

کاهش نرخ نمونه برداری و بهبود عملکرد سیستمی رادار FMCW با استفاده از تکنیک حسگری فشرده دوگانه

مصطفی مظفری^۱، صادق صمدی^{۲*}

۱- کارشناسی ارشد، پژوهشگاه فضایی ایران، پژوهشکده مکانیک شیراز، ۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز (دریافت: ۹۴/۰۶/۰۹؛ پذیرش: ۹۵/۰۷/۲۳)

چکیده

بنا به تئوری حسگری فشرده اگر سیگنالی قابلیت نمایش تُنک در فضایی مناسب را داشته باشد می توان با استفاده از روش های بهینه سازی، بازسازی دقیق سیگنال را از روی مشاهداتی به مراتب کمتر از آنچه که تئوری شانون لازم می داند انجام داد. وجه تمایز سیگنال از نویز، همین قابلیت نمایش تنک برای سیگنال و عدم این ویژگی برای نویز است و از طرف دیگر، یافتن جواب در حسگری فشرده منوط به یافتن تنک ترین جواب است؛ بنابراین با این تکنیک می توان سیگنال تمیز را از نویز جدا کرد. در رادار FMCW فاصله اهداف از روی فرکانس سیگنال خروجی گیرنده به دست می آید. از آنجایی که این سیگنال در حوزه فرکانس نمایشی تنک دارد بنابراین نظریه حسگری فشرده، می توان با تعداد کمی از داده ها، آن را به طور مطلوب بازسازی کرد. همچنین در این مقاله با ارائه روش جدیدی برای پردازش سیگنال در رادار FMCW مبتنی بر حسگری فشرده، نشان داده می شود که می توان اثر نویز در سیگنال خروجی گیرنده را کاهش و عملکرد سیستمی رادار را بهبود داد.

واژگان کلیدی

حسگری فشرده، حذف نویز، رادار FMCW، نمایش تنک، نمونه برداری

۱. مقدمه

تمام داده ها محدود و کوتاه است، بهبود قابل توجهی ایجاد می شود.

با استفاده از این مزیت برجسته، CS در کاربردهای گسترده ای استفاده می شود که در [۳-۴] مواردی از کاربردهای مخابراتی آن بررسی شده است. ایده حسگری فشرده در بعضی از سامانه های راداری نیز مورد استفاده قرار گرفته است از جمله در سامانه های متداول رادار [۵]، سامانه رادار MIMO^۵ [۶]، و سامانه رادار تصویربرداری [۷].

در رادار FMCW^۶ با فرکانس سنجی از سیگنال خروجی گیرنده، فاصله اهداف تشخیص داده می شود. ما در این مقاله از CS به عنوان روش جدیدی برای بازسازی و پردازش سیگنال خروجی گیرنده رادار FMCW استفاده کرده ایم. با این روش تعداد نمونه های لازم از سیگنال خروجی گیرنده رادار FMCW بسیار کمتر از تعداد نمونه هایی است که با نرخ نایکوئیست به دست می آید. همچنین با توجه به این که در حسگری فشرده، سیگنال از نویز متمایز است و وجه تمایز آن ها تنک بودن برای

قضیه کلاسیک نمونه برداری شانون^۱، یک شرط کافی برای امکان بازسازی کامل یک سیگنال زمان پیوسته از روی نمونه هایی به فواصل یکنواخت از آن را ارائه می کند. بدین ترتیب که اگر پهنای باند سیگنال، محدود به f_{max} باشد، فرکانس نمونه برداری از این سیگنال باید از $2f_{max}$ بیشتر باشد.

حسگری فشرده^۲ یا به اختصار CS چارچوب جدیدی برای بازسازی یک سیگنال از روی اندازه گیری های ناکامل از آن است که در [۱] معرفی شده است. بر اساس تئوری CS می توان سیگنال های تُنک^۳ یا سیگنال های قابل فشرده شدن^۴ را از یک مجموعه کوچک از سنجش هایی به مراتب کمتر از حالت معمول بازسازی کرد [۲-۳]. با این نگرش، استفاده از این روش در کاربردهایی که تعداد داده ها زیاد است یا دریافت و ذخیره سازی داده ها، عملی زمان بر و پرهزینه است و یا زمان برای دریافت

*ایانامه نویسنده پاسخگو: Samadi@sutech.ac.ir

¹ Shannon

² Compressed sensing

³ Sparse

⁴ Compressible

⁵ Multi-Input Multi-Output

⁶ Frequency-Modulated Continuous-Wave

طبق روابط مدولاسیون FM، سیگنال خروجی فرستنده در رادار FMCW به صورت رابطه (۱) قابل بیان است:

$$X_T(t) = A \cos(\omega_c t + \phi(t)) = A \cos(\omega_c t + 2\pi \alpha \int_0^t t dt) \quad (1)$$

بنابراین با فرض مدولاسیون خطی فرکانس، سیگنال خروجی فرستنده در یک دوره تکرار سوئیپ^۲ به صورت زیر است:

$$X_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + 2\pi(\frac{1}{2})\alpha t^2) \quad (2)$$

که α شیب افزایش فرکانس سیگنال خروجی فرستنده و طبق شکل ۱ برابر است با:

$$\alpha = \frac{\Delta f}{T} \quad (3)$$

و فرکانس لحظه‌ای موج ارسالی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$f_T(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

$$\phi(t) = \omega_c t + 2\pi(\frac{1}{2})\alpha t^2 \quad (5)$$

بنابراین فرکانس لحظه‌ای فرستنده برابر است با:

$$f_T(t) = f_c + \alpha t \quad (6)$$

سیگنال ارسالی پس از برخورد به هدف با تاخیر زمانی (t_d) و اگر هدف متحرک باشد با فرکانس داپلر (f_d) وارد گیرنده می‌شود. پس سیگنال در ورودی گیرنده به صورت زیر قابل بیان است:

$$X_{ri}(t) = B \cos((\omega_c + \omega_d)(t - t_d) + \alpha\phi(t - t_d)) \quad (7)$$

سیگنال دریافت شده پس از تقویت در بخش RF با ورود به MIXER و ضرب با سیگنالی با فرکانس حامل به باند پایه انتقال می‌یابد و وارد بخش پردازش سیگنال می‌شود. بنابراین سیگنال دریافتی در گیرنده از یک هدف ساکن، همانند سیگنال ارسالی است که اولاً به اندازه t_d تأخیر دارد و ثانیاً با نویز جمع شده است. تأخیر باعث می‌شود که سیگنال ارسالی و دریافتی از لحاظ فرکانس لحظه‌ای با هم اختلاف داشته باشند و اگر هدف متحرک باشد فرکانس سیگنال دریافتی به اندازه فرکانس داپلر نیز با سیگنال ارسالی اختلاف خواهد داشت. به این اختلاف فرکانس سیگنال‌های ارسالی و دریافتی، فرکانس ضربان^۳ (f_b) می‌گویند.

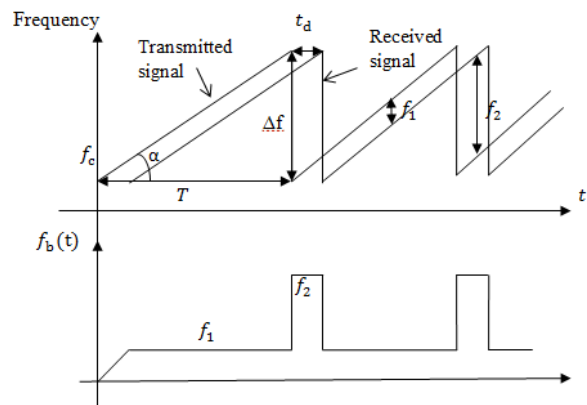
سیگنال و نبود این ویژگی برای نویز است؛ نشان داده می‌شود که می‌توان از حسگری فشرده برای جداسازی سیگنال از نویز استفاده کرد که این امر علاوه بر کاهش تعداد نمونه‌های لازم از سیگنال خروجی گیرنده رادار، باعث افزایش عملکرد سامانه‌ای رادار FMCW نیز می‌شود.

به طور مشخص در این مقاله با ترکیب مساله بازسازی تنک سیگنال خروجی گیرنده رادار FMCW و مساله حذف نویز از نمونه‌های سیگنال تنک بازسازی شده در قالب یک مساله حسگری فشرده دوگانه، بهبود قابل ملاحظه‌ای در سه حوزه کاهش تعداد نمونه‌های لازم از سیگنال خروجی گیرنده، کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش عملکرد سامانه حاصل می‌شود.

در ادامه، ساختار مقاله بدین ترتیب است که ابتدا در بخش ۲، با ارائه مدل سیگنال خروجی گیرنده اصول و روند تعیین فاصله در رادار FMCW توضیح داده می‌شود. سپس مبانی تئوری حسگری فشرده در بخش ۳، مطرح می‌گردد و در بخش ۴، روش جدید پردازش در رادار FMCW مبتنی بر حسگری فشرده ارائه می‌شود و در انتها، با ارایه نتایج شبیه‌سازی و با استفاده از منحنی مشخصه عملکرد^۱، کارایی روش جدید در آشکارسازی و تشخیص فاصله اهداف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد

۲. مدل سیگنال خروجی گیرنده رادار FMCW

مبنای عملکرد رادار FMCW در شکل ۱ نشان داده شده است. سیگنال ارسالی $X_T(t)$ یک موج مدوله شده فرکانس است، که فرکانس آن از f_c شروع و به اندازه Δf به صورت خطی زیاد می‌شود. بعد از تقویت، این سیگنال از طریق سیرکولاتور وارد آنتن فرستنده شده و به سمت هدف ارسال می‌شود.



شکل ۱. فرکانس لحظه‌ای سیگنال خروجی فرستنده، ورودی گیرنده و خروجی گیرنده (فرکانس ضربان).

^۲ sweep

^۳ Beat frequency

^۱ Receiver operating characteristic (ROC)

$$f_b = \frac{2\Delta f R}{cT} \pm f_d \quad (14)$$

در نتیجه عملیات فاصله سنجی بر اساس محاسبه و تخمین فرکانس سیگنال خروجی گیرنده انجام می‌گیرد.

از آنجایی که فاصله هدف از تخمین فرکانس سیگنال خروجی گیرنده به دست می‌آید بنابراین باید دقت فرکانس سنجی (δf) را به گونه‌ای انتخاب کنیم که مقدار فرکانس داپلر، تغییرات کمی در f_b اعمال کند طوری که تغییرات فرکانسی f_b که به اندازه f_d است باعث جابجایی سلول فرکانسی نشود یعنی:

$$\delta f > f_d \max \quad (15)$$

۳. حسگری فشرده

بر اساس تئوری حسگری فشرده می‌توان سیگنال‌های تُنک یا قابل فشرده شدن را از یک مجموعه کوچک از سنجش‌هایی به مراتب کمتر از حالت معمول بازسازی کرد [۲-۳]. تُنک بودن یعنی قادر باشیم سیگنالی به طول n را طوری نمایش دهیم که تعداد ضرایب غیر صفر آن به مراتب کمتر از تعداد ضرایب صفر باشد. به عبارتی سیگنال توسط ضرایبی غیر صفر به طول $k \ll n$ قابل نمایش باشد و قابل فشرده شدن یعنی اگر ضرایب سیگنال را مرتب^۱ کرده و کنار هم قرار دهیم آن‌گاه اندازه^۲ این ضرایب با یک شیب نمایی کاهش یابد [۲-۳]. سیگنال‌های تُنک و قابل فشرده شدن این ویژگی را دارند که می‌توان آنها را تنها با حفظ مقدار و مکان بزرگترین ضرایبشان نشان داد.

تئوری حسگری فشرده اکنون به‌عنوان یک ایده مورد توجه در پردازش سیگنال درآمدی است. در این بخش به‌طور خلاصه این ایده را معرفی می‌کنیم.

۳-۱. نمایش تُنک

یک مجموعه $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ ، پایه‌هایی در P^N نامیده می‌شود اگر، بردارهای این مجموعه (پایه‌ها)، به‌صورت خطی از همدیگر مستقل باشند. این تعریف بر این موضوع دلالت دارد که هر سیگنال (بردار) گسسته $\mathbf{X}(n)$ ، $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ با طول محدود N ، نمایشی یکتا از ترکیبات خطی از این بردارهای پایه در فضا دارد. به‌طور مشخص برای هر بردار $\mathbf{X} \in P^N$ ، ضرایب $(\{\theta_i\}_{i=1}^N)$ وجود دارند، طوری که می‌توانیم این بردار را به‌صورت یک بردار ستونی $\mathbf{X}_{N \times 1}$ در P^N توسط دستگاه معادلات خطی

در واحد پردازش بر اساس همین فرکانس ضربان، فاصله هدف به دست می‌آید. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود اختلاف فرکانس لحظه‌ای سیگنال ارسالی و دریافتی دارای دو مؤلفه فرکانسی است (f_1, f_2). در گیرنده توسط یک فیلتر مؤلفه فرکانس بالای سیگنال حذف می‌شود و آشکارسازی، بر اساس کوچکترین فرکانس یا همان f_b انجام می‌گیرد. بنابراین سیگنال خروجی گیرنده به فرم یک سیگنال سینوسی تک فرکانس به صورت زیر قابل بیان است:

$$X_{ro}(t) = B \cos(2\pi f_b t) \quad (8)$$

زمانی که در فضا چندین هدف داشته باشیم؛ سیگنال ارسالی به‌ازای تأخیرهای مختلفی به گیرنده می‌رسد. در این صورت برای هر هدف یک f_b خاص خواهیم داشت. بر اساس قضیه جمع آثار می‌توان گفت که سیگنال خروجی گیرنده برای چندین هدف برابر با مجموع خروجی‌های به‌دست آمده برای هر هدف خواهد بود. بنابراین سیگنال خروجی گیرنده برابر خواهد بود با:

$$X_{ro}(t) = \sum_{i=1}^n B_i \cos(2\pi f_{bi} t) \quad (9)$$

از روی شکل ۱ روابط زیر را داریم:

$$f_b = \alpha t_d \quad (10)$$

$$t_d = \frac{2R}{c} \quad (11)$$

که R فاصله هدف و c سرعت نور است. با ترکیب روابط (۳)، (۱۰) و (۱۱) رابطه بین فاصله هدف و فرکانس ضربان حاصل می‌شود.

$$f_b = \frac{2\Delta f R}{cT} \quad (12)$$

زمان تکرار سوئیچ (T) باید آنقدر بزرگ باشد که بیشترین تأخیر که مربوط به دورترین هدف است از T کوچکتر باشد. از آنجایی که محدوده دریافت سیگنال ضربان مطلوب (f_i) برابر با $T-t_d$ است و برای این که حداقل در نصف زمان سوئیچ، اطلاعات مورد نیاز را برای پردازش داشته باشیم، باید $t_{d \max} < T/2$ باشد یعنی حداقل مقدار T برابر است با:

$$T = \frac{4R_{\max}}{c} \quad (13)$$

و مدت زمان نمونه‌گیری از سیگنال $T_S = T - t_{d \max}$ خواهد بود و اگر هدف متحرک باشد ($f_d \neq 0$):

¹ Sort

² Magnitude

$$y_j = \langle \mathbf{X}, \boldsymbol{\varphi}_j \rangle \quad (17)$$

با مجموعه‌ای متشکل از M تا از این بردارها ($\boldsymbol{\varphi}_1$ تا $\boldsymbol{\varphi}_M$)، M تا اندازه‌گیری به‌دست می‌آید که آن را در بردار \mathbf{Y} قرار می‌دهیم و با قرار دادن بردارهای $\boldsymbol{\varphi}_j$ در سطرهای ماتریس $\Phi_{M \times N}$ (ماتریس حسگری^۴) به رابطه (۱۸) می‌رسیم:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{X} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta} \quad (18)$$

که \mathbf{y} یک بردار ستونی $M \times 1$ و $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ یک ماتریس $M \times N$ است (ماتریس اندازه‌گیری^۵). با معلوم بودن ماتریس دیکشنری و ماتریس حسگری اگر بتوان از روی دستگاه معادلات (۱۸)، بردار ضرایب ($\boldsymbol{\theta}$) را به‌دست آورد آن‌گاه می‌توان سیگنال \mathbf{X} را بازسازی کرد که تعداد ستون‌های ماتریس $A_{M \times N}$ ، طول سیگنالی که بازسازی می‌شود را تعیین می‌کند. اما از آن جایی که $M < N$ است دستگاه معادلات خطی به‌دست‌آمده، فرومعین^۶ است، چرا که تعداد معادلات از تعداد مجهولات کمتر است بنابراین این دستگاه بی‌نهایت جواب دارد و بازسازی سیگنال \mathbf{X} از روی نمونه‌های \mathbf{y} پاسخ منحصره‌فرد در پی نخواهد داشت. اما تئوری حسگری فشرده می‌گوید اگر در ماتریس \mathbf{A} خاصیت RIP^v برقرار باشد [۱ و ۳]، آن‌گاه از روی بردار \mathbf{y} با حداقل سباز $M = O(K \log(N))$ ، می‌توان تنک‌ترین بردار ضرایب ($\boldsymbol{\theta}$) را به‌دست آورد و در نتیجه سیگنال \mathbf{X} را به صورت یکتا و منحصره‌فرد بازسازی کرد [۱ و ۲].

ماتریس \mathbf{A} ، زمانی شرط RIP از مرتبه K با ثابت $\delta_K \in (0, 1)$ را اقلع می‌کند که رابطه (۱۹) برای هر v که $\|\mathbf{v}\|_0 \leq K$ است برقرار باشد.

$$(1 - \delta_K) \|\mathbf{v}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{v}\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|\mathbf{v}\|_2^2 \quad (19)$$

برقراری رابطه (۱۹) مستلزم میزان هم‌دوسی ناچیز (در واقع ناهمدوس بودن) بین Φ و Ψ است که با $\mu(\mathbf{A})$ نشان داده می‌شود. اثبات می‌شود که اگر Φ یک ماتریس تصادفی مستقل هم توزیع ($i.i.d^8$) با توزیع گوسی باشد و Ψ پایه‌های تنک‌ساز باشد آن‌گاه ماتریس $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ ، شرط RIP را به احتمال قوی اقلع می‌کند [۱ و ۳]. به عبارت دیگر هرچقدر هم‌دوسی دو ماتریس Φ و Ψ کمتر باشد کیفیت بازسازی سیگنال بهتر خواهد بود. زمانی که RIP برقرار باشد، با توجه به اینکه نرم صفر (ℓ_0) یک بردار، با تعداد عناصر غیر صفر آن برابر است، بنابراین می‌توان گفت که با معیار مینیمم نرم صفر برای بردار $\boldsymbol{\theta}$ ، به تنک‌ترین

(۱۶) نمایش دهیم [۹-۷]:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^N \psi_i \theta_i \quad \text{or} \quad \mathbf{X} = \Psi \boldsymbol{\theta} \quad (16)$$

در (۱۶)، ماتریس تبدیل Ψ که به‌عنوان دیکشنری شناخته می‌شود، یک ماتریس $N \times N$ است و $\boldsymbol{\theta}$ یک بردار ستونی $N \times 1$ است که به‌عنوان ضرایب وزن‌دهی تبدیل شناخته می‌شود [۱۰].

برخی از سیگنال‌ها را می‌توان به‌صورت ترکیب خطی از تعداد بسیار کمی از پایه‌ها تقریب زد و نمایش داد. زمانی که چنین نمایشی محقق شود به آن سیگنال تنک گفته می‌شود. به بیان ریاضی، سیگنال \mathbf{X} ، تنک است اگر فقط K تا مقدار غیر صفر داشته باشد ($K \ll N$). گاهی اوقات یک سیگنال به‌طور ذاتی تنک نیست ولی تحت تبدیل Ψ (یا در حوزه Ψ) نمایشی تنک دارد، در این حالت اگر سیگنال \mathbf{X} را به فرم رابطه (۱۶) نمایش دهیم آن‌گاه، فقط K ضرایب از ضرایب θ_i غیر صفر هستند و بردار (سیگنال) \mathbf{X} در حوزه Ψ ، K -تنک^۱ است [۲]. بنابراین، می‌توانیم سیگنال $\mathbf{X}(n)$ را به‌صورت تنک نمایش دهیم به شرطی که پایه‌های $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ وجود داشته باشند تا نمایشی تنک از مرتبه K برای $\mathbf{X}(n)$ را فراهم کنند در این حالت $\{\theta_i\}$ ضرایب وزن‌دهی با K عنصر غیر صفر هستند و $\|\boldsymbol{\theta}\|_0 = K \ll N$ می‌باشد که $\|\cdot\|_0$ ، بیانگر نرم صفر^۲ (ℓ_0) یا تعداد عناصر غیر صفر آن بردار است.

برای مثال سیگنال سینوسی در حوزه زمان، در اغلب نقاط مقدراری غیر صفر دارد، پس در این حوزه تنک نیست ولی در حوزه فوریه فقط $k \ll N$ مقدار غیر صفر دارد که بیانگر تنک بودن سیگنال در این حوزه است. می‌توان به تبدیل‌های دیگری مثل، Gabor، DCT^3 و Wavelet به‌عنوان دیکشنری‌های پرکاربرد اشاره کرد.

بنابر آنچه گفته شد یک سیگنال، در یک دیکشنری مشخص، نمایشی تنک دارد. همین نکته وجه تمایز سیگنال تمیز از نویز است، چرا که دیکشنری، مخصوص کلاس سیگنال مطلوب ما است و نویز در این دیکشنری نمایشی تنک ندارد.

۳-۲. اندازه‌گیری و بازسازی

هر اندازه‌گیری در حسگری فشرده به صورت ضرب داخلی یک بردار $\boldsymbol{\varphi}_j$ در سیگنال مورد نظر به صورت (۱۷) تعریف می‌شود [۱ و ۶]:

⁴ Sensing Matrix

⁵ Measurement matrix

⁶ Underdetermined

⁷ Restricted Isometry Property

⁸ Independent and Identically Distributed

¹ K-Sparse

² Norm

³ Discrete Cosine Transform

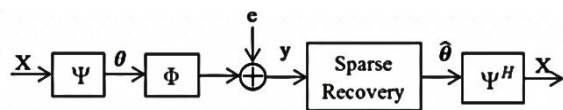
این صورت اگر رابطه $\|\mathbf{x}\|_0 = s < \frac{1}{4}(1 + 1/\mu(\mathbf{A}))$ برقرار باشد که در این رابطه $\mu(\mathbf{A})$ میزان هم‌دوسی بین ستون‌های ماتریس \mathbf{A} است آن‌گاه:

$$\|\mathbf{x}_1^e - \mathbf{x}_0\|_2 \leq \frac{\varepsilon + \delta}{\sqrt{1 - \mu(\mathbf{A})(4s - 1)}} \quad \forall \varepsilon \geq \delta > 0 \quad (24)$$

که \mathbf{x}_0 و \mathbf{x}_1^e بازسازی‌های مبتنی بر نرم یک و نرم صفر بر اساس روابط مشابه با (۲۳) و (۲۰) هستند. بنابر (۲۴) هرچقدر که انرژی و واریانس نویز کمتر باشد؛ سیگنال بازسازی‌شده از روی اندازه‌گیری‌های همراه با نویز، به سیگنال اصلی بدون نویز شبیه‌تر است.

اما نویز تأثیر مهم‌تری نیز دارد و آن تأثیر بر تنک بودن سیگنال است که رکن اساسی حسگری فشرده محسوب می‌شود. به این معنی که دامنه سیگنال تنک نسبت به دامنه نویز چقدر می‌تواند باشد تا الگوریتم بتواند ضرایب غیر صفر (اهداف) را از نویز بطور صحیح تشخیص دهد. مثلاً برای الگوریتم OMP بر طبق [۱۶] به ازای نسبت سیگنال به نویز از 9.2 dB به بعد، احتمال تشخیص صحیح نزدیک به یک است. از آنجا که روش پردازش الگوریتم‌های بازسازی در حسگری فشرده، غیر خطی است در مراجع با شبیه‌سازی این موضوع را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۷]. در مراجع متعدد از جمله [۲۳-۱۹] مقدار تقریبی حداقل نسبت سیگنال به نویز بین 9.2 dB تا 12 dB را پذیرفته‌اند.

طبق مطالب بیان شده می‌توان بلوک دیاگرام کلی بازسازی سیگنال با روش حسگری فشرده را به صورت شکل ۲ نشان داد.



شکل ۲: بلوک دیاگرام بازسازی سیگنال با روش حسگری فشرده

در شکل ۲، \mathbf{e} بیانگر نویز و بلوک بازسازی تنک^۱ می‌تواند هر یک از روش‌ها و الگوریتم‌های بازسازی سیگنال تنک باشد که به تعدادی از آن‌ها اشاره شد و به عنوان یک مرور نسبتاً جامع بر الگوریتم‌ها، مرجع [۱۸] و مراجع داخل آن مفید خواهد بود.

۴. روش نوین پردازش در رادار FMCW مبتنی بر حسگری فشرده دوگانه

در بخش ۲ نشان داده شد که فاصله سنجی در رادار FMCW بر اساس محاسبه و تخمین فرکانس سیگنال خروجی گیرنده

جواب می‌رسیم [۱ و ۱۲]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_0 \quad \text{subject to } \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} \quad (20)$$

اما این مسأله نیاز به بررسی همه $\binom{N}{k}$ حالت ممکن از عناصر غیر صفر بردار $\boldsymbol{\theta}$ دارد و از نظر محاسباتی یک مسأله NP-hard است [۲-۳] که تاکنون برای این مسائل راه حلی سریع و قابل انجام در زمان معقول پیدا نشده است. اما نشان داده شده است که آن جوابی که کوچک‌ترین نرم یک (ℓ_1) را دارد به پاسخ (ℓ_0) نزدیکی زیادی خواهد داشت و می‌توان با حل یک مسئله مینیمم‌سازی نرم یک به صورت (۲۱)، ضرایب تنک $\{\theta_i\}$ را از روی اندازه‌گیری‌های \mathbf{y} ، به صورت دقیق بازسازی کرد [۱، ۲ و ۱۲، ۱۳].

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_1 \quad \text{subject to } \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} \quad (21)$$

تساوی $\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X}$ عموماً در عمل برقرار نیست. بر اساس [۱۲] در بسیاری از کاربردها ما با مشاهداتی به فرم (۲۲) مواجه هستیم:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X} + \mathbf{e} \quad (22)$$

که در آن، بردار \mathbf{e} با انرژی محدود، بسته به کاربرد، تعابیر مختلفی دارد. به عنوان مثال در فشرده‌سازی، این بردار نشان دهنده‌ی میزان اعوجاجی است که برای کد کردن \mathbf{y} می‌پذیریم. اما در بسیاری از کاربردها این بردار نشان دهنده نویزی با انرژی $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \varepsilon$ است که سیگنال تمیز $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ را آلوده کرده است. این حالت، مسئله مینیمم‌سازی به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_1 \quad \text{subject to } \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}\|_2 \leq \varepsilon \quad (23)$$

به این ترتیب با حل (۲۳) می‌توانیم یک تخمین از سیگنال بدون نویز \mathbf{X} به صورت $\mathbf{X} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta}$ که جواب مسأله بهینه‌سازی فوق است را به دست آوریم. این مسأله با روش‌های متعدد بهینه‌سازی از جمله الگوریتم‌های OMP [۲]، SL0 [۱۴] و SPGL1 [۱۵] قابل حل است.

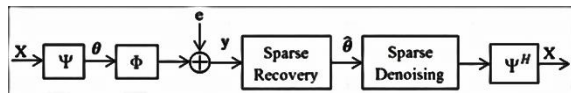
هدف و ایده‌آل آن است که از روی اندازه‌گیری‌های \mathbf{y} و با حل مسأله (۲۳)؛ سیگنال بدون نویز \mathbf{X} یا ضرایب تنک $\boldsymbol{\theta}_{N \times 1}$ را به دست آوریم. سؤال اساسی که در اینجا مطرح می‌شود این است که آیا جواب تنکی که از حل مسأله (۲۳) به دست می‌آید، یعنی $\boldsymbol{\theta}$ ، در فاصله کمی از $\boldsymbol{\theta}$ قرار دارد یا خیر؟ پاسخ مثبت به این سؤال به مفهوم پایداری مسأله مذکور است. قضیه زیر را به نقل از [۱۱] بیان می‌کنیم:

قضیه ۱: سیگنال تمیز $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ را در نظر بگیرید. در

^۱ Sparse Recovery

حال که ماتریس دیکشنری (Ψ) و حسگری (Φ) مشخص شد نوبت به الگوریتم بازسازی می‌رسد. در حسگری فشرده هدف همه الگوریتم‌ها، حل مسأله بهینه‌سازی و بازسازی بردار ضرایب تنک (θ) است و دو پارامتر نسبت سیگنال به نویز (SNR^2) و تعداد اندازه‌گیری‌ها (M)، نقش مهمی در دقت و کارایی الگوریتم‌ها و به تبع آن در کیفیت بازسازی سیگنال توسط الگوریتم‌ها ایفا می‌کنند [۲ و ۱۶ و ۱۷]. وقتی نویز قوی و تعداد اندازه‌گیری‌ها کم باشد در ضرایب بازسازی شده در خروجی بلوک بازسازی تنک، اثری از نویز که ضرایبی ناخواسته هستند مشاهده می‌شود و همین عامل باعث کاهش کیفیت بازسازی سیگنال و به دنبال آن، کاهش عملکرد سامانه رادار خواهد شد. اگر بتوان این نویز را حذف کرد، آن‌گاه می‌توان در حالی که تعداد اندازه‌گیری‌ها و نسبت سیگنال به نویز، کم می‌باشد به نتیجه مطلوب‌تری در عملکرد سامانه دست یافت.

از آنجا که سیگنال خروجی بلوک بازسازی تنک، به‌طور ذاتی تنک است و از این‌رو در یک ماتریس پایه همسانی، نمایشی تنک دارد و از آنجا که نویز در چنین ماتریس پایه‌ای، نمایشی تنک ندارد، می‌توان با استفاده از تکنیک حسگری فشرده و یافتن تنک‌ترین جواب، سیگنال را از نویز جدا کرد. بنابراین در این روش، دو بار از تکنیک حسگری فشرده استفاده کرده‌ایم و این دوگانه بودن را با اضافه کردن یک بلوک به بلوک دیاگرام شکل ۲ نشان داده و با توجه به نقشی که این بلوک بر عهده دارد عنوان بلوک حذف نویز تنک^۳ را برای آن انتخاب کرده‌ایم. در این بلوک با مسأله حسگری فشرده در حضور نویز مواجه هستیم که با استفاده از ماتریس دیکشنری همسانی و حل مسأله بهینه‌سازی (۲۳)، حذف نویز محقق خواهد شد. بنابر آنچه که گفته شد می‌توان بلوک دیاگرام بازسازی سیگنال و حذف نویز با روش حسگری فشرده دوگانه را به‌صورت شکل ۳ نشان داد.



شکل ۳: بلوک دیاگرام بازسازی سیگنال و حذف نویز با روش حسگری فشرده دوگانه

۵. شبیه‌سازی و تحلیل

در این بخش برای نشان دادن کاربرد استفاده از تکنیک حسگری فشرده در رادار FMCW چند شبیه‌سازی با نرم‌افزار متلب انجام شده است. جدول ۱ برخی از پارامترهایی که در شبیه‌سازی استفاده شده است را نشان می‌دهد.

(۹)، انجام می‌گیرد. ساده‌ترین روش برای تخمین فرکانس یک سیگنال استفاده از DFT^۱ است. در واحد پردازش، برای اندازه‌گیری فاصله هدف، ابتدا باید از سیگنال خروجی گیرنده نمونه‌برداری شود. طبق روال مرسوم فرکانس نمونه‌برداری از روی شرط نایکوئیست به دست می‌آید و سیگنال خروجی گیرنده که مورد نمونه‌برداری قرار می‌گیرد، شامل فرکانس ضربان (f_b) است که متناسب با فاصله هدف می‌باشد، بنابراین فرکانس نمونه‌برداری باید دو برابر $f_{b\max}$ که متناسب با ماکزیمم برد رادار است در نظر گرفته شود و با نمونه‌برداری با این نرخ، N نمونه به دست می‌آید.

اما در بخش ۳، نشان داده شد که اگر سیگنالی با طول محدود را بتوان بصورت تنک نمایش داد آن‌گاه می‌توان با استفاده از تکنیک حسگری فشرده، این سیگنال را از روی $M < N$ نمونه بازسازی کرد. بنابراین دیگر لازم نیست که تعداد نمونه‌های لازم را از روی نرخ نایکوئیست بدست آوریم و می‌توانیم با تعداد نمونه‌هایی کمتر از آنچه که نرخ نایکوئیست لازم می‌داند سیگنال خروجی گیرنده را بر اساس رابطه (۲۳) بازسازی کنیم.

در بخش ۳، نشان داده شد که نمایش تنک یک سیگنال، مشروط به وجود پایه‌های تنک برای آن سیگنال است. سیگنال خروجی گیرنده در رادار FMCW، بسته به تعداد اهداف، ترکیب یک یا چند سیگنال سینوسی می‌باشد و واضح است که این سیگنال در حوزه زمان تنک نیست؛ ولی اگر از آن DFT بگیریم، می‌بینیم که در این فضا می‌توان سیگنال را به‌صورت تنک نمایش داد. بنابراین پایه‌های تنک‌ساز یا همان ماتریس $\Psi_{N \times N}$ را از فضای DFT انتخاب می‌کنیم و همان‌طور که در [۱ و ۱۳] نشان داده شده است اگر ماتریس حسگری Φ ، از انتخاب تصادفی M سطر از یک ماتریس همسانی $N \times N$ ایجاد شود و ماتریس تنک‌ساز Ψ ، یک ماتریس DFT به صورت زیر باشد:

$$\Psi = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ 1 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \dots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$W_N = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N}\right)$$

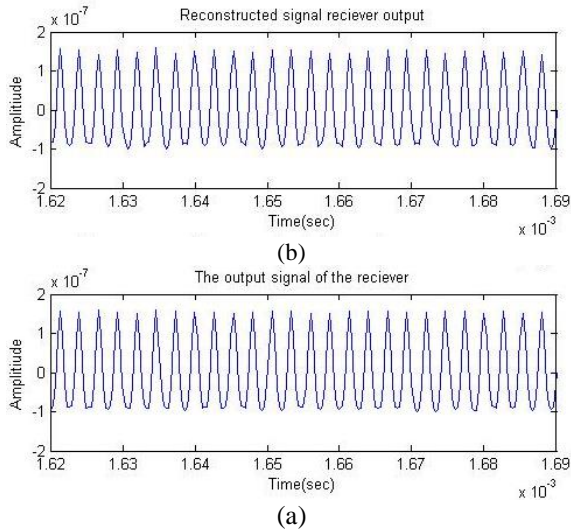
آن‌گاه، حاصل ضرب $\Phi\Psi$ معادل انتخاب M ردیف تصادفی از ماتریس DFT است که شرط RIP را نیز برقرار می‌کند که تعداد ستون‌های ماتریس $\Phi\Psi = \mathbf{A}_{M \times N}$ ، طول سیگنالی که بازسازی می‌شود را تعیین می‌کند.

² Signal to Noise Ratio

³ Sparse Denoising

¹ Discrete Fourier Transform

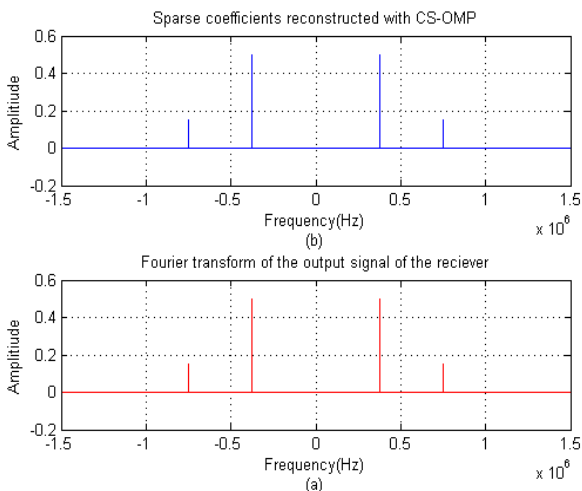
حسگری فشرده از روی $M=400$ نمونه تصادفی را نشان می‌دهد.



شکل ۴. (a) سیگنال اصلی خروجی گیرنده با $N=4000$ نمونه و (b) سیگنال بازسازی شده با استفاده از تکنیک حسگری فشرده از روی $M=400$ نمونه.

همان طور که از شکل ۴ مشاهده می‌شود سیگنال بازسازی شده و سیگنال اصلی مطابقت زیادی دارند. بنابراین انتظار داریم که خروجی آشکارساز که فرکانس سیگنال را نشان می‌دهد نیز این مطابقت وجود داشته باشد.

شکل ۵، خروجی آشکارساز را نشان می‌دهد. براساس رابطه (۱۲) و پهنای باند رادار، $f_{b1} = 375 \text{ KHz}$ و $f_{b2} = 750 \text{ KHz}$ است و در شکل ۵ مشاهده می‌شود که فرکانس سیگنال بازسازی شده و سیگنال اصلی یکسان است و همان طور که گفته شد این فرکانس متناسب با فاصله اهداف است.



شکل ۵. سیگنال خروجی گیرنده در حوزه فرکانس به ازای: (a) نمونه برداری با نرخ نایکوئیست و $N=4000$ (b) روش حسگری فشرده با $M=400$ نمونه.

جدول ۱. برخی از پارامترهای رادار FMCW که در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

| طول موج | λ | ۳ cm |
|-----------------------|------------|---------------------------|
| زمان تکرار جاروب | T | ۲/۶۶ ms |
| مدت زمان نمونه‌گیری | T_s | ۱/۳۳ ms |
| دقت فرکانس سنجی | δf | ۷۵۲ Hz |
| تغییرات فرکانس جاروب | Δf | ۳ MHz |
| ماکزیمم فرکانس ضربان | f_{bmax} | ۱/۵ MHz |
| فرکانس نمونه برداری | f_s | ۳ MHz |
| برد کشف اهداف | R | ۲۰۰ m - ۲۰۰ km |
| احتمال آشکار سازی | P_d | ۰/۸ |
| احتمال هشدار کاذب | P_{fa} | 10^{-4} |
| سطح مقطع راداری اهداف | RCS | $10^4 - 10^7 \text{ m}^2$ |
| عدد نویز گیرنده | NF | ۵ dB |
| گین گیرنده | Gr | ۸۰ dB |
| دمای معادل نویز آنتن | Ta | ۱۵۰°K |

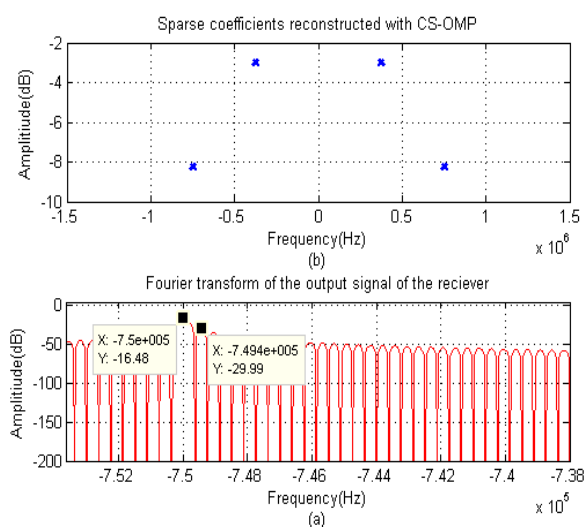
در شبیه‌سازی اول، مقایسه‌ای بین سیگنال خروجی گیرنده که با نرخ نایکوئیست نمونه برداری شده و سیگنال بازسازی شده توسط تکنیک CS، انجام شده و نشان داده‌ایم که می‌توان با این روش فاصله اهداف را از روی تعداد نمونه‌هایی به مراتب کمتر از آنچه تئوری شانون بدان نیاز دارد، به درستی تشخیص داد.

در شبیه‌سازی دوم، منحنی عملکرد سامانه برای پردازش متداول و پردازش نوین مبتنی بر حسگری فشرده مقایسه شده است و با استفاده از منحنی عملکرد سامانه، تعداد نمونه‌های برداشت شده و پیچیدگی محاسباتی؛ عملکرد روش مبتنی بر حسگری فشرده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

در این شبیه‌سازی فرض شده که دو هدف ساکن در فاصله ۵۰ Km و ۱۰۰ Km از رادار قرار دارند و سطح مقطع راداری آنها 10^4 m^2 است. بر اساس رابطه (۹) سیگنال خروجی گیرنده به صورت رابطه (۲۶) است:

$$X_m = B_1 \cos(2\pi f_{b1}t) + B_2 \cos(2\pi f_{b2}t) \quad (26)$$

اگر بخواهیم نرخ نایکوئیست را رعایت کنیم طبق جدول ۱ در مدت زمان نمونه برداری، تعداد $N = f_s T_s \cong 4000$ نمونه از سیگنال خروجی گیرنده برداشت می‌شود. اما برای استفاده از تکنیک حسگری فشرده، $M=400$ نمونه به صورت تصادفی و بدون این که فاصله زمانی بین برداشت هر دو نمونه ثابت باشد از سیگنال برداشت کرده‌ایم ($M < N$). در این شبیه‌سازی فرض شده است که مشاهدات بدون نویز هستند و از الگوریتم OMP برای بازسازی سیگنال استفاده شده است. شکل ۴ سیگنال اصلی یا همان سیگنال نمونه برداری شده از خروجی گیرنده با نرخ نایکوئیست و همچنین سیگنال بازسازی شده با استفاده از تکنیک



شکل ۷. سیگنال خروجی گیرنده بصورت لگاریتمی در حوزه فرکانس به ازای: (a) تبدیل فوریه n نقطه ای با $n=10N$ و نمونه برداری با نرخ نایکوئیست و $N=4000$ (b) روش حسگری فشرده با $M=400$ نمونه.

در انتهای بخش ۳ مطلبی در مورد تأثیر نویز بر تنک بودن سیگنال بیان شد به نحوی که الگوریتم‌های بازسازی تنک بتوانند سیگنال را از نویز به‌طور صحیح تشخیص دهند و گفته شد که در مراجع متعدد مقدار حداقل نسبت سیگنال به نویز برای اینکه الگوریتم‌ها بتواند اهداف را به‌طور صحیح تشخیص دهند بین 9.2dB تا 12dB پذیرفته شده است؛ از طرفی از دید الگوریتم‌های بازسازی تنک، تأثیر سایید لوب‌ها و نویز بر تنک بودن سیگنال است. شکل (a-۷) نشان می‌دهند که این نسبت بیشتر از مقدار مورد نیاز برای تشخیص صحیح اهداف توسط الگوریتم‌های بازسازی تنک است بنابراین همانطور که شکل‌های (b-۶) و (b-۷) نشان می‌دهند الگوریتم OMP توانسته است اهداف را به‌درستی تشخیص دهد.

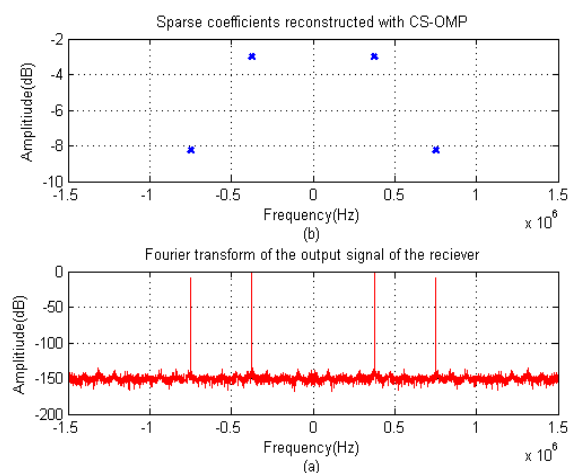
از زاویه یک سیگنال قابل فشرده شدن نیز می‌توان به شکل (a-۷) نگاه کرد چراکه اگر ضرایب این شکل را مرتب کرده و کنار هم قرار دهیم، اندازه این ضرایب با یک شیب قابل توجه کاهش می‌یابد زیرا دامنه ساییدلوب‌ها با فاصله گرفتن از لوب اصلی بتدریج کاسته می‌شود. این یعنی سیگنال خروجی گیرنده رادار FMCW، در حوزه فوریه، نمایشی قابل فشرده شدن دارد. این نوع نمایش برای سیگنال، یکی از شروط استفاده از تکنیک حسگری فشرده است که در بخش ۳ تشریح شد.

همچنین از شکل‌های ۶ و ۷ می‌توان دریافت که دقت فرکانس سنجی با الگوریتم OMP نسبت به الگوریتم تبدیل فوریه بهتر است. البته دستیابی به این دقت با الگوریتم OMP، مستلزم

بنابراین توانستیم با استفاده از تکنیک حسگری فشرده از روی تعداد نمونه‌هایی معادل با ۱۰ درصد نمونه‌هایی که نرخ نایکوئیست لازم می‌داند، فاصله اهداف را به‌طور دقیق مشخص کنیم.

لازم به ذکر است همان‌طور که در بخش ۴ بیان شد، ماتریس Ψ یک ماتریس DFT است بنابراین ضرایب θ ، فرکانس سیگنال خروجی گیرنده (X) را نشان می‌دهند پس ضرایب بازسازی شده $\hat{\theta}$ نیز نشان‌دهنده فرکانس سیگنال است و شکل (b-۵) نیز همان ضرایب بازسازی شده $\hat{\theta}$ است. در نتیجه برای یافتن فرکانس سیگنال، لازم نیست که سیگنال (X) را در حوزه زمان بازسازی کرد و سپس از آن DFT گرفت بلکه می‌توان به‌طور مستقیم از روی ضرایب بازسازی شده، فرکانس را استخراج نمود.

اگر شکل ۵ را به صورت لگاریتمی رسم کنیم شکل ۶ حاصل می‌شود.



شکل ۶. سیگنال خروجی گیرنده بصورت لگاریتمی در حوزه فرکانس به ازای: (a) تبدیل فوریه و نمونه‌برداری با نرخ نایکوئیست و $N=4000$ (b) روش حسگری فشرده با $M=400$ نمونه.

در شکل ۶ چند نکته قابل تأمل است نکته اول این‌که در شکل (a-۶) ضرایبی دیده می‌شود که بیانگر پدیده نشتی طیف^۱ در تبدیل فوریه است [۲۴] در حالی که در الگوریتم OMP این پدیده و این ضرایب دیده نمی‌شود.

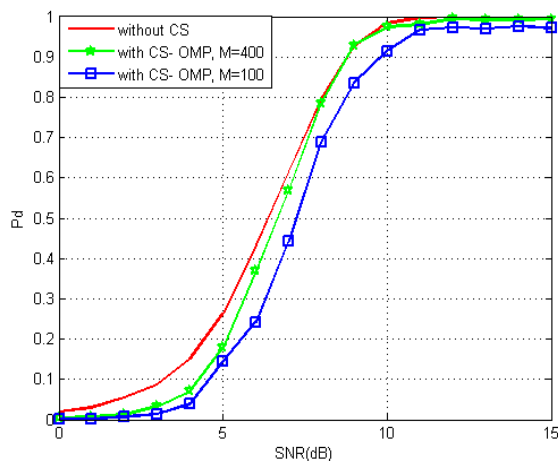
نکته دیگر در شکل ۶ سایید لوب‌ها هستند. برای اینکه ساییدلوب‌ها در شکل (a-۶) بهتر دیده شوند تبدیل فوریه با تعداد نقاطی بیشتر^۲ از طول سیگنال انجام شده است. در شکل (a-۷) می‌توان اثر ساییدلوب‌ها را برای فرکانس $f_b/2$ مشاهده کرد.

^۱ spectral leakage

^۲ n-point DFT.

و هرچقدر اعوجاج بیشتر باشد سطح آستانه بالاتر خواهد بود. همچنین براساس [۲۵] پیک ضرایب ناخواسته ناشی از خطای الگوریتم از پیک نویز کمتر است و امکان بزرگتر بودن آنها از حد آستانه وجود ندارد در نتیجه در آشکارساز به عنوان اهداف (اهداف کاذب) شناخته نمی‌شوند. سطح آستانه، از روی P_{fa} (احتمال هشدار کاذب) تحت فرض H_0 یعنی برای حالتی که فقط نویز وجود دارد و با شبیه‌سازی به روش مونت کارلو^۲ تعیین شده است.

شکل ۸ نشان می‌دهد که در روش حسگری فشرده با افزایش SNR و تعداد نمونه‌های برداشت شده (M)، منحنی عملکرد سامانه، به منحنی عملکرد به‌ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده نزدیکتر می‌شود. به‌علاوه در SNR های پایین که خطای الگوریتم بالا رفته است، اعوجاج‌ها بیشتر شده و به تبع آن احتمال آشکارسازی در الگوریتم‌های مبتنی بر حسگری فشرده کاهش بیشتری نسبت به روش معمول دارند.



شکل ۸. منحنی‌های عملکرد به‌ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده با $N=4000$ نمونه و سیگنال بازسازی شده به روش حسگری فشرده با $M=100, M=400$ نمونه و استفاده از الگوریتم OMP.

همچنین شکل ۸ نشان می‌دهد که برای $P_d=0.8$ که طبق جدول ۱ در شبیه‌سازی مد نظر بوده است، به‌ازای $M=400$ هر دو منحنی بر هم منطبق شده‌اند و برای $M=100$ ، منحنی با اختلاف جزئی 1dB با منحنی سیگنال اصلی فاصله دارد. بنابراین با کاهش تعداد اندازه‌گیری‌ها به $M=100$ نیز می‌توان فاصله اهداف را در رادار FMCW تعیین کرد به شرطی که افزایش 1dB در حداقل SNR لازم برای آشکارسازی اهداف با $P_d=0.8$ را بپذیریم.

دانستن تعداد عناصر غیر صفر (k) است. در ادامه روند مقاله، الگوریتم‌های دیگری بررسی می‌شود که برای استفاده از آن‌ها نیازی به دانستن تعداد عناصر غیر صفر نیست.

تا به حال اثر نویز در مشاهدات لحاظ نشده است در حالی که در عمل مشاهداتی که از سیگنال خروجی گیرنده داریم مشاهداتی همراه با نویز هستند. بر اساس [۲ و ۱۷]، در الگوریتم OMP مانند سایر الگوریتم‌ها، با افزایش SNR و افزایش تعداد نمونه‌ها (M)، بازسازی سیگنال با کیفیت بالاتری انجام می‌گیرد بنابراین شباهت سیگنال بازسازی شده به سیگنال اصلی بیشتر می‌شود و وقتی که مشاهدات بدون نویز هستند بازسازی انجام شده، کامل و سیگنال بازسازی شده منطبق بر سیگنال اصلی خواهد بود که این انطباق در شکل ۴ دیده می‌شود. به عبارتی هرچقدر نسبت سیگنال به نویز بیشتر باشد؛ میزان اعوجاج سیگنال بازسازی شده کمتر و هرچقدر این نسبت کمتر باشد میزان اعوجاج بیشتر است.

با این ویژگی که در الگوریتم‌ها بازسازی تنگ وجود دارد، انتظار داریم که در منحنی احتمال آشکارسازی بر حسب SNR که همان منحنی عملکرد سامانه (ROC) است، با افزایش SNR و M ، منحنی حاصل از سیگنال اصلی و سیگنال بازسازی شده به همدیگر نزدیک شوند.

نسبت سیگنال به نویز (SNR) به صورت رابطه (۲۷) تعریف می‌شود:

$$SNR = \frac{P_{si}}{P_n} \quad (27)$$

در این رابطه، P_{si} توان سیگنال هدف در ورودی گیرنده و P_n توان نویز معادل در ورودی گیرنده است که از رابطه (۲۸) به‌دست می‌آید:

$$P_n = k.T.Bw \quad (28)$$

که در رابطه فوق k ثابت بولتزمن^۱، T دمای نویز و Bw پهنای باند گیرنده است که معادل پهنای باند سیگنال ارسالی در نظر گرفته شده است.

بر این نکته تاکید می‌شود که اعوجاجی که پس از بازسازی به‌وجود می‌آید، نویز و ضرایب ناخواسته‌ای است که در بازسازی سیگنال تنگ ایجاد شده و البته علت ایجاد آن، انرژی نویز است که به آن خطای بازسازی سیگنال یا خطای الگوریتم می‌گوئیم. بنابراین هرچقدر که این اعوجاج کمتر باشد سطح آستانه پایین‌تر

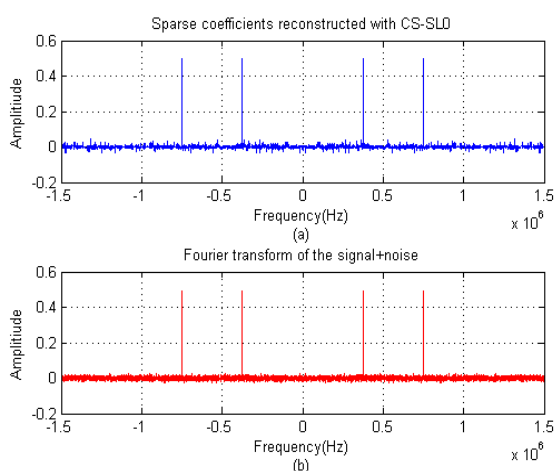
² Mont Carlo

¹ Boltzmann

می‌شد، به نتایج قابل قبولی در سه حوزه تعداد اندازه‌گیری‌های لازم، پیچیدگی محاسباتی و عملکرد سامانه دست می‌یافتیم. ابتدا باید علت این کاهش عملکرد را بیابیم.

با بررسی شکل‌های ۸ و ۹ می‌توان دریافت که وقتی تعداد اندازه‌گیری‌ها کم یا نسبت سیگنال به نویز کوچک باشد یا زمانی که برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، از الگوریتم SL0 استفاده کردیم، منحنی عملکرد سامانه با روش حسگری فشرده و در شرایط مذکور، کاهش عملکردی را در مقایسه با منحنی عملکرد سامانه به ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده، نشان می‌دهد.

برای بررسی این کاهش عملکرد، اگر سیگنال خروجی گیرنده در حوزه فرکانس یعنی شکل ۵ را برای شرایط مذکور دوباره رسم کنیم شکل ۱۰ حاصل می‌شود. شکل ۱۰ برای حالتی رسم شده است که نسبت سیگنال به نویز^۱ ورودی گیرنده رادار FMCW، برابر 0dB است و تعداد اندازه‌گیری‌ها به $M=100$ نمونه کاهش یافته و از الگوریتم SL0 استفاده کرده‌ایم. این شکل با فرض وجود دو هدف در فواصل مختلف و توان دریافتی یکسان رسم شده است.



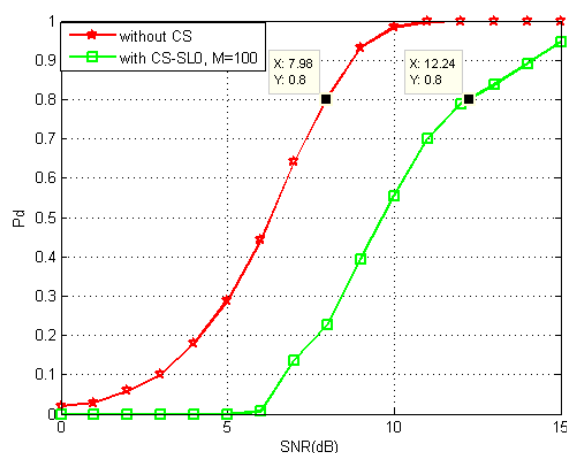
شکل ۱۰. سیگنال خروجی گیرنده با $SNR_i=0dB$ ، ضرایب بازسازی شده با الگوریتم SL0 با $M=100$ نمونه و (b) بعد از انجام DFT و به ازای نمونه برداری با نرخ نایکوئیست ($N=4000$).

علت کاهش عملکرد سامانه را می‌توان در مقایسه‌ی بین شکل‌های (b-۵) و (a-۱۰) مشاهده کرد. وقتی نویز قوی و تعداد اندازه‌گیری‌ها کم باشد، در ضرایب بازسازی شده اثر نویز مشاهده می‌شود و همین عامل است که باعث کاهش عملکرد سامانه می‌شود. اگر شکل ۱۰ بزرگ‌نمایی شود حضور نویز بهتر نمایان خواهد شد. شکل ۱۱ این بزرگ‌نمایی را نشان می‌دهد.

نتایج فوق با استفاده از الگوریتم OMP به دست آمده است. با توجه به [۱۰] پیچیدگی محاسباتی این الگوریتم از مرتبه $O(kMN)$ است. که k مرتبه تکرار الگوریتم، M تعداد اندازه‌گیری‌ها و N طول برداری است که باید بازسازی شود.

برای مسأله فوق $N=4000$ و با فرض $M=400$ و $k=2$ پیچیدگی محاسباتی از مرتبه $O(32 \times 10^5)$ خواهد بود و با کاهش تعداد اندازه‌گیری‌ها به $M=100$ ، پیچیدگی محاسباتی از مرتبه $O(8 \times 10^5)$ می‌شود. برای کاهش بار محاسباتی می‌توان از الگوریتم‌های دیگری که پیچیدگی محاسباتی کمتری دارند استفاده کرد.

یکی از الگوریتم‌هایی که پیچیدگی محاسباتی کمتری دارد الگوریتم SL0 است که در [۱۴] معرفی شده است. پیچیدگی محاسباتی این الگوریتم از مرتبه $O(M^2)$ است. این یعنی پیچیدگی محاسباتی این الگوریتم به تعداد اندازه‌گیری‌ها وابسته است و هرچه این تعداد کمتر باشد پیچیدگی محاسباتی کمتر خواهد بود. شکل ۹ منحنی عملکرد سامانه با الگوریتم SL0 و $M=100$ را نشان می‌دهد.

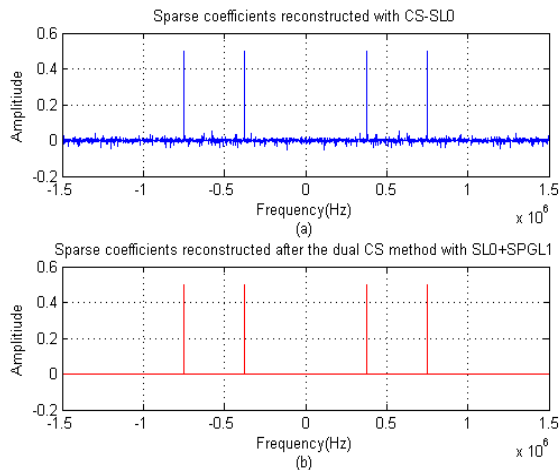


شکل ۹. منحنی‌های عملکرد به ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده با $N=4000$ نمونه و سیگنال بازسازی شده با الگوریتم SL0 و $M=100$ نمونه.

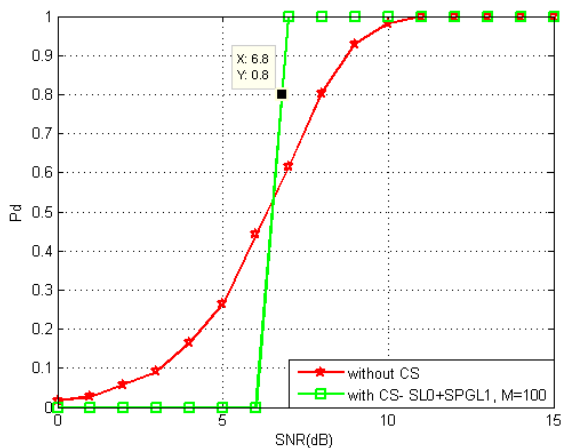
پیچیدگی محاسباتی الگوریتم SL0 برای $M=100$ از مرتبه $O(10^4)$ خواهد شد اما با وجود کاهش چشمگیر بار محاسباتی در این تعداد اندازه‌گیری، مقایسه شکل ۸ و ۹ نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم SL0 حدود ۳ dB کمتر از عملکرد الگوریتم OMP است؛ این کاهش عملکرد در [۲۶] به تفصیل بررسی شده است. همچنین شکل ۹ نشان می‌دهد که با استفاده از الگوریتم SL0، عملکرد سامانه رادار در حدود ۴/۲ dB کاهش یافته است. اگر این کاهش عملکرد اتفاق نمی‌افتاد و یا به طریقی جبران

¹ Signal to Noise Ratio

بهبود یافته است. بنابراین کاهش عملکرد ناشی از تعداد اندازه‌گیری‌های خیلی کم یا بخاطر استفاده از الگوریتم SL0 برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، نه تنها جبران شده بلکه عملکرد سامانه، بهبود نیز پیدا کرده است.

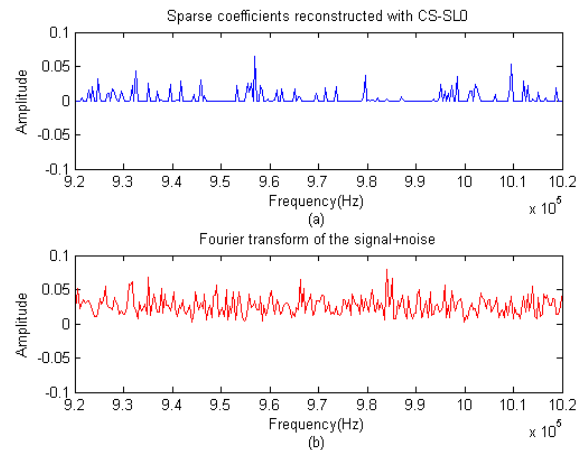


شکل ۱۲. سیگنال خروجی گیرنده با $SNR_i=0dB$ ، ضرایب بازسازی شده مرحله اول با الگوریتم SL0 و با $M=100$ ، ضرایب بازسازی شده به روش حسگری فشرده دوگانه با اعمال الگوریتم SPGL1 بر روی ضرایب بازسازی شده مرحله اول



شکل ۱۳. منحنی‌های عملکرد به ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده با $N=4000$ نمونه و سیگنال بازسازی شده به روش حسگری فشرده دوگانه با الگوریتم SL0، $M=100$ ، نمونه و بعد از حذف نویز از ضرایب بازسازی شده با الگوریتم SPGL1

این نتیجه با برداشت ۱۰۰ نمونه تصادفی از ضرایب بازسازی شده به روش حسگری فشرده و استفاده از ماتریس حسگری تصادفی مستقل هم توزیع با توزیع گوسی و ماتریس دیکشنری همانی و حل مسأله (۲۳) توسط الگوریتم SPGL1 [۱۵] حاصل شده است. این الگوریتم در روند حل مسأله بهینه‌سازی، توان نویز (ϵ) را تخمین می‌زند. این تخمین این مزیت را به دنبال دارد که الگوریتم SPGL1 می‌تواند مسأله (۲۳)



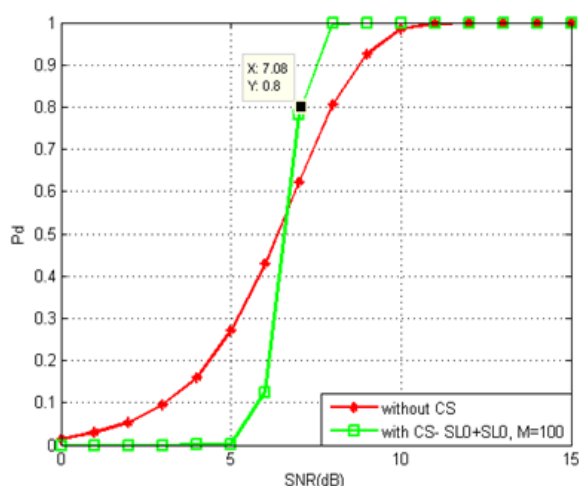
شکل ۱۱. بزرگ‌نمایی از شکل ۱۰

در شکل (۱۱-ب) در همه نقاط نویز وجود دارد در حالی که در سیگنال بازسازی شده با روش حسگری فشرده (شکل (۱۱-ا))، در بعضی از نقاط مقدار نویز صفر شده و می‌توان گفت، نویز در این نقاط حذف شده است و در برخی نقاط هنوز نویز (اعوجاج) وجود دارد. دلیل این موضوع را باید در بخش ۳ جستجو کرد.

در آن بخش گفته شد، هدف و ایده‌آل آن است که از روی اندازه‌گیری‌های γ و با حل مسأله (۲۳)، ضرایب تنک θ یا سیگنال بدون نویز X را به دست آوریم. بنابراین این‌که در بازسازی با روش حسگری فشرده در تعدادی از نقاط، نویز وجود ندارد منطقی و ماهیت حسگری فشرده در حضور نویز است. از طرف دیگر در بخش ۳ در قضیه ۱ گفته شده که میزان نزدیکی سیگنال بازسازی شده به سیگنال بدون نویز، وابسته به انرژی و واریانس نویز است و بیان شد هرچقدر نسبت سیگنال به نویز بیشتر باشد میزان اعوجاج سیگنال بازسازی شده کمتر و هرچقدر این نسبت کمتر باشد میزان اعوجاج بیشتر است بنابراین در شکل (۱۱-ا) در برخی از نقاط هنوز اثر نویز مشاهده می‌شود. برای حل این مشکل و حذف نویز، در بخش ۴ استفاده از تکنیک حسگری فشرده دوگانه ارائه گردید. شکل (۱۲-ا) ضرایب بازسازی شده به روش حسگری فشرده و شکل (۱۲-ب) ضرایب بازسازی شده به روش حسگری فشرده دوگانه را نشان می‌دهد.

هدف از روش حسگری فشرده دوگانه، حذف نویز و بهبود عملکرد سامانه بود. شکل (۱۲-ب) نشان می‌دهد که حذف نویز به‌طور مطلوبی انجام شده و انتظار داریم که عملکرد سامانه نیز اینگونه باشد. شکل ۱۳ عملکرد سامانه را نشان می‌دهد.

شکل ۱۳ نشان می‌دهد که بعد از انجام حسگری فشرده دوگانه جهت حذف نویز از ضرایب بازسازی شده مرحله اول، عملکرد سامانه حتی نسبت به حالت استفاده از کلیه داده‌ها نیز



شکل ۱۴. منحنی عملکرد به ازای سیگنال اصلی خروجی گیرنده با $N=4000$ و سیگنال بازسازی شده با الگوریتم SLO و $M=100$ و بعد از حذف نویز از ضرایب بازسازی شده با الگوریتم SLO

همان‌طور که انتظار داشتیم شکل ۱۴ نشان می‌دهد که عملکرد سامانه نسبت به زمانی که از الگوریتم SPGL1 استفاده کردیم، کمی کاهش یافته ولی پیچیدگی محاسباتی، خیلی بیشتر کاهش یافته است. برای رسیدن به این نتیجه، دوبار از الگوریتم SLO استفاده کرده‌ایم بنابراین طبق جدول ۲ پیچیدگی محاسباتی لازم از مرتبه $O(2 \times 10^4)$ است که این پیچیدگی، نسبت به حالت بدون حسگری فشرده بیشتر از ۵۰٪ کاهش نشان می‌دهد و در عین حال شاهد افزایش عملکرد سامانه نیز هستیم. این نتایج فقط با برداشت $M=100$ نمونه تصادفی از سیگنال خروجی گیرنده رادار حاصل شده است که معادل ۲/۵٪ تعداد نمونه‌هایی است که در صورت رعایت کردن نرخ نایکوئیست به‌دست می‌آید.

معمولاً در استفاده‌های عملی از منحنی عملکرد سامانه در کاربردهای راداری، $P_d \geq 0.5$ مد نظر است و شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان می‌دهد که استفاده از حسگری فشرده دوگانه علاوه بر کاهش شدید تعداد نمونه‌های مورد نیاز، باعث بهبود عملکرد سامانه رادار در این محدوده نیز شده است. این بهبود عملکرد دو مزیت را بدنبال دارد. اول آن‌که در یک توان ارسالی ثابت، افزایش قابلیت دریافت سیگنالی با SNR کمتر در گیرنده رادار، قابلیت کشف اهدافی که بازتاب ضعیفی دارند را فراهم می‌نماید. دوم آن‌که هرچقدر SNR لازم برای رسیدن به احتمال آشکارسازی P_d کمتر باشد، با فرض برد ثابت، توان ارسالی لازم کمتر خواهد بود و در نتیجه امکان شنود و مقابله با این رادار کمتر می‌شود [۲۷ و ۲۸].

را که مسأله حسگری فشرده در حضور نویز است، با دقت بالایی حل کند.

بر طبق [۱۵] هزینه استفاده از الگوریتم SPGL1، پذیرش پیچیدگی محاسباتی از مرتبه $O(N \log(N))$ است و با توجه به این که $N=4000$ است، پیچیدگی محاسباتی مرحله دوم استفاده از تکنیک حسگری فشرده، برابر است با $O(3.3 \times 10^4)$ و با لحاظ کردن پیچیدگی محاسباتی که از مرحله اول ایجاد شده بود، در مجموع برای رسیدن به این عملکرد، پیچیدگی محاسباتی لازم، $O(4.3 \times 10^4)$ است. جدول ۲، پیچیدگی محاسباتی بر حسب نوع الگوریتم و تعداد اندازه‌گیری‌ها را نشان می‌دهد. در محاسبات این جدول، $N=4000$ و $k=2$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ نشان می‌دهد که هزینه کاهش تعداد نمونه‌ها توسط تکنیک حسگری فشرده چقدر است. در این جدول مشاهده می‌شود که پیچیدگی محاسباتی الگوریتم DFT از سایر الگوریتم‌ها بیشتر است و اگر تعداد اندازه‌گیری‌ها، $M=100$ باشد پیچیدگی محاسباتی الگوریتم SLO حتی از الگوریتم FFT هم کمتر می‌شود.

همان‌طور که جدول ۲ نشان می‌دهد پیچیدگی محاسباتی الگوریتم SLO نسبت به الگوریتم SPGL1 کمتر است و برای کاهش بار محاسباتی، می‌توان مرحله دوم حسگری فشرده را نیز مانند مرحله اول، از الگوریتم SLO استفاده کرد. ولی طبق آنچه که قبلاً نیز مشاهده شد در ازای کاهش بار محاسباتی، دقت الگوریتم و به تبع آن عملکرد سامانه، مقداری کاهش می‌یابد. شکل ۱۴ عملکرد سامانه بعد از اعمال حسگری فشرده با الگوریتم SLO بر ضرایب بازسازی شده را نشان می‌دهد.

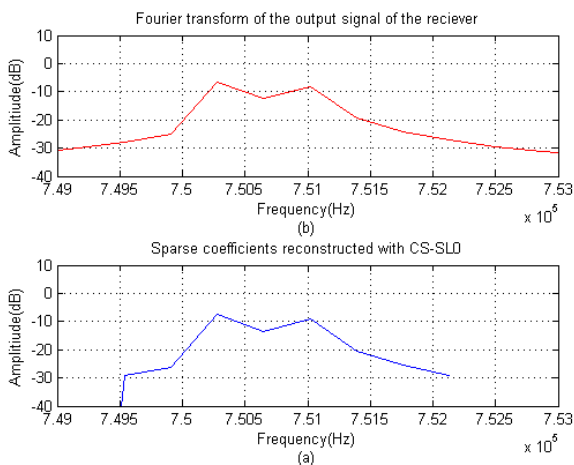
جدول ۲. پیچیدگی لازم برای یافتن فرکانس سیگنال خروجی گیرنده با الگوریتم‌های متفاوت

| پیچیدگی محاسباتی | تعداد اندازه‌گیری (M) | الگوریتم |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------|
| $O(N^2) = O(16 \times 10^6)$ | --- | DFT |
| $O(N \log_2(N)) = O(4.7 \times 10^4)$ | --- | FFT |
| $O(kMN) = O(8 \times 10^5)$ | 100 | OMP |
| $O(M^2) = O(10^4)$ | 100 | SLO |
| $O(N \log(N)) = O(3.3 \times 10^4)$ | 100 | SPGL1 |
| $O(4.3 \times 10^4)$ | 100 | SLO + SPGL1 |

شکل ۱۶ نشان می‌دهد که دقت فرکانس سنجی با هر دو الگوریتم تبدیل فوریه و الگوریتم SL0 یکسان است. همچنین شکل‌های (a-۱۵) و (a-۱۶) دیده می‌شود که برخی از نقاط خالی است. به عبارت دقیق‌تر، مقدار دامنه این نقاط صفر و به صورت لگاریتمی، منفی بینهایت است؛ این نکته بیانگر آن است که فقط در برخی از نقاط، ضرایب ناخواسته ناشی از خطای الگوریتم ایجاد شده است و نه در همه نقاط در حالیکه در روش تبدیل فوریه (شکل‌های (b-۱۵) و (b-۱۶)) در همه نقاط ضرایبی ناشی از نشتی طیف وجود دارد.

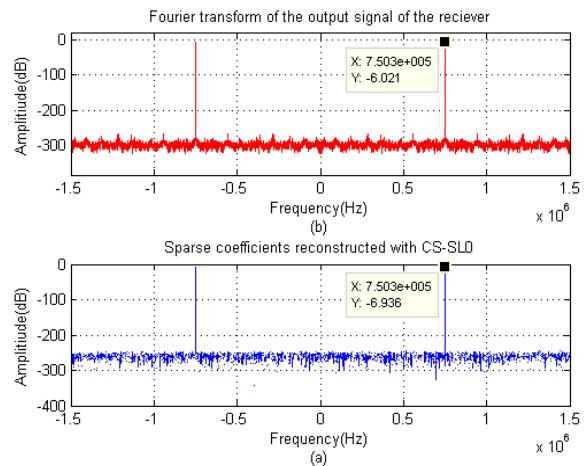
همچنین به منظور مقایسه حد تفکیک در الگوریتم‌های تبدیل فوریه و SL0، فرض شده است که دو هدف مشابه در فاصله‌ای بسیار نزدیک از یکدیگر قرار دارند و توان یکسان از آن‌ها دریافت می‌شود. این شبیه سازی با فرض عدم وجود نویز در مشاهدات، انجام شده است.

با توجه به مشخصات رادار در جدول ۱ و با استفاده از رابطه (۱۲)، اگر $f_b = \delta f$ جایگذاری شود آنگاه عرض هر سلول فاصله در تبدیل فوریه برابر است با $\Delta R = 100m$. این مقدار یعنی اگر فاصله دو هدف بیشتر از ΔR باشد، این دو هدف در سلول‌های فاصله مجزا قرار می‌گیرند و از یکدیگر قابل تفکیک هستند حال اگر فاصله دو هدف را نزدیک و نزدیک‌تر کنیم، در فاصله‌ای مثلاً $80m$ از یکدیگر، یعنی فاصله‌ای کمتر از ΔR ، با توجه به شکل ۱۷ دیده می‌شود که میزان فرورفتگی دو هدف در یکدیگر و میزان تفکیک پذیری آن‌ها، در هر دو روش یکسان است.

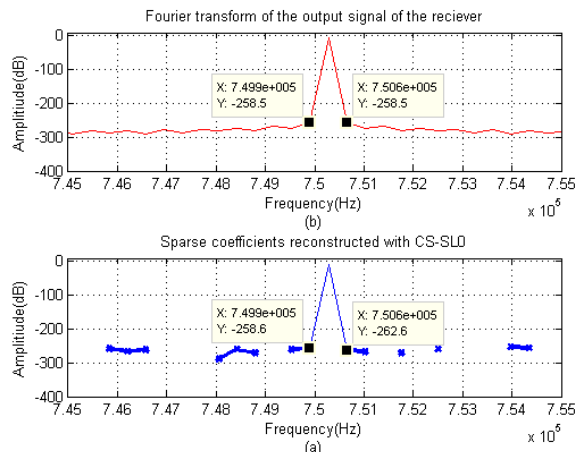


شکل ۱۷. سیگنال خروجی گیرنده به صورت لگاریتمی در حوزه فرکانس برای دو هدف نزدیک به هم (a) ضرایب بازسازی شده با الگوریتم SL0 با M=100 نمونه و (b) بعد از انجام DFT و به ازای نمونه برداری با نرخ نایکوئیست و N=4000 (برای بهتر دیده شدن فرکانس، شکل چند مرحله بزرگنمایی شده است)

عملکرد تکنیک حسگری فشرده با الگوریتم SL0 و روش مرسوم (تبدیل فوریه) در دقت و حد تفکیک فرکانس سنجی را نیز می‌توان مقایسه کرد. شکل ۱۵ این مقایسه را نشان می‌دهد. این شکل با فرض وجود یک هدف و عدم وجود نویز در مشاهدات رسم شده است.



شکل ۱۵. سیگنال خروجی گیرنده بصورت لگاریتمی در حوزه فرکانس (a) ضرایب بازسازی شده با الگوریتم SL0 با M=100 نمونه و (b) بعد از انجام DFT و به ازای نمونه برداری با نرخ نایکوئیست و N=4000 در شکل (b-۱۵) پدیده نشتی طیف در تبدیل فوریه دیده می‌شود این پدیده در شکل ۶ نیز دیده شد؛ در حالی که در شکل (a-۱۵) دیده می‌شود که در الگوریتم SL0 علاوه بر تشخیص و بازسازی دقیق سیگنال هدف، ضرایب ناخواسته‌ای (شبه نویز) ناشی از خطای الگوریتم در بازسازی بردار ضرایب تنک، ایجاد شده است که سطح آن‌ها از سطح ضرایب ناشی از نشتی طیف در تبدیل فوریه بالاتر است. اگر شکل ۱۵ بزرگنمایی شود می‌توان دقت فرکانس سنجی را نیز مقایسه کرد. شکل ۱۶ بدین منظور رسم شده است.



شکل ۱۶. بزرگنمایی از شکل ۱۵

- [7] M. A. Herman, and T. Strohmer, "High-Resolution Radar Via Compressed Sensing," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 6, pp. 2275-2284, 2009.
- [8] Greub, Werner H. "Linear algebra," Vol. 23. Springer Science & Business Media, 2012.
- [9] Christensen, Ole. "An introduction to frames and Riesz bases," Springer Science & Business Media, 2013.
- [10] S. G. Mallat, and Z. Zhang, "Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries," IEEE Transaction on Signal Processing, vol. 41, no. 12, pp. 3397-3415, 1993
- [11] E. J. Candes, J. K. Romberg, and T. Tao, "Stable Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Measurements," Communications on pure and applied mathematics, vol. 59, no. 8, pp. 1207-1223, 2006.
- [12] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, 2006
- [13] E. J. Candes, and T. Tao, "Near-Optimal Signal Recovery from Random Projections: Universal Encoding Strategies?," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52, no. 12, pp. 5406-5425, 2006.
- [14] H. Mohimani, M. Babaie-Zadeh, and C. Jutten, "A Fast Approach for Overcomplete Sparse Decomposition Based on Smoothed Norm," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 1, pp. 289-301, 2009.
- [15] E. Van Den Berg, and M. P. Friedlander, "Probing the Pareto Frontier for Basis Pursuit Solutions," SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 31, no. 2, pp. 890-912, 2008.
- [16] Y. Jin, and B. D. Rao, "Performance Limits of Matching Pursuit Algorithms," in IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 2444-2448, 2008.
- [17] T. Jihua, S. Jinping, Z. Yuxi, N. Ahmad, et al., "The Effects of Input Signal-to-Noise Ratio on Compressive Sensing Sar Imaging," in 2nd International Conference on Signal Processing Systems (ICSPS), pp. V3-533-V3-537, 2010.
- [18] J. A. Tropp, and S. J. Wright, "Computational Methods for Sparse Solution of Linear Inverse Problems," Proceedings of the IEEE, vol. 98, no. 6, pp. 948-958, 2010.
- [19] W. Wang, and R. Wu, "High Resolution Direction of Arrival (Doa) Estimation Based on Improved Orthogonal Matching Pursuit (Omp) Algorithm by Iterative Local Searching," Sensors, vol. 13, no. 9, pp. 11167-11183, 2013.
- [20] X. Liu, D. Peng, W. Guo, X. Ma, et al., "Compressed Sensing Photoacoustic Imaging Based on Fast Alternating Direction Algorithm," Journal of Biomedical Imaging, vol. 2012, no. 12, 2012.
- [21] A. M. Abdulghani, A. J. Casson, and E. Rodriguez-Villegas, "Quantifying the Performance of Compressive Sensing on Scalp Eeg Signals," in 3rd

بر این نکته تأکید می‌شود که با توجه به تنوع و تفاوت گسترده در الگوریتم‌های بازسازی تنک مبتنی بر حسگر فشرده، این نتیجه در مورد حد تفکیک و دقت فرکانس سنجی، قابل تعمیم به سایر الگوریتم‌ها نمی‌باشد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله نشان داده شد که می‌توان با استفاده از تکنیک حسگر فشرده در رادار FMCW، تشخیص اهداف و فاصله سنجی را از روی تعداد نمونه‌هایی به مراتب کمتر از آنچه که نرخ نایکوییست لازم می‌داند، انجام داد. همچنین نشان داده شد که در کاربردهایی که نسبت سیگنال به نویز کم است یا زمانی که تعداد نمونه‌های برداشت شده از سیگنال خیلی کم باشد یا زمانی که از الگوریتم‌هایی استفاده شود که با وجود کاهش پیچیدگی محاسباتی، بازسازی با کیفیت پائین و همراه با اعوجاج و ضرایب ناخواسته‌ای (شبه نویز) را برای سیگنال ارائه می‌کنند که منجر به کاهش عملکرد سامانه می‌شود؛ در این مواقع، با استفاده از روش حسگر فشرده دوگانه می‌توان اثر نویز و ضرایب ناخواسته را در بازسازی سیگنال کاهش داد. استفاده از این روش علاوه بر کاهش چشمگیر تعداد نمونه‌های لازم از سیگنال خروجی گیرنده، منجر به بهبود عملکرد سامانه رادار نیز می‌شود. از نتایج این بهبود عملکرد، امکان آشکار سازی اهدافی با بازتاب ضعیف، کاهش توان رسانی و افزایش قدرت مقابله با شنود برای این نوع از رادار خواهد بود.

۷. مراجع

- [1] D. L. Donoho, "Compressed Sensing," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [2] J. A. Tropp, and A. C. Gilbert, "Signal Recovery from Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, 2007.
- [3] G. Shi, J. Lin, X. Chen, F. Qi, et al., "Uwb Echo Signal Detection with Ultra-Low Rate Sampling Based on Compressed Sensing," IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, vol. 55, no. 4, pp. 379-383, 2008.
- [4] J. L. Paredes, G. R. Arce, and Z. Wang, "Ultra-Wideband Compressed Sensing: Channel Estimation," Selected Topics in IEEE Journal of Signal Processing, vol. 1, no. 3, pp. 383-395, 2007.
- [5] M. Herman, and T. Strohmer, "Compressed Sensing Radar," in Radar Conference, 2008. RADAR'08. IEEE, pp. 1-6, 2008.
- [6] C.-Y. Chen, and P. Vaidyanathan, "Compressed Sensing in Mimo Radar," in 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2008, pp. 41-44, 2008.

- International Symposium on Applied Sciences in Biomedical and Communication Technologies, pp. 1-5, 2010.
- [22] N. Cao, X. Hu, H. Lu, and M. Mao, "Cooperative Spectrum Sensing Algorithm Based on Cs-Slim Iterative Minimization Sparse Learning," *International Journal of Distributed Sensor Networks*, vol. 2013, 2013.
- [23] C. Hegde, and R. G. Baraniuk, "Sampling and Recovery of Pulse Streams," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 4, pp. 1505-1517, 2011.
- [24] Douglas A. Lyon: "The Discrete Fourier Transform, Part 4: Spectral Leakage", in *Journal of Object Technology*, vol. 8. no. 7, November - December 2009 pp. 23 - 34.
- [25] N. Wan-zheng, W. Hai-yan, W. Xuan, and Y. Fu-zhou, "The Analysis of Noise Reduction Performance in Compressed Sensing," in *IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, pp. 1-5, 2011.
- [26] F. Marvasti, A. Amini, F. Haddadi, M. Soltanolkotabi, et al., "A Unified Approach to Sparse Signal Processing," in *EURASIP Journal on Signal Processing*, vol. 2012, pp. 44, 2012.
- [27] P .E. Pace, "Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar"; Artech House, 2009.
- [28] Z. Zarei, M. M. Madani, R. Mohseni "Detection of Phase Code Modulated LPI Radar Signals using Time-Frequency Distributions and Comparing with Power Function of Matched Detector," *Journal of Radar*, vol. 2, no. 4, pp. 21-30, 2015. (in Persian).

Sampling Rate Reduction and System Performance Improvement of FMCW Radar Using Dual Compressed Sensing Technique

M. Mozaffari, S. Samadi*

Shiraz University of Technology

(Received: 31/08/2015, Accepted: 14/10/2016)

Abstract

Based on the compressed sensing theory, if a signal is sparse in a suitable space, by using the optimization methods, signal could be accurately reconstructed from measurements that are significantly less than the theoretical Shannon requirements. The sparse representation may exist for the signal and it is not available for the noise; this could be used to distinguish these two. On the other hand, in compressed sensing, finding the answer hinges on finding the most sparse solution; thus this technique can separate clean signal from the noise. In FMCW radar, the distance of a target could be obtained from the frequency of the receiver output signal. Since this signal has a sparse representation in the frequency domain, based on compressed sensing theory, it could be reconstructed from a few number of data. In this paper, a new method for signal processing of FMCW radar is presented based on compressed sensing. Moreover, by considering noise removal feature that is in the nature of this technique, it is shown that the effect of noise on the receiver output signal can be reduced and the system performance of the radar can be improved.

Keywords: Compressed Sensing, FMCW Radar, Noise Removal, Sampling, Sparse Representation

* Corresponding author E-mail: Samadi@sutech.ac.ir