

## بهبود دقت و کاهش میزان محاسبات روش تبدیل فاز گسسته برای

## تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ

سجاد فلاح تفتی<sup>۱</sup>، محمود کریمی<sup>۲\*</sup>، مجتبی بهزاد فلاح پور<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد، ۲- استاد، دانشگاه شیراز، ۳- دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت: ۹۵/۱۰/۱۲؛ پذیرش: ۹۶/۰۳/۲۷)

## چکیده

در این مقاله فنی برای بهبود میزان میانگین مربعات خطای تخمین نرخ چیرپ و فرکانس مرکزی در نسبت سیگنال به نویزهای بالا در روش‌های تبدیل گسسته فاز و تبدیل گسسته فاز اصلاح شده که برای تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ به کار می‌روند، ارائه می‌شود. تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ در بسیاری از زمینه‌های پردازش سیگنال مثل شنود رادار، تشکیل تصویر در رادارهای دهانه مصنوعی و رادارهای معکوس دهانه مصنوعی و ایجاد اختلال در رادارهای دشمن کاربرد دارد. افزایش دقت تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ در این کاربردها از اهمیت بسزایی برخوردار است. در این مقاله، برای افزایش دقت تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ در روش تبدیل فاز چندجمله‌ای و تبدیل فاز چندجمله‌ای اصلاح شده، به جای استفاده از روش تخمین فرکانس پریودوگرام، از فن پیشنهادی این مقاله استفاده می‌شود. شبیه‌سازی‌های انجام شده نشان می‌دهد این فن باعث کاهش میزان محاسبات این روش‌ها و افزایش دقت تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ می‌شود.

## واژگان کلیدی

تخمین نرخ چیرپ، تخمین فرکانس مرکزی، روش DPT، روش DPT اصلاح شده، روش میانگین‌گیری وزن دار

غیرخطی است که نیازمند محاسبات سنگین می‌باشد. به همین علت، روش‌های زیر بهینه زیادی برای تخمین پارامترهای فاز سیگنال چیرپ با محاسبات کم‌تر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این فن‌ها شامل فن حداقل مربعات<sup>۴</sup> (LS) توسط کی و جوریک<sup>۵</sup> [۵]، فن کاهش مرتبه توسط کامرسون و ورما<sup>۶</sup> [۶] و فن‌های ایستان دوری توسط شمساندر<sup>۷</sup> [۷] هستند. همچنین روش زیر بهینه‌ای بر پایه تبدیل فاز چندجمله‌ای<sup>۸</sup> (DPT) توسط پلگ و پرات<sup>۹</sup> [۸] پیشنهاد شده است.

تبدیل گسسته فوری<sup>۱۰</sup> (DFT) برای تطابق فرکانس چند هارمونیک مورد استفاده قرار می‌گیرد و نمی‌توان DFT را برای تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ به کاربرد اما روش تبدیل فوری گسسته چیرپ<sup>۱۱</sup> (DCFT) [۹] که در واقع گسترش تبدیل DFT برای سیگنال چیرپ است، برای تخمین پارامترهای فرکانس مرکزی و نرخ چیرپ در سیگنال چیرپ استفاده می‌شود.

## ۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای مخابراتی، رادار، سونار، رادارهای دهانه مصنوعی<sup>۱</sup>، رادارهای دهانه مصنوعی معکوس<sup>۲</sup>، زیست پزشکی، زلزله‌شناسی، ارتباطات همراه و ... سیگنال ارسالی به صورت سیگنال چیرپ در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال در تصویربرداری از اهداف متحرک و کشف موقعیت و تمرکز صحیح بر روی هدف متحرک، دانستن اطلاعات دقیق از پارامترهای سیگنال چیرپ لازم است [۱-۲]. در همه کاربردهایی که ذکر شد، پارامترهای فاز سیگنال چیرپ حاوی اطلاعات مهمی هستند. لذا تخمین صحیح پارامترهای سیگنال چیرپ آغشته به نویز، از روی نمونه‌های محدود از سیگنال گسسته بسیار با اهمیت است [۳].

برای تخمین پارامترهای فاز سیگنال چیرپ روش‌هایی بر اساس معیار بیشینه درست‌نمایی<sup>۳</sup> (ML) موجود می‌باشند [۴]. تخمین ML این پارامترها شامل بهینه‌سازی یک تابع هزینه

\* رایانامه نویسنده مسئول: karimi@shirazu.ac.ir

4- Least Squares(LS)

5- Djuric and Kay

6- Kumaresan and Verma

7- Shamsunder

8- Discrete Phase Transform(DPT)

9- Peleg and Porat

10- Discrete Fourier Transform(DFT)

11- Discrete Chirp Fourier Transform(DCFT)

1- Synthetic Aperture Radar(SAR)

2- Inverse Synthetic Aperture Radar(ISAR)

3- Maximum Likelihood(ML)

DPT و DPT اصلاح شده و روش میانگین گیری وزن دار به صورت مختصر شرح داده می شود. در بخش سوم عملکرد روش های DPT و DPT اصلاح شده در دو حالت استفاده از پریدودوگرام و استفاده از WPA مقایسه می شود و در بخش چهارم از مقایسه انجام شده در بخش سوم یک نتیجه کلی استخراج می شود.

## ۲- اصول عملکرد روش های DPT و DPT اصلاح شده و WPA

همان طور که در قسمت قبلی اشاره شد، دو روش DPT و DPT اصلاح شده جزو روش های بسیار پرکاربرد در تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ هستند؛ اما مشکل اصلی آن ها این است که در SNRهای بالا به مقدار CRLB همگرا نمی شوند. در این مقاله برای حل این مشکل از یک فن جدید استفاده می گردد. لذا در ابتدا به توضیح مختصر دو روش مذکور پرداخته و سپس به تشریح فن پیشنهادی پرداخته می شود.

### ۲-۱- روش تبدیل فاز چندجمله ای

بازده مناسب روش DPT در گرو کوچک شدن محدوده تخمین پارامترهای فاز است. در تمامی روش هایی که به صورت متوالی به تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ می پردازند، به خاطر خطای موجود در تخمین پارامتر نرخ چیرپ، یک انتشار خطا در تخمین پارامتر فرکانس مرکزی وجود دارد.

اگر مدل سیگنال چیرپ به صورت رابطه (۱) در نظر گرفته شود:

$$x(t) = ae^{j(2\pi(0.5\alpha t^2 + \beta t))} \quad (1)$$

که در آن،  $a$  دامنه مختلط،  $\alpha$  نرخ چیرپ و  $\beta$  فرکانس مرکزی سیگنال چیرپ است. سیگنال آغشته شده به نویز دریافتی به صورت رابطه (۲) است:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (2)$$

که در آن،  $n(t)$  نویز سفید و گوسی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  می باشد.

در روش DPT، از روی داده های ورودی و تأخیر یافته آن، رشته ای به صورت  $r(t)$  ایجاد می شود. اگر سیگنال چیرپ بدون نویز همانند رابطه (۱) تعریف شده باشد،  $r(t)$  به صورت رابطه (۳) تعریف می شود:

$$r(t) = x(t + \tau) x^*(t) = A e^{j2\pi(2 \times 0.5 \times t \times \alpha \tau)} \quad (3)$$

که در آن،  $A$  دامنه مختلط به صورت  $|a|^2 e^{j\pi(2\beta\tau + \alpha\tau^2)}$ ،  $\tau$  یک عدد صحیح مثبت و \* نشان دهنده مزدوج عدد مختلط است.

تبدیل های فرکانس فوریه<sup>۱</sup> [۱۰] نیز همانند تبدیل DCFT، با استفاده از تبدیل فوریه به تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ می پردازند. روش های دیگری نیز بر پایه تبدیل فوریه زمان کوتاه<sup>۲</sup> [۱۱] وجود دارند. این روش ها نیز همانند روش های مبتنی بر تبدیل فرکانس فوریه، دارای میزان محاسبات بالایی می باشند. با توجه به مطالب بیان شده در بالا، روش های تخمین پارامتر سیگنال چیرپ در یک دسته بندی کلی عبارت اند از:

(۱) روش هایی که با رفع ابهام فاز سیگنال ورودی و استفاده از آن، پارامترهای سیگنال چیرپ را تخمین می زنند (همانند روش حداقل مربعات).

(۲) روش هایی که با استفاده از تخمین نرخ چیرپ از روی سیگنال ورودی، فرکانس مرکزی را تخمین می زنند (همانند روش DPT و DPT اصلاح شده).

(۳) روش هایی که با استفاده از یک تبدیل مشخص و محاسبه تبدیل سیگنال ورودی به تخمین پارامتر سیگنال چیرپ می پردازند (همانند تبدیل DCFT).

محاسبات روش DCFT نسبت به دیگر روش های نام برده شده بسیار بالا است. علاوه بر آن، میزان میانگین مربعات خطای این روش حتی در مقادیر بزرگ SNR به مقدار CRLB همگرا نمی شود. میزان SNR آستانه روش حداقل مربعات نسبت به دیگر روش ها بسیار بالاتر است. در روش DPT، خطای تخمین نرخ چیرپ نسبت به روش DPT اصلاح شده بالاتر است. در روش DPT اصلاح شده، خطای تخمین نرخ چیرپ و بالطبع خطای فرکانس مرکزی نسبت به روش DPT، کاهش یافته است. با این حال، هر دو روش DPT و DPT اصلاح شده همانند روش DCFT در مقادیر SNRهای بالا به مقدار CRLB همگرا نمی شوند. در بین روش های بالا، روش های DPT و DPT اصلاح شده از لحاظ میزان محاسبات و دقت تخمین نسبت به روش های دیگر مناسب تر می باشند.

در روش پیشنهادی این مقاله، با استفاده از روش میانگین گیری وزن دار فاز<sup>۳</sup> (WPA) [۱۲] در روش های DPT و DPT اصلاح شده، علاوه بر کاهش میزان محاسبات، دقت این روش ها در مقادیر SNR بالا بهبود می یابد. این کار با استفاده از روش WPA به جای روش پریدودوگرام<sup>۴</sup>، برای تخمین فرکانس و نرخ چیرپ در DPT و DPT اصلاح شده صورت می گیرد.

ادامه این مقاله به این شرح است: در بخش دوم روش های

- 1- Fractional Fourier Transform
- 2- Short Time Fourier Transform
- 3- Weighted Phase Averager(WPA)
- 4- Periodogram

با توجه به رابطه‌ی (۳) می‌توان پی برد که سیگنال  $r(t)$  یک سیگنال سینوسی با فرکانس  $\tau\alpha$  است. پس با استفاده از روش پریودوگرام و رشته  $r(t)$  تخمین نرخ چیرپ سیگنال ورودی به دست می‌آید. در گام بعد با استفاده از تخمین به‌دست‌آمده از نرخ چیرپ نسخه دمدوله‌شده<sup>۱</sup> سیگنال  $x(t)$  به‌صورت رابطه (۴) تشکیل داده می‌شود:

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده از روش پریودوگرام برای تخمین مقدار فرکانس مرکزی و نرخ چیرپ استفاده می‌شود. اغلب برای کاهش میزان محاسبات روش پریودوگرام، این روش با استفاده از FFT پیاده‌سازی می‌شود. در این حالت به خاطر ثابت بودن تعداد بین‌های فرکانسی موجود در FFT، پس از یک مقدار SNR مشخص، میزان خطای تخمین پارامتر فرکانس مرکزی یا نرخ چیرپ ثابت می‌ماند و با بالا رفتن SNR کاهش نمی‌یابد؛ بنابراین، میانگین مربع خطا در تخمین این پارامترها به مقدار CRLB همگرا نمی‌شود. برای حل این مشکل، باید طول FFT را افزایش داد که این کار باعث افزایش میزان محاسبات لازم می‌شود.

$$z(t) = x(t) e^{-j2\pi(0.5\hat{\alpha}t^2)} \simeq ae^{j2\pi\beta t} \quad (4)$$

انتخاب مقدار غیر صفر و مثبت  $\tau$  بر روی دقت تخمین پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  تأثیرگذار است. با انتخاب  $\tau$  بزرگ، تعداد کم‌تری از  $r(t)$ ها در دسترس قرار می‌گیرد. پلگ<sup>۲</sup> [۱۳] بر پایه شبیه‌سازی‌های عددی نشان داده است که مقدار  $\tau = N/2$  باعث کمینه شدن واریانس تخمین  $\alpha$  می‌شود.

انتخاب مقدار غیر صفر و مثبت  $\tau$  بر روی دقت تخمین پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  تأثیرگذار است. با انتخاب  $\tau$  بزرگ، تعداد کم‌تری از  $r(t)$ ها در دسترس قرار می‌گیرد. پلگ<sup>۲</sup> [۱۳] بر پایه شبیه‌سازی‌های عددی نشان داده است که مقدار  $\tau = N/2$  باعث کمینه شدن واریانس تخمین  $\alpha$  می‌شود.

## ۲-۲- الگوریتم تکراری روش DPT اصلاح‌شده

روش DPT اصلاح‌شده [۱۴] با استفاده از یک حلقه تکرار دقت تخمین پارامتر نرخ چیرپ را افزایش می‌دهد. این الگوریتم تکراری از دو گام تشکیل شده است: گام اول، الگوریتم تکرار شونده برای تخمین پارامتر  $\alpha$  و بهبود دقت آن با استفاده از تکرارهای متوالی و گام دوم، تخمین پارامتر  $\beta$  است.

### گام اول:

تعریف رابطه (۵) را در نظر بگیرید:

$$r_k(t) = w_{k-1}(t + \tau_{k-1}) w_{k-1}^*(t) \quad t = 0, \dots, N-1 - \tau_{k-1} \quad (5)$$

که در آن:

$$w_{k-1}(t) = y(t) e^{-j2\pi(0.5\hat{\alpha}_{k-1}t^2)} \quad t = 0, \dots, N-1 \quad (6)$$

پارامتر  $k$  نشان‌دهنده  $k$ امین تکرار گام اول است. برای تکرار اول مقدار اولیه  $\hat{\alpha} = 0$  و  $\tau = 1$  انتخاب می‌شود بنابراین در تکرار اول، رابطه (۵) به رابطه (۷) تبدیل می‌شود:

$$r_1(t) = y(t + \tau_0) y^*(t) \quad t = 0, \dots, N-1 \quad (7)$$

همانند روش DPT با استفاده از رشته  $r_1(t)$  و روش پریودوگرام نرخ چیرپ در تکرار اول تخمین زده می‌شود.

در تکرار دوم و بالاتر ( $k = 2, \dots$ ) سیگنال دمدوله

$$\hat{\alpha} = \Delta\alpha_k + \hat{\alpha}_{k-1} \quad (8)$$

هنگامی که مقدار  $|\Delta\alpha_k|$  بسیار کوچک شود، گام اول متوقف می‌شود. بعد از تخمین پارامتر  $\alpha$  با دقت خوب، همانند روش DPT با استفاده از سیگنال  $z(t)$  (رابطه (۴)) تخمین پارامتر  $\beta$  دست می‌آید.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده از روش پریودوگرام برای تخمین مقدار فرکانس مرکزی و نرخ چیرپ استفاده می‌شود. اغلب برای کاهش میزان محاسبات روش پریودوگرام، این روش با استفاده از FFT پیاده‌سازی می‌شود. در این حالت به خاطر ثابت بودن تعداد بین‌های فرکانسی موجود در FFT، پس از یک مقدار SNR مشخص، میزان خطای تخمین پارامتر فرکانس مرکزی یا نرخ چیرپ ثابت می‌ماند و با بالا رفتن SNR کاهش نمی‌یابد؛ بنابراین، میانگین مربع خطا در تخمین این پارامترها به مقدار CRLB همگرا نمی‌شود. برای حل این مشکل، باید طول FFT را افزایش داد که این کار باعث افزایش میزان محاسبات لازم می‌شود.

## ۲-۳- روش میانگین وزن دار فاز (WPA)

هدف این روش تخمین فرکانس یک نمایی مختلط آغشته شده به نویز سفید گوسی از روی نمونه‌های محدود است. مدل در نظر گرفته شده در این روش برای سیگنال دریافتی به‌صورت زیر است:

$$y(t) = Ae^{j(\omega t + \varphi)} + n(t) \quad (9)$$

که در آن،  $A$  دامنه،  $\varphi$  فاز اولیه و  $\omega$  فرکانس سیگنال نمایی مختلط و  $n(t)$  نویز سفید گوسی است. با فرض  $\text{SNR}^2 = \frac{A^2}{\sigma^2}$  بالا، می‌توان مدل داده‌های در دسترس را به‌صورت زیر نوشت [۱۵]:

$$y(t) = Ae^{j(\omega t + \varphi + u_t)} \quad (10)$$

که عبارت  $u_t$  نویز سفید گوسی با واریانس  $\frac{\sigma^2}{2A^2}$  می‌باشد.

$$\mathcal{L}y(t) = \omega t + \varphi + u(t) \quad (11)$$

در رابطه (۱۰)،  $\mathcal{L}y(t)$  فاز سیگنال  $y(t)$  می‌باشد. تخمین فرکانس نمایی مختلط باید از روی فاز پیوسته سیگنال ورودی صورت بگیرد. کی<sup>۳</sup> با استفاده از تفاضل فاز دو نمونه متوالی بدون استفاده از الگوریتم‌های پیوسته نمودن فاز، تخمین‌گر میانگین‌گیری وزن دار فاز (WPA) [۹] را ارائه داده است:

3- Signal-to-Noise Ratio

4- Kay

1- Demodulation

2- Peleg

آورده شده است.

شرایط شبیه‌سازی به صورت زیر هست:

طول داده در دسترس برابر ۲۰ نمونه است که به صورت رابطه (۲) تولید شده است و در آن نرخ چیرپ برابر  $\alpha = 0/1$  و فرکانس مرکزی برابر  $\beta = 0/2$  در نظر گرفته شده است. طول FFT مورد استفاده در روش پریودوگرام و DCFT برابر ۲۵۶ در نظر گرفته شده است. بردار تأخیر در روش DPT اصلاح شده به صورت بردار  $\tau = [1 \ 5 \ 10]$  است. تأخیر در روش DPT برابر  $\tau = [1]$  است. شکل (۲) معکوس میانگین مربعات خطای تخمین نرخ چیرپ را برای روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به همراه دو روش پریودوگرام و WPA در مقادیر مختلف SNR نمایش می‌دهد. شکل (۳) معکوس میانگین مربعات خطا (MSE) را برای تخمین فرکانس مرکزی را برای روش‌های DCFT، DPT و DPT اصلاح شده به همراه دو روش پریودوگرام و WPA در مقادیر مختلف SNR نمایش می‌دهد. با توجه به شکل (۲)، در روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به همراه روش WPA، میزان MSE در SNRهای بالا به معیار CRLB همگرا شده است و با فاصله کمی آن را دنبال می‌کند.

دلیل همگرا نشدن مقدار MSE برای تخمین فرکانس مرکزی به شکل (۳)، انتشار خطای ناشی از تخمین نرخ چیرپ است. این خطا در تمامی روش‌هایی که به صورت مرحله‌ای به تخمین پارامترها می‌پردازند وجود دارد.

برای جستجوی فرکانسی در روش پریودوگرام می‌توان از FFT استفاده کرد و بنابراین تقریبی از روش پریودوگرام را به دست آورد. در حالتی که از FFT استفاده می‌شود، به خاطر محدود و ثابت بودن تعداد بین‌های (bin) فرکانسی FFT، با افزایش SNR از یک مقدار به بعد دقت تخمین گر پیاده‌سازی شده با FFT دیگر افزایش نمی‌یابد. این مشکل در هر دو شکل در روش DPT و DPT اصلاح شده به همراه روش پریودوگرام مشاهده می‌شود.

روش DCFT با استفاده از حداقل  $N$  (وابسته به دقت تخمین) تبدیل فوریه فرکانسی پیاده‌سازی می‌شود. این کار به علت کاهش میزان محاسبات ناشی از جستجوی فرکانسی در روش DCFT است. به بیان دیگر، می‌توان گفت روش DCFT گسترش تبدیل فوریه گسسته برای سیگنال چیرپ است. روش DCFT در مقایسه با دو روش DPT و DPT اصلاح شده عملکرد بهتری در SNRهای پایین دارد اما این روند در SNR بالا صادق نیست. علت ثابت ماندن خطا در SNRهای بالا در روش تبدیل فوریه گسسته چیرپ (DCFT) همان خطای بین (bin) فرکانسی تبدیل فوریه سریع با طول ثابت است.

$$\Delta_t = \angle y(t+1) - \angle y(t) = \angle (y(t+1)y(t)^*) \quad (12)$$

تخمین فرکانس رابطه (۱۲) با استفاده از معیار ML معادل با مقدار فرکانسی است که رابطه (۱۳) را کمینه می‌کند.

$$J = (\Delta - \omega \mathbf{1})^T \mathbf{C}^{-1} (\Delta - \omega \mathbf{1}) \quad (13)$$

که در آن،  $\mathbf{1}$  بردار واحد،  $\Delta = [\Delta_0 \dots \Delta_{N-2}]$  و  $\mathbf{C}$  ماتریس کوواریانس بردار  $\Delta$  است. پس از انجام محاسبات جبری ساده تخمین فرکانس به صورت رابطه (۱۴) به دست می‌آید:

$$\hat{\omega} = \sum_{t=0}^{N-2} w_t \Delta_t \quad (14)$$

که در آن،  $w_t$  پنجره‌ای به صورت زیر است:

$$w_t = \frac{\frac{3}{2}N}{N^2 - 1} \left\{ 1 - \left\{ \frac{t - \left(\frac{N-1}{2}\right)}{\frac{N}{2}} \right\}^2 \right\} \quad (15)$$

ایده اصلی این مقاله برای اصلاح روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به این صورت است که در روش‌های DPT و DPT اصلاح شده، به جای پریودوگرام از روش WPA برای تخمین پارامترهای فرکانس مرکزی و نرخ چیرپ از روی رشته‌های  $r(t)$  و  $z(t)$  استفاده شود.

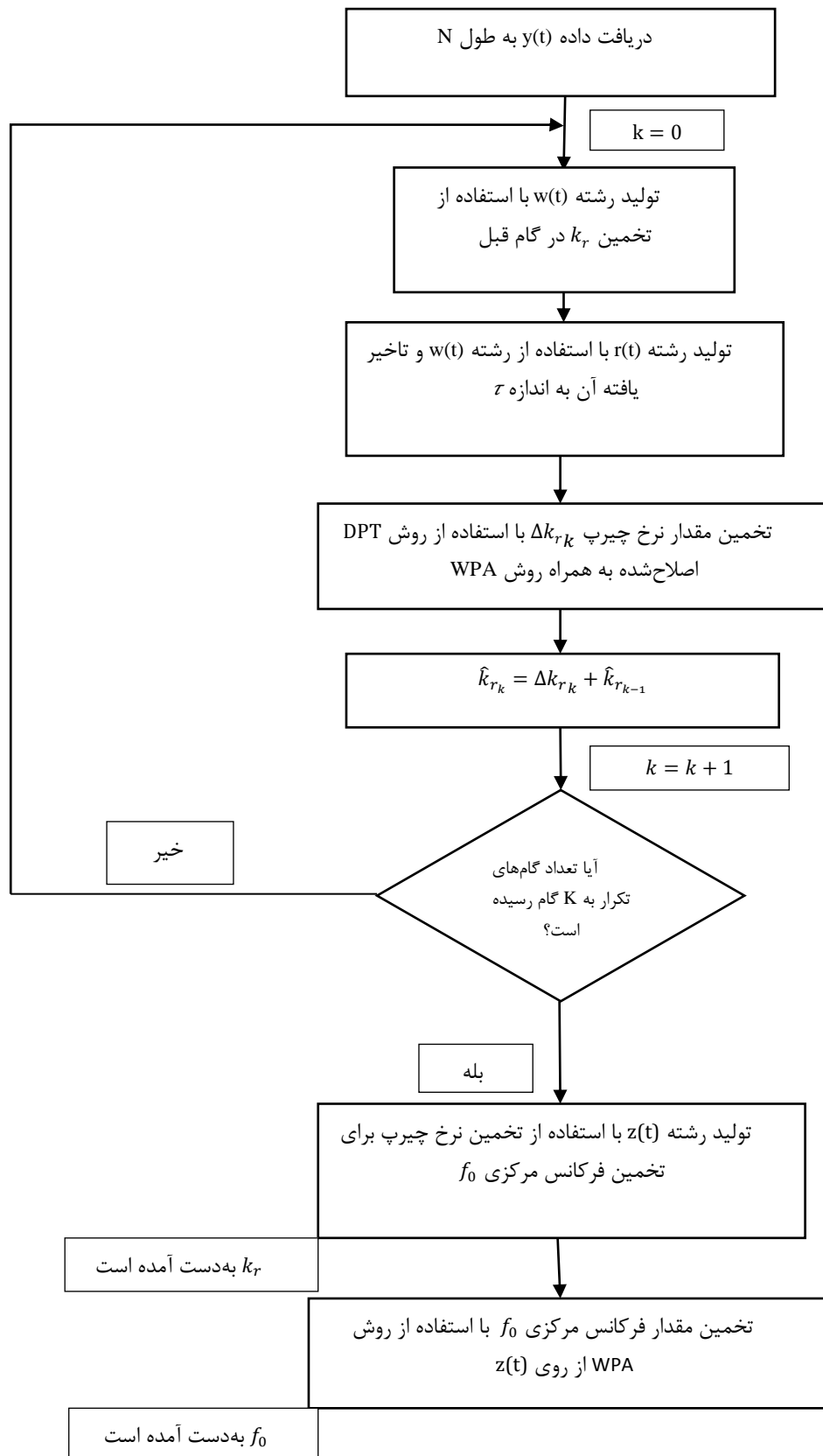
در شکل (۱) بلوک دیاگرام روش DPT اصلاح شده به همراه روش WPA نمایش داده شده است. در قسمت بعد به بررسی عملکرد روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به همراه دو روش پریودوگرام و روش WPA پرداخته می‌شود.

### ۳- بررسی عملکرد روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به همراه روش WPA و روش DCFT

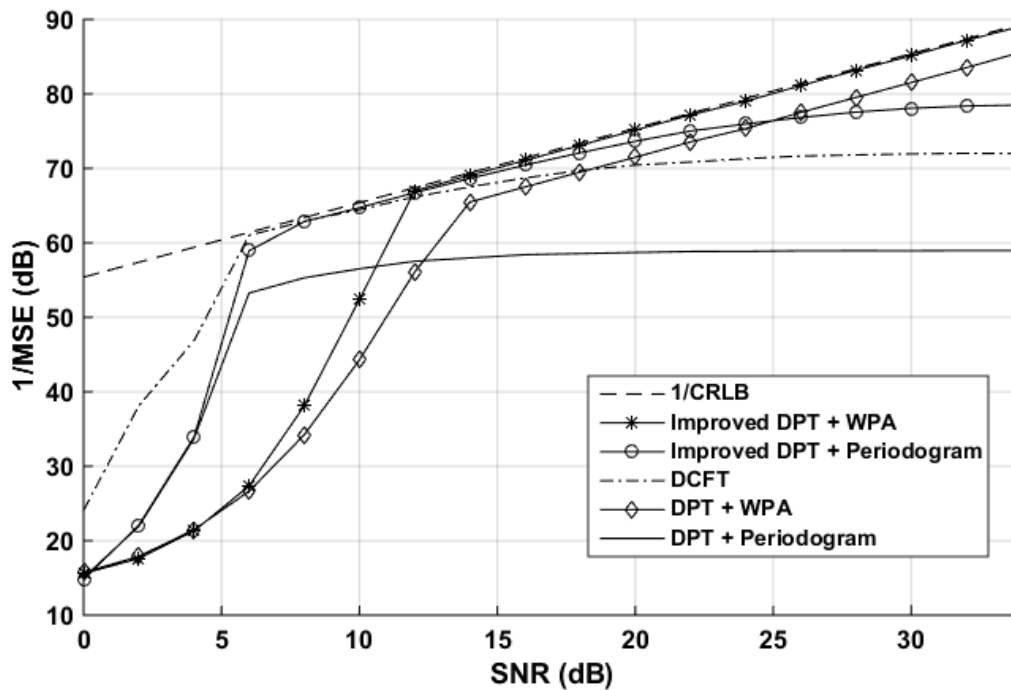
در این بخش میزان میانگین مربعات خطای روش‌های DPT و DPT اصلاح شده در حالت استفاده از روش WPA با حالت استفاده از روش پریودوگرام مقایسه می‌شود. هم‌چنین میزان محاسبات روش‌های DPT و DPT اصلاح شده در این دو حالت باهم مقایسه می‌شود.

#### ۳-۱- بررسی دقت روش‌های نام برده شده

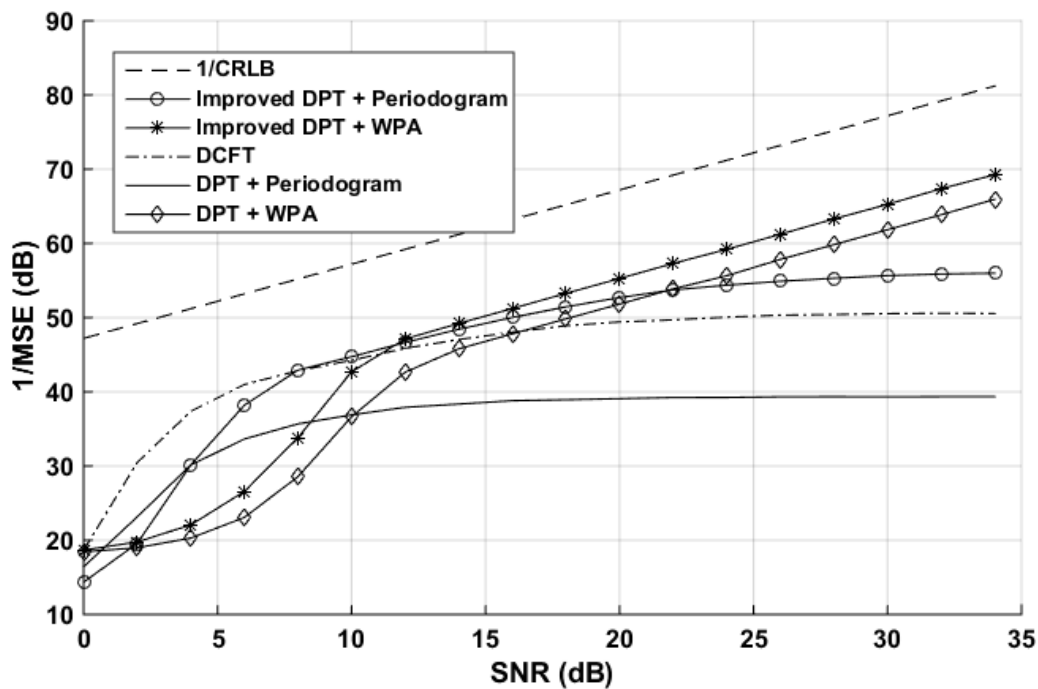
برای بررسی نحوه عملکرد روش‌های DPT و DPT اصلاح شده به همراه روش‌های تخمین فرکانس پریودوگرام یا WPA، میزان معکوس میانگین مربعات خطای تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ با معیار کران پایین کران-راو (CRLB) در اشکال (۲-۳) مقایسه می‌شود. هم‌چنین روش DCFT [۹] نیز در این مقایسه



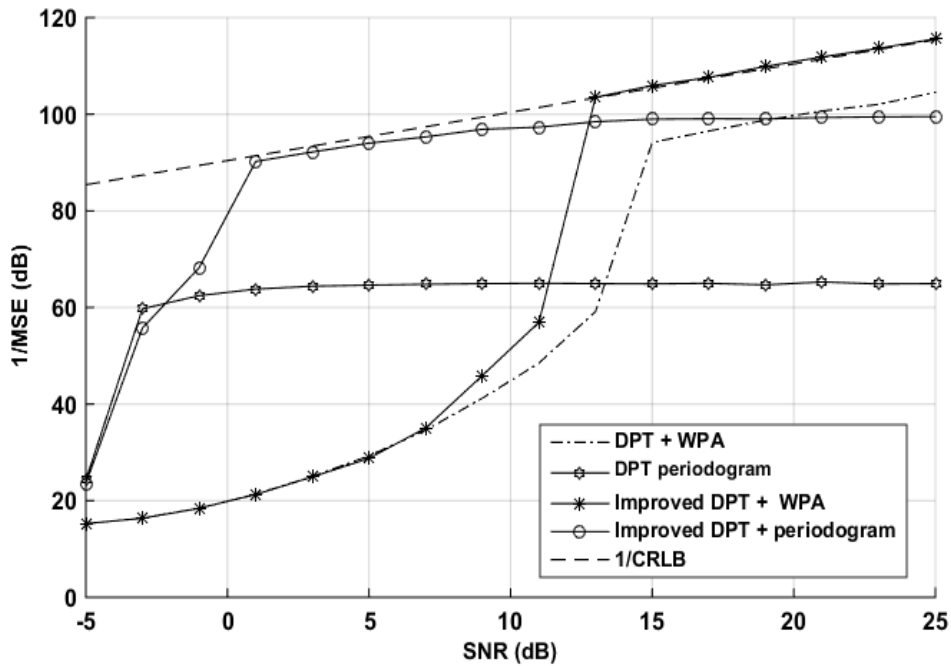
شکل (۱): بلوک دیاگرام روش DPT اصلاح شده به همراه روش WPA



شکل (۲): بررسی دقت تخمین نرخ چیرپ در روش‌های نامبرده در شرایط گفته‌شده در مقابل تغییر  $SNR$ .



شکل (۳): بررسی دقت تخمین فرکانس مرکزی در روش‌های نامبرده در شرایط گفته‌شده در مقابل تغییر  $SNR$ .



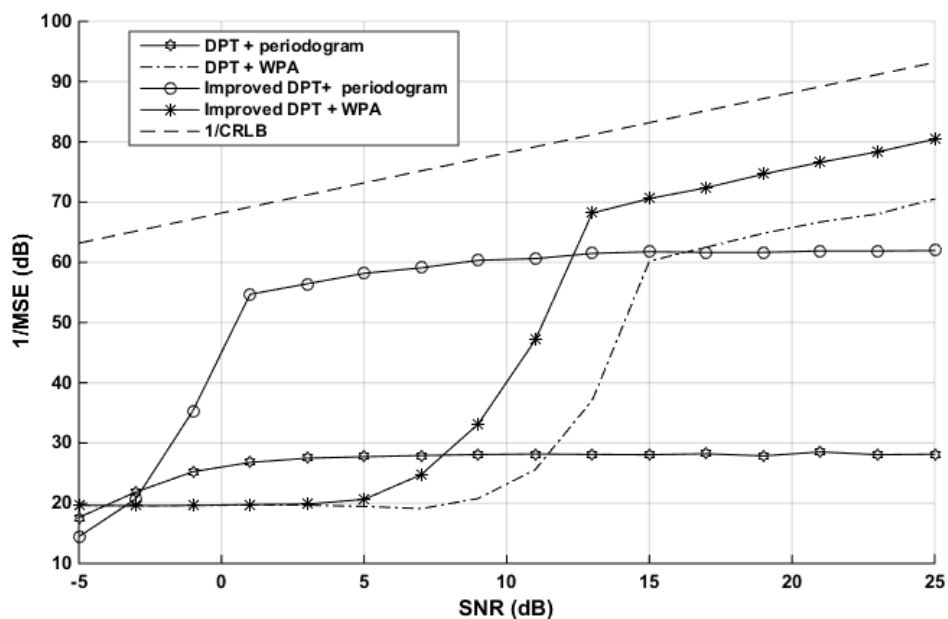
شکل (۴): بررسی دقت تخمین نرخ چیرپ در روش‌های نام‌برده در حالت وجود چندمسیری

هستیم. هر عمل ضرب مختلط معادل با شش عمل حقیقی و هر عمل جمع مختلط معادل با دو عمل حقیقی است. بنابراین روش DPT نیازمند  $12N - 6\tau$  عملیات حقیقی است. روش اصلاح‌شده بر طبق روابط (۶) و (۵) به  $N$  عمل ضرب مختلط برای تولید رشته  $w(t)$  و  $(N - \tau)$  عمل ضرب مختلط برای محاسبه رشته  $r(t)$  در هر تکرار روش DPT اصلاح‌شده نیاز دارد.

این خطا با افزایش طول FFT کاهش می‌یابد اما این کار مستلزم میزان محاسبات بالایی است. محاسبات روش‌های معرفی‌شده در بخش بعدی توضیح داده می‌شود.

### ۲-۳- بررسی محاسبات روش ارائه‌شده

در روش DPT برای تولید رشته  $r(t)$  نیازمند  $N - \tau$  عمل ضرب مختلط و برای تولید رشته  $z(t)$  نیازمند  $N$  ضرب مختلط



شکل (۵): بررسی دقت تخمین فرکانس مرکزی در روش‌های نام‌برده در حالت وجود چندمسیری

همچنین مطابق با رابطه (۱۴) برای محاسبه فرکانس به  $N-1$  ضرب حقیقی و  $N-1$  عمل جمع حقیقی نیاز است. هر عمل غیرخطی فاز را می‌توان معادل با چهار عمل ضرب و جمع حقیقی در نظر گرفت. این تقریب با استفاده از بسط تیلور معکوس تانژانت (تا مرتبه ۳) در نظر گرفته شده است.

#### محاسبات روش تبدیل فوریه گسسته چیرپ (DCFT):

همان‌طور که در مرجع [۹] اشاره شده است، روش DCFT را می‌توان با استفاده از FFT عبارت  $y(t)e^{-j\frac{2\pi}{N}kt^2}$  به ازای مقادیر  $k = 0, 1, \dots, N-1$  محاسبه نمود. بنابراین، روش DCFT متشکل از  $N$  (وابسته به میزان دقت)، FFT است و لذا میزان محاسبات آن برابر  $N(5N_{fft}\log_2(N_{fft}) + 3N_{fft})$  عمل حقیقی می‌باشد.

میزان محاسبات این روش‌ها به همراه مثال عددی مربوط به بخش ۳-۱ به‌طور خلاصه در جدول (۱) آورده شده است. با توجه به جدول (۱) میزان محاسبات روش DCFT نسبت به تمامی روش‌های دیگر زیاد است و بنابراین نمی‌توان از آن در کاربردهای سریع استفاده نمود.

همچنین به  $N$  عمل ضرب مختلط برای تولید رشته  $z(t)$  نیاز است. بنابراین، روش DPT اصلاح‌شده نیازمند  $18N - 6\tau$  عملیات حقیقی در هر تکرار است. در هر دو روش DPT و DPT اصلاح‌شده، علاوه بر محاسبات بیان‌شده در بالا، میزان محاسبات لازم برای روش‌های تخمین فرکانس دو رشته  $r(t)$  و  $z(t)$  نیز باید در نظر گرفته شود.

#### محاسبات روش پریودوگرام: همان‌طور که در قبل اشاره

شد، برای کاهش حجم محاسبات جستجوی فرکانسی در روش پریودوگرام، این روش را با استفاده از تبدیل فوریه گسسته پیاده‌سازی می‌کنند. اگر طول FFT برابر  $N_{fft}$  باشد، میزان محاسبات تبدیل فوریه گسسته شامل  $0.5 N_{fft} \log_2 N_{fft}$  عمل ضرب و  $1/5 N_{fft} \log_2 N_{fft}$  عمل جمع مختلط است. بنابراین، میزان محاسبات حقیقی برابر  $5 N_{fft} \log_2 N_{fft}$  است.  $3N_{fft}$  عمل ضرب و جمع حقیقی برای محاسبه دامنه این تبدیل نیاز است.

#### محاسبات روش میانگین‌گیری وزن‌دار: روش WPA برای

محاسبه فرکانس نمایی مختلط به  $12(N-1)$  عمل ضرب و جمع حقیقی نیاز دارد. مطابق با رابطه (۱۲) برای تولید رشته  $\Delta$ ، باید فاز ضرب مختلط دو نمونه متوالی را محاسبه نماییم.

جدول (۱): خلاصه و مقایسه میزان محاسبات حقیقی روش‌های مختلف برای تخمین نرخ چیرپ

Improved DPT WPA	$N=20$ $\tau = [1 \ 5 \ 10]$	$\sum_{i=1}^3 (12N - 6\tau_i) + \sum_{i=1}^3 12(N - \tau_i - 1) = 1092$
Improved DPT_Periodogram	$N=20$ $\tau = [1 \ 5 \ 10]$ $N_{FFT}=256$	$3(5N_{fft} \log_2 N_{fft} + 3N_{fft}) + \sum_{i=1}^3 (12N - 6\tau_i) = 33648$
DPT_periodogram	$N=20$ $N_{FFT}=256$	$5N_{fft} \log_2(N_{fft}) + 3N_{fft} + 6(N-1) = 11122$
DPT_WPA	$N=20$	$18(N-1) = 342$
DCFT	$N=20$ $N_{FFT}=256$	$N(5N_{fft} \log_2(N_{fft}) + 3N_{fft} + N) = 220560$

سیگنال تولیدی با ضرایب  $0.8$  و  $0.6$  با تأخیرهای  $50$  و  $30$  نمونه به سیگنال اولیه اضافه شده است. اشکال (۴-۵) میزان معکوس میانگین مربعات خطای تخمین نرخ چیرپ و فرکانس مرکزی را نسبت به میزان توان سیگنال‌های ورودی بر توان نویز نشان می‌دهد. طول FFT استفاده‌شده در روش‌های بر پایه روش پریودوگرام برابر  $512$  در نظر گرفته شده است. در روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده، شیب همگرا شدن MSE به معیار CRLB کاهش می‌یابد به طوری که مقدار SNR آستانه دو روش DPT و

#### ۳-۳- بررسی عملکرد روش‌های معرفی شده در حالت

##### چندمسیری

اشکال (۴-۵) عملکرد روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده را در حالت چندمسیری نمایش می‌دهد. در این شبیه‌سازی شرایط روش‌ها به شرح زیر است:

سیگنال چیرپ با مقدار تصادفی نرخ چیرپ  $0.2$  و فرکانس مرکزی  $0.1$  تولید شده است. طول نمونه‌های در دسترس برابر  $100$  نمونه در نظر گرفته شده است. سپس به ترتیب دو نسخه از



- no. 4, pp. 2254-2267, April 2016.
- [3] S. Barbarossa, P. Di Lorenzo, and P. Vecchiarelli, "Parameter Estimation of 2D Multi-Component Polynomial Phase Signals: An Application to SAR Imaging of Moving Targets," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 17, pp. 4375-4389, Sept. 1, 2014.
- [4] T. Abatzoglou, "Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate," *ICASSP '86. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Tokyo, Japan, pp. 1409-1412, 1986.
- [5] P. M. Djuric and S. M. Kay, "Parameter estimation of chirp signals," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 38, no. 12, pp. 2118-2126, Dec. 1990.
- [6] R. Kumaresan and S. Verma, "On Estimating The Parameters of Chirp Signals Using Rank Reduction Techniques," *Processing Twenty-first Asilomar Conference Signals Systems and Comput*, pp. 555-558, 1987.
- [7] S. Shamsunder, G. B. Giannakis, and B. Friedlander, "Estimating random amplitude polynomial phase signals: a cyclostationary approach," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 2, pp. 492-505, Feb 1995.
- [8] S. Peleg and B. Porat, "Estimation and classification of polynomial-phase signals," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 37, no. 2, pp. 422-430, Mar. 1991.
- [9] X.-G. Xia, "Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 11, pp. 3122-3133, Nov. 2000.
- [10] A. Serbes and L. Durak, "A centered DFT-based discrete fractional Fourier transform and its application to chirp signal parameter estimation," *2009 17th European Signal Processing Conference*, Glasgow, pp. 1364-1368, 2009.
- [11] J. Wang, S. Su, and Z. Chen, "Accurate parameters estimation of chirp signal in low SNR," *2014 International Conference on Audio, Language and Image Processing*, Shanghai, pp. 551-555, 2014.
- [12] S. Kay, "A fast and accurate single frequency estimator," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 12, pp. 1987-1990, Dec. 1989.
- [13] S. Peleg, "Estimation and detection with the discrete polynomial phase transform," Ph.D. Thesis, Univ. California, Davis, 1993.
- [14] M. Z. Ikram, K. Abed-Meraim, and Y. Hua, "Estimating the parameters of chirp signals: an iterative approach," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 12, pp. 3436-3441, Dec. 1998.
- [15] S. Tretter, "Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression (Corresp.)," in *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 31, no. 6, pp. 832-835, Nov. 1985.

DPT اصلاح‌شده با روش WPA با حضور چندمسیری نسبت به این دو روش بدون حضور چندمسیری به اندازه ۲ دسی‌بل افزایش می‌یابد. SNR محور افقی در اشکال (۴-۵) میزان سیگنال شامل مسیر مستقیم و دیگر مسیرها را نشان می‌دهد. به صورت تئوری:

$$SNR_{with\ multi\ pass} = (A^2 + 0.64A^2 + 0.36A^2) / \sigma^2 \\ = 2A^2 / \sigma^2 = 2SNR_{with\ out\ multi\ pass}$$

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده و روش تخمین فرکانس WPA به صورت خلاصه شرح داده شد. مطابق با نتایج شبیه‌سازی ارائه‌شده در اشکال (۳-۲)، با جایگزینی روش پریرودوگرام با روش WPA در روش DPT و DPT اصلاح‌شده، عملکرد این روش‌ها در SNRهای بالا بهبود می‌یابد. نقطه قوت روش پیشنهادی در میزان محاسبات کم آن نسبت به دو روش DPT و DPT اصلاح‌شده است. میزان محاسبات کم این روش باعث می‌شود تا بتوان این روش را در کاربردهای برخط مثل جیمینگ فریب SAR استفاده نمود. میزان محاسبات روش DPT و DPT اصلاح‌شده به همراه روش میانگین‌گیری وزن‌دار فاز (WPA)، می‌تواند به ترتیب از روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده به همراه روش پریرودوگرام بسیار کم‌تر باشد. میزان خطای تخمین روش DPT و DPT اصلاح‌شده به همراه روش WPA در SNRهای بالا و متوسط نسبت به روش DPT و DPT اصلاح‌شده به همراه روش پریرودوگرام کم‌تر است. در واقع روش پیشنهادی این امکان را فراهم می‌کند که با افزایش SNR تخمین پارامترهای سیگنال چیرپ مرتب بهبود یابد بدون آن که میزان محاسبات افزایش چندانی پیدا کند، در حالی که در روش‌های DPT و DPT اصلاح‌شده بهبود قابل توجه در عملکرد تنها با افزایش زیاد محاسبات امکان‌پذیر است.

#### ۵- مراجع

- [1] S. Barbarossa, "Detection and imaging of moving objects with synthetic aperture radar 1, Optimal detection and parameter estimation theory," *IEEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, vol. 139, no. 1, pp. 79-88, Feb. 1992.
- [2] L. Yang, L. Zhao, G. Bi, and L. Zhang, "SAR Ground Moving Target Imaging Algorithm Based on Parametric and Dynamic Sparse Bayesian Learning," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54,

---

# **Improvement of the Accuracy and Reduction of the Computational Complexity of the Discrete Polynomial-Phase Transform Method for the Estimation of Chirp Signal Parameters**

**S. Falah Tafty, M. Karimi<sup>\*</sup>, M. Behzad Fallahpour**

Shiraz University

(Received: 01/01/2017, Accepted: 17/06/2017)

## **Abstract**

This paper presents a technique to improve mean-squared error of chirp rate and central frequency estimation in high signal to noise ratios in Discrete Phase Transform and Improved Discrete Phase Transform methods. The estimation of chirp signal parameters is used in many signal processing fields such as intercept radars, SARs, ISARs, and disrupting enemy radars. Increasing the estimation accuracy of chirp signal parameters in these applications is of great importance. In this paper, in order to increase the estimation accuracy of chirp signal parameters in Discrete Phase Transform and Improved Discrete Phase Transform methods, instead of periodogram frequency estimation, the proposed technique is used. Simulation results show that this technique reduces the computational complexity of these methods and increases the estimation accuracy of chirp signal parameters.

**Keywords:** Chirp Rate Estimation, Central Frequency Estimation, DPT Method, Improved DPT