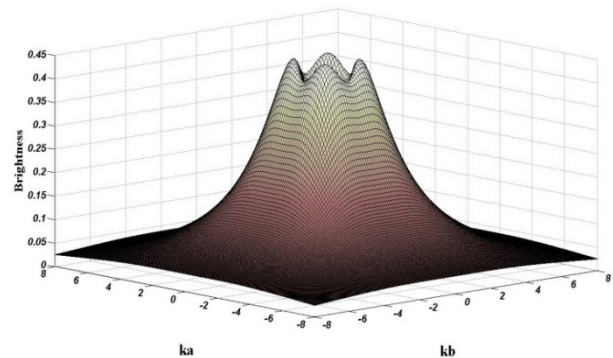
$$K_{a,b} = \frac{eB_{a,b}\lambda_u}{2\pi mc^2} = 93.4 \times 10^{-6} \times B_{a,b} [T] \lambda_u [m] \quad (17)$$

این پارامتر به شدت میدان مغناطیسی متناوب و هم چنین به طول موج آندولاتور وابسته است. طول موج تشدید در لیزر الکترون آزادی که با آندولاتور قطبش متغیر کار می کند به صورت زیر است:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{K_a^2}{2} + \frac{K_b^2}{2} \right) \quad (18)$$

این رابطه کوک پذیری لیزر الکترون آزاد را نشان می دهد، بدین صورت که با تغییر پارامترهای آندولاتور می توان طول موج لیزر را تنظیم کرد و نشان می دهد که برای طول موج های کوتاه باید پارامترهای آندولاتور مقدار کوچکی داشته باشند.

نمودار شکل (۷) وابستگی شدت را به پارامتر آندولاتور تخت در هارمونیک های متفاوت نشان می دهد. با افزایش شماره هارمونیک مقدار پارامتر آندولاتور برای بیشینه شدت افزایش می یابد. رفتار درخشندگی آندولاتوری که با قطبش پیچشی کار می کند و برای هارمونیک های متفاوت نیز به همین صورت خواهد بود.



شکل ۵. نمودار سه بعدی شدت تابش آندولاتور بر حسب پارامترهای

آندولاتور در اختلاف فاز صفر ($\delta = \frac{\pi}{4}$)