

آشکارسازی وفقی سیگنال‌های رادار در کلاترگوسی با مدل AR با استفاده از فیلتر کالمن

محمد رضا تابان^{۱*}، آرش شیخ مظفری^۲

۱- دانشیار ۲- کارشناسی ارشد، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه یزد

(دریافت: ۲۳/۰۱/۹۳، پذیرش: ۲۹/۰۹/۹۳)

چکیده

در این مقاله به آشکارسازی وفقی همدوس سیگنال راداری در تداخل (کلاتر به علاوه نویز) گوسی برای رادار دیده بان پالسی پرداخته شده است. یکی از راهکارهای پیاده‌سازی آشکارساز وفقی راداری استفاده از مدل خودبرگشتی (AR) برای کلاتر گوسی است. آشکارسازهایی که براساس مدل AR کلاتر مطرح شده‌اند غالباً بر پایه آزمون GLRT بوده‌اند. اساس این آزمون بر تخمین حداکثر درست‌نمایی استوار بوده و دقت این تخمین به تعداد نمونه‌های داده بستگی دارد. از آنجا که در اکثر موارد عملی طول بردار داده برای آشکارسازی هدف در یک سلول راداری زیاد نیست و با توجه به ماهیت برگشتی مدل AR، در این مقاله دو روش تخمین برای پارامترهای مجهول کلاتر با استفاده از فیلتر کالمن معرفی و بر مبنای آن، دو آشکارساز با نام‌های ARKD (بر مبنای داده‌های اولیه) و ARKSD (بر مبنای داده‌های ثانویه) پیشنهاد می‌شوند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان‌دهنده برتری روش‌های مبتنی بر فیلتر کالمن به ویژه برای تعداد نمونه‌های کمتر داده می‌باشد.

واژگان کلیدی

آشکارسازی وفقی رادار، مدل AR کلاتر، فیلتر کالمن، تخمین پارامتر

۱. مقدمه

به تحقیقات شیخی، Kay و Haykin اشاره کرد [۷-۲].

در روابط آشکارسازی سیگنال‌های راداری در تداخل گوسی یا شبه‌گوسی بر مبنای معیار نیمن-پیرسون^۲، به ماتریس کوواریانس تداخل در رابطه نسبت درست‌نمایی نیاز داریم. لذا برای محیط‌های غیرهمگن غالباً به تخمین این ماتریس از روی داده‌های دریافتی نیاز می‌باشد. علاوه بر آن، در مدل تحلیلی سیگنال هدف نیز با پارامترهای مجهول مواجه می‌باشیم. در یک محیط غیرهمگن، به علت تغییرات زیاد در مشخصات نویز و کلاتر محیط، برای تخمین دقیق‌تری از ماتریس کوواریانس تداخل توسط تعداد محدود داده اولیه، لازم است که داده‌ها را به صورت بلادرنگ در تخمین مقادیر مجهول به کار گرفت. Haykin نشان داد در بسیاری از حالات عملی، فرایند داده‌های تداخل می‌تواند به صورت یک فرایند تصادفی^۳ AR با مرتبه محدود مدل شود [۷]. Kay نشان داد که با پارامتری کردن

از آنجا که در سیستم‌های راداری، غالباً با محیط‌های غیر ایستادن سروکار داریم، آشکارسازی وفقی اهداف از اهمیت خاصی برخوردار است. از جمله مهم‌ترین تحقیقات انجام‌شده در زمینه آشکارسازی وفقی اهداف راداری در کلاتر گوسی می‌توان به تحقیقات انجام‌شده براساس آشکارسازهای GLRT^۱ اشاره نمود. در [۱]، Kelly بر اساس آزمون GLRT، یک آشکارساز وفقی برای اهداف راداری ارائه می‌دهد که در آن، سطح آستانه به صورت وفقی و مستقل از مقادیر واقعی نویز و کلاتر به دست می‌آید. آشکارساز پیشنهادی Kelly هنوز به‌عنوان یک آشکارساز با عملکرد مطلوب در آشکارسازی وفقی رادار مطرح است. پس از وی کارهای زیادی برای آشکارسازی وفقی اهداف راداری در حالات مختلف و در کلاس آشکارساز GLRT انجام شده که هر یک نتایج جدیدی را ارائه داده‌اند. از جمله این موارد می‌توان

^۲ Neyman-Pearson

^۳ Auto-Regressive

* رایانامه نویسنده پاسخگو: mrtaban@yazd.ac.ir

^۱ Generalized Likelihood Ratio

نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده برتری آشکارساز پیشنهادی آنها نسبت به آشکارساز وفقی Kelly و فیلتر منطبق می‌باشد. مدل‌سازی کلاتر غیرایستاد به‌صورت یک مدل AR توسط Suvorova و همکاران نیز استفاده شده است. آنها در [۱۰] سه آشکارساز اهداف راداری با سطح مقطع راداری کم در کلاتر سنگین دریا در رادارهای با PRF^۵ بالا مطرح کرده‌اند که دو روش آن مبتنی بر مدل AR کلاتر است. در [۱۱] شیخی و همکاران آشکارسازهای وفقی اهداف راداری بر مبنای مدل AR کلاتر را به رادارهای MIMO^۶ تعمیم داده‌اند. در این مقاله نیز با در نظر گرفتن یک مدل AR برای کلاتر غیرایستاد، ضرائب و واریانس نویز مدل کلاتر به همراه پارامترهای مجهول هدف در گیرنده‌های مختلف، تخمین ML زده شده و آشکارساز GLRT محقق می‌شود. در [۱۲] نیز شیخی و همکاران برای آشکارسازی وفقی اهداف راداری، برای کلاتر گوسی یک مدل AR با مرتبه معلوم ولی ضرائب نامعلوم در نظر گرفته و با استفاده از تعداد محدودی از داده‌های ثانویه، آشکارساز فیلتر منطبق وفقی (AMF^۷) پارامتریک مطرح شده در [۱۳] را تعمیم داده‌اند. در ابتدا پارامترهای مدل AR کلاتر از روی داده‌های ثانویه تخمین زده شده و سپس نتایج برای تخمین ماتریس کوواریانس کلاتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج ارائه‌شده، برتری قابل توجه این روش را نسبت به AMF پارامتریک نشان می‌دهد. در [۱۴] مدل AR فرایند کلاتر غیرایستاد در داخل یک بازه پردازش همدوس (CPI^۸)، به یک مدل AR تغییرپذیر با زمان تعمیم داده شده، که آن را TVAR^۹ نامیده است. در [۱۵] کلاتر، هم در داخل CPI و هم در امتداد برد، غیرایستاد فرض شده که این مسئله مشکلات زیادی را در تخمین ماتریس کوواریانس کلاتر ایجاد می‌کند. برای جبران فقدان داده‌های آموزشی، از مدل AR متغیر با زمان مطرح در [۱۴] یا TVAR برای مدل‌سازی نمونه‌های کلاتر استفاده می‌کند. پارامترهای مدل TVAR از روی یک تک‌پنجره زمانی از داده‌ها، تخمین ML زده شده و در آشکارسازی GLRT اهداف ایستاد در کلاتر غیرایستاد به‌کار می‌رود. در [۱۶] به آشکارسازی وفقی اهداف راداری در کلاتر گوسی با مدل AR با مرتبه معلوم ولی پارامترهای نامعلوم مشابه با [۱۲] اقدام شده است؛ ولی برخلاف مقاله قبلی به‌جای AMF، آشکارساز خوشنام Kelly' GLRT به چهار فرم مختلف تعمیم یافته است. در اینجا نیز برای تخمین ماتریس کوواریانس کلاتر، پارامترهای مدل AR کلاتر، از روی تعداد محدودی داده ثانویه، تخمین پارامتریک زده می‌شود (از جمله تخمین ML). در [۱۷] یک الگوریتم آشکارسازی اهداف راداری در رادارهای هواپایه MIMO با نام GLRT پارامتری فشرده یا CP-GLRT مطرح می‌شود. در این مقاله نیز تداخل توسط یک مدل

ماتریس کوواریانس تداخل می‌توان تخمین دقیق‌تری از پارامترهای مجهول تداخل به‌دست آورد [۵].

در مقالات قبلی هیچ پیش‌فرض ساختاری به‌جز هرمیشن بودن بر ماتریس کوواریانس گذاشته نشده بود. Kay با مدل کردن فرایند داده‌های تداخل به‌صورت یک فرایند تصادفی AR با مرتبه M، نشان داد که به شرط بزرگتر بودن تعداد داده اولیه از M، با این مدل‌سازی، یک رابطه یک به یک بین پارامترهای مدل AR و اجزای ماتریس کوواریانس منظور خواهد شد. در مدل‌سازی کلاتر راداری، مقدار M بین ۱ تا ۴ پیشنهاد شده است. در کار تحقیقاتی Kay از هیچ داده ثانویه‌ای استفاده نشده است و آشکارساز با داده‌های اولیه، خود را با محیط تنظیم می‌کند. وی ابتدا تداخل محیط را به‌صورت یک فرایند AR مدل‌سازی کرد و سپس pdf^۱ تقریبی این فرایند را تحت دو فرضیه عدم وجود هدف H₀ و وجود هدف H₁ به‌دست آورد. در این حالت با به‌دست آوردن تخمین مناسب از پارامترهای AR، می‌توان ماتریس کوواریانس تداخل را تخمین زد. سپس با تشکیل نسبت درست‌نمایی و مقایسه آن با سطح آستانه، آشکارساز رادار تحقق خواهد یافت.

در [۸] Haykin و Zwang بر مبنای توسعه خطی سیگنال دریافتی تحت دو فرضیه H₀ و H₁، یک آشکارساز وفقی اهداف راداری در کلاتر پیشنهاد می‌دهند. این مقاله تحت فرضیه H₀، سیگنال دریافتی را به‌صورت ترکیب خطی از کلاتر موجود در دو سلول برد مجاور در طرفین سلول تحت آزمون (CUT^۲) در نظر گرفته و تحت فرضیه H₁، سیگنال دریافتی را به‌صورت یک فرایند AR مرتبه اول برحسب نمونه‌های زمانی متوالی در CUT در نظر می‌گیرد. سپس با معلوم فرض کردن پارامترهای مدل، یک آشکارساز LLR^۳ وفقی ارائه می‌دهد. در [۲] شیخی و همکاران با مدل کردن تداخل به‌صورت AR با مرتبه معلوم و پارامترهای نامعلوم، به آشکارسازی وفقی اهداف راداری با داپلر معلوم و دامنه نامعلوم در تداخل گوسی رنگی با ماتریس کوواریانس نامعلوم پرداخته‌اند. ایشان پارامترهای نامعلوم تداخل و سیگنال را از روی داده‌های اولیه، تخمین ML^۴ زده و سپس به آشکارساز GLRT اقدام کرده‌اند. آنها در [۳] نیز بر اساس همان فرضیه‌های [۲] و مدل AR کلاتر، از داده‌های ثانویه برای بهبود عملکرد آشکارسازی استفاده کرده‌اند. [۹] به‌نوعی تعمیم مقاله قبلی به حالت چند بعدی است. در این مقاله، منبری و همکاران برای آشکارسازی اهداف در رادارهای آرایه‌ای هواپایه، یک مدل AR چند کانالی برای کلاتر ارائه داده و از روی آن اقدام به آشکارسازی GLRT اهداف می‌نمایند. ایشان از داده‌های ثانویه نیز برای تخمین استفاده کرده و

^۵ Pulse Repetition Frequency

^۶ Multiple Input Multiple Output

^۷ Adaptive Matched Filter

^۸ Coherence Processing Interval

^۹ Time Variant AR

^۱ Probability Density Function

^۲ Cell Under Test

^۳ Log Likelihood Ratio

^۴ Maximum Likelihood

راداری معرفی شده و سپس آشکارساز GLRT ای که در مقالات به‌طور متداول استفاده می‌شود معرفی می‌گردد. در بخش سوم، روش‌های پیشنهادی مبتنی بر تخمین‌زن کالمن ارائه شده و در بخش پنجم، نتایج کامپیوتری حاصل از ارزیابی آشکارسازهای پیشنهادی ارائه می‌شوند. بخش ششم نیز نتیجه‌گیری می‌باشد.

۲. مدل‌سازی سیگنال و تداخل و آشکارساز GLRT

مدلی که در این بخش برای سیگنال و تداخل در نظر می‌گیریم مشابه مدلی است که در مراجع فوق‌الذکر به‌ویژه [۲] مطرح شده است. در ادامه نیز روابط تخمین پارامترها و آشکارساز ارائه شده در [۲] مطرح می‌شوند؛ چرا که از آنها در روابط آشکارسازهای پیشنهادی استفاده می‌شود. سیستم رادار را دیدبان پالسی در نظر می‌گیریم که با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از پژواک‌های بازگشتی از یک سلول راداری، به آشکارسازی همدوس هدف در آن سلول اقدام می‌کند. لذا داده دریافتی از هر سلول راداری به‌صورت یک بردار مختلط \mathbf{y} با تعداد N نمونه خواهد بود. تحت فرضیه H_0 ، فقط شامل نمونه‌های تداخل \mathbf{n} بوده و تحت فرضیه H_1 نمونه‌های سیگنال هدف نیز به آن اضافه می‌شود. لذا مسئله آشکارسازی به‌صورت آزمون دو فرضیه‌ای زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{y} = \mathbf{n} \\ H_1 : \mathbf{y} = \mathbf{n} + \alpha \mathbf{s} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن، α دامنه مختلط نامعلوم سیگنال بازگشتی از هدف و \mathbf{s} برداری معلوم با رابطه $\mathbf{s} = [1 \ e^{j\Omega} \ \dots \ e^{j(N-1)\Omega}]^T$ بوده که Ω متغیری معلوم وابسته به شیفت داپلر هدف می‌باشد و T اشاره به عملگر ترانپوز دارد. بردار تداخل \mathbf{n} به‌صورت $\mathbf{n} = [n_1 \ n_2 \ \dots \ n_N]^T$ یک فرایند AR با مرتبه معلوم M ($N > M$) فرض شده که نمونه‌های آن به‌صورت رابطه زیر مدل می‌شوند:

$$n_n = \sum_{j=1}^M a_j n_{n-j} + w_n \quad (2)$$

به‌عبارت دیگر، تداخل با مدل $n_n \sim AR(M, \mathbf{a}, \sigma^2)$ دارای پارامترهای مجهول $\mathbf{a} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_M]^T$ و σ^2 بوده که σ^2 واریانس نامعلوم نویز سفیدگوسی مختلط w_n در رابطه (۲) می‌باشد.

pdf بردار دریافتی تحت دو فرضیه H_0 و H_1 و تابع نسبت درست‌نمایی در [۲] به‌صورت زیر داده شده است:

$$f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y} / H_0, \alpha = 0, \sigma^2, \mathbf{a}) \cong \frac{1}{\pi^N \sigma^{2N}} \exp \left\{ -\frac{1}{\sigma^2} \cdot \sum_{n=M+1}^N \left| y_n - \sum_{j=1}^M a_j y_{n-j} \right|^2 \right\} \quad (3)$$

AR با مرتبه معلوم و ضرائب نامعلوم توصیف شده است. مقاله [۱۸] نیز به آشکارسازی و فقی اهداف رادار می‌پردازد؛ هنگامی که به‌خاطر ناهمگنی محیط در داده‌های ثانویه با مشکل مواجه هستیم. اساس این آشکارسازی نیز بر GLRT بوده و در آن، ماتریس کوواریانس تداخل به‌صورت ترکیب خطی نامنفی از مجموعه‌ای از ماتریس‌های کوواریانس در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی، اقدام به محاسبه تخمین ML ماتریس کوواریانس تداخل شده و سپس آشکارساز GLRT تحقق می‌یابد.

همانگونه که ملاحظه شد مدل AR یک مدل معتبر و متداول در مدل‌سازی کلاتر می‌باشد. از آنجا که در مسائل راداری غالباً با کلاتر غیرایستاد مواجه هستیم، پارامترهای مدل AR کلاتر باید دائماً از روی داده‌های دریافتی رادار تخمین زده شوند. تقریباً در تمامی مقالات مشابه قبلی، برای تخمین پارامترهای مجهول مسئله، از جمله پارامترهای مدل کلاتر، از تخمین ML استفاده شده است. تخمین ML اگرچه تخمین مناسب و سازگاری^۱ است ولی دقت آن به تعداد داده‌های مورد استفاده بستگی دارد. در این مقاله، با در نظر گرفتن مدل AR برای تداخل (یا همان کلاتر)، اقدام به تخمین ضرائب آن توسط تخمین‌زن مبتنی بر فیلتر کالمن می‌کنیم. فرم بازگشتی مدل AR و همچنین رابطه خطی بین سیگنال دریافتی و کلاتر (و در نتیجه، ضرائب مدل کلاتر)، باعث می‌شود که به‌نحو مناسبی بتوانیم به یک دستگاه معادلات گوس-مارکف برسیم که از روی آن به‌راحتی فیلتر کالمن قابل پیاده‌سازی خواهد بود. البته به‌علت تعدد پارامترهای مجهول در برخی از مراحل، در کنار تخمین‌زن کالمن از تخمین ممان نیز استفاده خواهیم کرد. آشکارساز پیشنهادی، از جایگذاری پارامترهای مجهول تخمین‌زده‌شده در نسبت درست‌نمایی به‌دست خواهد آمد. با توجه به اضافه شدن فیلتر کالمن در عملیات تخمین، پیش‌بینی می‌کنیم که بتوان به عملکرد بهتری نسبت به آزمون GLRT به‌ویژه در حالت تعداد داده کم رسید؛ که نتایج شبیه‌سازی، این مسئله را تایید می‌کنند. اجرای فیلتر کالمن تخمین کلاتر، در امتداد نمونه‌های دریافتی یک سلول راداری، این ویژگی را دارد که اگر بنا به هر دلیلی فیلتر کالمن در یک لحظه از زمان متوقف شود (مثلاً به‌دلیل وجود محدودیت زمانی در پردازش)، این تخمین‌زن باز هم تخمینی از مدل کلاتر را تا آن لحظه به ما ارائه داده و حاصل پردازش از بین نخواهد رفت. در صورت امکان، استفاده از داده‌های ثانویه، به‌دلیل یکسان بودن مدل کلاتر در سلول تحت آزمون و سلول‌های مجاور نزدیک به آن، فیلتر کالمن می‌تواند از داده‌های ثانویه نیز در تخمین مدل کلاتر استفاده نماید.

مطالب ارائه‌شده در این مقاله مطابق با بخش‌های زیر است. در بخش دوم، ابتدا مدل سیگنال و تداخل مورد استفاده در آشکارسازی

^۱Consistent

زیر در آمده‌اند:

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N} \mathbf{u} - \mathbf{Y} \hat{\mathbf{a}}_0^2 \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N} \mathbf{u}' - \mathbf{Y}' \hat{\mathbf{a}}_1^2 \quad (15)$$

که در آن:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{T} \mathbf{u} \quad (16)$$

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{T} \mathbf{Y} \quad (17)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{I}_{N-M} - \frac{\mathbf{s}_{N-M} \mathbf{s}_{N-M}^H}{N-M} \quad (18)$$

که \mathbf{I}_n اشاره به ماتریس همانی با ابعاد $n \times n$ دارد.

با تخمین ML از \mathbf{a} تحت دو فرضیه H_1 و H_0 ، در [۲]، $\hat{\mathbf{a}}_1$ و $\hat{\mathbf{a}}_0$ به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$\hat{\mathbf{a}}_0 = (\mathbf{Y}^H \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^H \mathbf{u} \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_1 = (\mathbf{Y}'^H \mathbf{Y}')^{-1} \mathbf{Y}'^H \mathbf{u}' \quad (20)$$

نهایتاً در [۲] با جایگذاری $\hat{\mathbf{a}}_1$ و $\hat{\mathbf{a}}_0$ در روابط (۱۴) و (۱۵) و جایگذاری مقادیر $\hat{\sigma}_0^2$ و $\hat{\sigma}_1^2$ حاصل در رابطه (۷)، به آزمون GLRT رسیده که آن را $ARGLR^1$ نامیده‌اند.

۳. آشکارسازی بر مبنای تخمین کالمن پارامترهای کلاتر

در این بخش بر مبنای آزمون (۷)، دو آشکارساز جدید پیشنهاد می‌شود که برای تخمین پارامترهای مجهول مدل AR در روابط (۱۴) و (۱۵) از فیلتر کالمن استفاده می‌کنند. مدل‌سازی تداخل به صورت مدل بازگشتی AR، دسته معادلاتی را به فرم مناسب برای پیاده‌سازی فیلتر کالمن فراهم کرده و این در حالی است که دقت و قدرت بالای فیلتر کالمن، استفاده از آن را در تخمین پارامترهای AR توجیه می‌کند. بسته به اینکه امکان استفاده از تعداد محدودی از داده‌های ثانویه وجود داشته باشد، معادلات گوس مارکف را در دو حالت مبتنی بر داده اولیه و حالت مبتنی بر داده‌های ثانویه به دست آورده و الگوریتم کالمن را در هر دو حالت پیاده‌سازی کرده و به دو آشکارساز می‌رسیم.

۳-۱. آشکارساز مبتنی بر فیلتر کالمن بر اساس داده‌های اولیه

ARKD

در این زیربخش به تخمین پارامترهای AR مدل کلاتر و دامنه مجهول سیگنال بازگشتی از هدف توسط فیلتر کالمن با استفاده از

$$f_y(\mathbf{y} / H_1, \alpha, \sigma^2, \mathbf{a}) \cong$$

$$\frac{1}{\pi^N \sigma^{2N}} \exp \left\{ -\frac{1}{\sigma^2} \cdot \sum_{n=M+1}^N \left| x_n - \sum_{j=1}^M a_j x_{n-j} \right|^2 \right\} \quad (4)$$

$$L(\mathbf{y}) = \frac{f_y(\mathbf{y} / H_1, \alpha, \sigma^2, \mathbf{a})}{f_y(\mathbf{y} / H_0, \alpha = 0, \sigma^2, \mathbf{a})} \quad (5)$$

که در آن، $x_n = y_n - \alpha s_n$ مولفه n م بردار دریافتی \mathbf{y} می‌باشد. با تخمین پارامترهای مجهول مسئله، شامل $\{\alpha, \sigma^2, \mathbf{a}\}$ از روی داده‌ها و جایگذاری آنها در نسبت درست‌نمایی، آماره یک آشکارساز شبه‌بهینه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L_{so}(\mathbf{y}) = \frac{f_y(\mathbf{y} / H_1, \hat{\alpha}_1, \hat{\sigma}_1^2, \hat{\mathbf{a}}_1)}{f_y(\mathbf{y} / H_0, \alpha = 0, \hat{\sigma}_0^2, \hat{\mathbf{a}}_0)} \underset{<H_0}{>H_1} \eta \quad (6)$$

که در آن، $\hat{\alpha}_i, \hat{\sigma}_i^2, \hat{\mathbf{a}}_i : i = 0, 1$ تخمین پارامترهای مجهول تحت فرضیه H_i می‌باشند. اگر برای تخمین σ^2 تحت دو فرضیه H_0 و H_1 از تخمین ML استفاده شود، آزمون (۶) به سادگی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2 \underset{<H_0}{>H_1} \eta}{\hat{\sigma}_1^2} \quad (7)$$

که در آن:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{N} \mathbf{u} - \mathbf{Y} \hat{\mathbf{a}}_0^2 \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N} \mathbf{u} - \hat{\alpha} \mathbf{u}_s - (\mathbf{Y} - \hat{\alpha} \mathbf{Y}_s) \hat{\mathbf{a}}_1^2 \quad (9)$$

در این رابطه، $\|\cdot\|$ اشاره به نورم ℓ_2 ماتریس داشته و \mathbf{u} و \mathbf{Y} ماتریس‌های معلومی حاوی داده به صورت زیر:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_M & \cdots & y_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1} & \cdots & y_{N-M} \end{pmatrix}_{(N-M) \times M} \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = [y_{M+1} \cdots y_N]^T \quad (11)$$

و \mathbf{u}_s و \mathbf{Y}_s ماتریس‌های معلومی مربوط به شیفت داپلر با رابطه زیر هستند:

$$\mathbf{u}_s = e^{jM\Omega} \mathbf{s}_{N-M} \quad (12)$$

$$\mathbf{Y}_s = e^{j(M-1)\Omega} \mathbf{s}_{N-M} \mathbf{s}_M^H \quad (13)$$

که در آن، \mathbf{s}_i جزیی از بردار \mathbf{s} با رابطه $\mathbf{s}_i = [1 \ e^{j\Omega} \ \cdots \ e^{j(i-1)\Omega}]^T$ است. توجه شود در روابط فوق هنوز $\hat{\alpha}, \hat{\mathbf{a}}_0$ و $\hat{\mathbf{a}}_1$ مجهول هستند. در [۲] با تخمین ML پارامتر α ، روابط (۸) و (۹) به صورت

¹ Autoregressive Generalized Likelihood Ratio Test

که در آن، بردار نویز سفید گوسی با ماتریس کوواریانس \mathbf{Q}_n به فرم زیر می‌باشد:

$$\mathbf{Q}_n = \begin{bmatrix} q_n^2 \mathbf{I}_M & 0 \\ 0 & q_n'^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

جایی که q_n^2 و $q_n'^2$ به ترتیب واریانس خطای پارامترهای مدل AR کلاتر و دامنه مختلط سیگنال بازگشتی از هدف هستند. بدین ترتیب معادلات گوس مارکف به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_n \\ y_n = \mathbf{H}_n \mathbf{x}_n + w_n \end{cases} \quad n = 1, \dots, N \quad (25)$$

که در آن، ماتریس ضرائب مدل داده به صورت زیر است:

$$\mathbf{H}_n = \quad (26)$$

$$[y_{n-1} - \alpha s_{n-1} \quad y_{n-2} - \alpha s_{n-2} \quad \dots \quad y_{n-M} - \alpha s_{n-M} \quad s_n]$$

با در اختیار داشتن معادلات (25)، فیلتر کالمن به راحتی توسط روابط زیر از زمان $n=1$ تا زمان $n=N$ قابل اجراست [19]:

روابط فیلتر کالمن در حالت بهنگام کردن داده:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n/n} = \hat{\mathbf{x}}_{n/n-1} + \mathbf{K}_n (y_n - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{x}}_{n/n-1})$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_{n/n-1} \mathbf{H}_n^H (\mathbf{H}_n \mathbf{P}_{n/n-1} \mathbf{H}_n^H + \sigma_n^2)^{-1}$$

$$\mathbf{P}_{n/n} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n) \mathbf{P}_{n/n-1}$$

روابط فیلتر کالمن در حالت بهنگام کردن زمان:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n/n-1} = \hat{\mathbf{x}}_{n-1/n-1}$$

$$\mathbf{P}_{n/n-1} = \mathbf{P}_{n-1/n-1} + \mathbf{Q}_n$$

در این روابط، \mathbf{P} ماتریس کوواریانس تخمین حالت در هر یک از حالت‌های فوق بوده و H اشاره به عملگر هرمیشن دارد. از آنجا که در عمل، σ_n^2 و ماتریس کوواریانس \mathbf{Q}_n در اختیار نیستند، در طی اجرای الگوریتم فیلتر کالمن، می‌توانیم این مقادیر را به‌طور وقتی تخمین ممان بزنیم. برای تخمین σ_n^2 می‌توان از رابطه دوم (25) نویز مشاهدات را به صورت زیر تخمین زد:

$$\hat{w}_n = y_n - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{x}}_{n/n-1} \quad (27)$$

و در نتیجه، تخمین ممان از σ_n^2 به صورت زیر خواهد شد:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{L} \sum_{l=n-L+1}^n |\hat{w}_l|^2 \quad (28)$$

که L یک عدد صحیح دلخواه نه‌چندان بزرگی می‌باشد. به‌طور مشابه برای تخمین \mathbf{Q}_n نیز می‌توان عمل کرد. از رابطه اول (25)، مولفه‌های

داده‌های اولیه پرداخته خواهد شد. برای تحقق فیلتر کالمن، اولین مرحله، تعریف متغیرهای حالت و معادلات حالت توصیف‌کننده سیستم و ارتباط داده‌ها با متغیرهای حالت و به تعبیر دیگر یافتن معادلات مناسب گوس-مارکف می‌باشد.

اگر $\mathbf{y} = [y_1 y_2 \dots y_N]^T$ بردار دریافتی در گیرنده مربوط به یک سلول راداری و $\mathbf{n} = [n_1 n_2 \dots n_N]^T$ بردار تداخل نظیر آن باشد، با توجه به اینکه تحت هر دو فرضیه H_1 و H_0 برای $n=1, \dots, N$ داریم $n_n = y_n - \alpha s_n$ (توجه شود که تحت فرضیه H_0 ، $\alpha=0$ است)، با جایگذاری n_n در رابطه برگشتی (2)، به راحتی به رابطه برگشتی زیر می‌رسیم:

$$y_n = a_1 (y_{n-1} - \alpha s_{n-1}) + a_2 (y_{n-2} - \alpha s_{n-2}) + \dots + a_M (y_{n-M} - \alpha s_{n-M}) + \alpha s_n + w_n \quad (21)$$

یادآور می‌شود در این رابطه، α دامنه مختلط سیگنال بازگشتی از هدف و s_n بیانگر n امین عضو بردار معلوم شیفت داپلر هدف بوده و برای اندیس‌های غیر مثبت s_n و y_n صفر در نظر گرفته می‌شوند. در رابطه فوق، α و a_1 تا a_M پارامترهای مجهولی هستند که به دنبال آنها هستیم؛ از طرف دیگر، با توجه به اینکه نمی‌دانیم در چه فرضیه‌ای هستیم، پارامتر α نقش موثری در رابطه (21) دارد. لذا بردار حالت در لحظه n ام را به صورت $\mathbf{x}_n^T = [a_{1n} a_{2n} \dots a_{Mn} \alpha_n]^T = [\mathbf{a}_n^T \alpha_n]^T$ در نظر می‌گیریم. در این صورت، رابطه داده بر حسب بردار حالت (معادله دوم گوس-مارکف) به صورت زیر خواهد بود:

$$y_n = \begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{Mn} \\ \alpha_n \end{bmatrix} + w_n \quad (22)$$

توجه شود در بردار ضرائب رابطه فوق، همه متغیرها به جز α معلوم هستند. در این بردار ضرائب می‌توانیم مقدار α را در هر گام، تخمین α در گام قبلی فیلتر کالمن یعنی $\hat{\alpha}_{n/n-1}$ در نظر بگیریم. یادآور می‌شود در این رابطه w_n همان نویز سفید گوسی مختلط در مدل AR کلاتر با واریانس مجهول σ^2 است.

بر روی سلول تحت آزمون، ضرائب مدل AR منطقی ثابت فرض می‌شوند. از طرف دیگر با فرض همدوس بودن و تموج آهسته سیگنال هدف، α نیز در بازه CPI ثابت است. لذا معادله دینامیک سیستم (رابطه اول گوس-مارکف) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_n \quad (23)$$

۲-۳. آشکارساز مبتنی بر فیلتر کالمن بر اساس داده‌های ثانویه ARKSD

در ساختار آشکارسازهای ARGLR و پیشنهادی ARKD تنها از داده‌های مربوط به سلول تحت آزمون یا CUT برای تخمین پارامترهای مدل برای آشکارسازی وفقی هدف استفاده می‌شود. در آشکارساز ARGLR، وقتی N (طول بردار داده هر سلول) مقدار بزرگی نباشد، عملاً عملکرد آشکارساز به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. در این زیربخش برآنیم تا با استفاده از داده‌های ثانویه به تخمین مناسبتری برای یافتن پارامترهای مجهول مدل دست یابیم. یک ایده برای دستیابی به مقدار بیشتری از داده مناسب برای تخمین پارامترهای مجهول، استفاده از سلول‌های مجاور CUT در جهت برد، به‌عنوان داده‌های ثانویه است که در بسیاری از الگوریتم‌های آشکارسازی وفقی مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از داده‌های سلول‌های برد مجاور در آشکارسازی CFAR^۱ راداری امری متداول می‌باشد. در این زیربخش از فیلتر کالمن برای محاسبه پارامترهای مدل AR کلاتر با استفاده از داده‌های ثانویه استفاده می‌کنیم. البته باید توجه شود که به‌علت ماهیت غیر همگن کلاتر، عملاً در میزان استفاده از داده‌های ثانویه محدودیت داریم.

برای تخمین پارامترهای AR فرایند تداخل در CUT، از K دسته سلول ثانویه استفاده می‌کنیم. فرض بر این است که سلول‌های ثانویه فقط شامل تداخل بوده و این تداخل یک فرایند AR با مدلی مشابه با مدل فرایند تداخل موجود در CUT می‌باشد. مشابه با بردار داده در CUT یعنی \mathbf{y} ، بردارهای ثانویه را \mathbf{y}_k نمایش می‌دهیم. برای هر بردار داده ثانویه N بعدی داریم:

$$\mathbf{y}_k = [y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kN}]^T, \quad k = 1, \dots, K \quad (35)$$

با توجه به فرض وجود تداخل تنها در بردارهای ثانویه، مدل AR تداخل برای نمونه‌های بردارهای داده ثانویه به‌صورت زیر قابل ارائه است:

$$y_{nk} = \sum_{j=1}^M a_j y_{(n-j)k} + w_{nk} \quad (36)$$

که در آن، w_{nk} نویز سفید گوسی مختلط در هر دو بعد n و k می‌باشد. بر اساس (۳۲)، هر کدام از بردارهای ثانویه، دارای رابطه‌ای خطی با پارامترهای کلاتر به‌صورت رابطه (۳۷) است:

نویز سیستم یعنی $\mathbf{v}_n = [v_{1n} \ v_{2n}]$ به‌صورت زیر قابل تخمین هستند:

$$\hat{\mathbf{v}}_{1n} = \hat{\mathbf{a}}_{n/n} - \hat{\mathbf{a}}_{n-1/n-1} \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{2n} = \hat{\alpha}_{n/n} - \hat{\alpha}_{n-1/n-1} \quad (30)$$

و در نتیجه، تخمین ممان از q_n^2 و $q_n'^2$ به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\hat{q}_n^2 = \frac{1}{LM} \sum_{l=n-L+1}^n \sum_{i=1}^M |\hat{v}_{1l,i}|^2 \quad (31)$$

$$\hat{q}_n'^2 = \frac{1}{L} \sum_{l=n-L+1}^n |\hat{v}_{2l}|^2 \quad (32)$$

که $\hat{v}_{1l,i}$ به مولفه i ام بردار $\hat{\mathbf{v}}_{1l}$ اشاره دارد. از آنجا که $\hat{\mathbf{v}}_n$ به خطای حالت سیستم اشاره دارد در عمل دارای مقادیر کوچکی است و خطای مشاهدات $\hat{\mathbf{w}}_n$ غالباً مقادیر بزرگتری دارد.

پس از اجرای فیلتر کالمن، پارامترهای مدل AR کلاتر تخمین زده شده و با جایگذاری آن‌ها در معادلات (۱۴) و (۱۵) واریانس نویز مدل AR تحت دو فرضیه تخمین زده می‌شود:

$$\hat{\sigma}_0^2 \approx \frac{1}{N} \|\mathbf{u} - \mathbf{Y} \hat{\mathbf{a}}_{N|N}\|^2 \quad (33)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 \approx \frac{1}{N} \|\mathbf{u}' - \mathbf{Y}' \hat{\mathbf{a}}_{N|N}\|^2 \quad (34)$$

و با جایگذاری $\hat{\sigma}_0^2$ و $\hat{\sigma}_1^2$ در فرمول (۷)، آشکارساز پیشنهادی اول تحقق خواهد پذیرفت. این آشکارساز را ARKD^۱ می‌نامیم.

تبصره: توجه شود که رابطه (۳۳) تقریبی است؛ زیرا مدل گوس-مارکف (۲۵) به‌طور ضمنی از پیش فرضیه H_1 استفاده می‌کند؛ در واقع به‌نوعی می‌توان گفت به‌دست‌آمده در الگوریتم فوق، $\hat{\mathbf{a}}_1$ را به ما می‌دهد. به‌راحتی می‌توان $\hat{\mathbf{a}}_0$ را توسط فیلتر کالمن مشابهی با یک بُعد کمتر به‌دست آورد. کافی است در روابط گوس-مارکف (۲۵)، α را مساوی صفر قرار داد و بُعد آخر بردار حالت را حذف کرده و از همان روابط فیلتر قبلی با یک بُعد کمتر و به‌ازاء $\alpha=0$ استفاده کرد. با این حال، نتایج حاصل از شبیه‌سازی کامپیوتری نشان می‌دهند آشکارساز حاصل در این حالت، دارای عملکردی بسیار نزدیک به آشکارساز فوق‌الذکر بوده و لذا برای جلوگیری از افزایش بی‌دلیل حجم محاسبات از همان رابطه تقریبی (۳۳) استفاده می‌کنیم.

¹ Constant False Alarm Rate

¹ Auto-Regressive Kalman-based Detector

خلاصه بیان می‌شود:

روابط فیلتر کالمن در حالت به‌هنگام کردن داده:

$$\hat{\mathbf{a}}_{k/k} = \hat{\mathbf{a}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{\Pi}_k \hat{\mathbf{a}}_{k/k-1})$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{\Pi}_k^H (\mathbf{\Pi}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{\Pi}_k^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1}$$

$$\mathbf{P}_{k/k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{\Pi}_k) \mathbf{P}_{k/k-1}$$

روابط فیلتر کالمن در حالت به‌هنگام کردن زمان:

$$\hat{\mathbf{a}}_{k/k-1} = \hat{\mathbf{a}}_{k-1/k-1}$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{P}_{k-1/k-1} + \mathbf{Q}_k$$

از آنجا که در عمل، ماتریس‌های کوواریانس $\mathbf{Q}_k = q_k^2 \mathbf{I}_M$ و $\mathbf{R}_k = \sigma_k^2 \mathbf{I}_N$ در اختیار نیستند، در طی اجرای فیلتر کالمن، می‌توان این ماتریس‌ها را نیز به‌طور وفقی تخمین ممان زد.

برای تخمین σ_k^2 می‌توان از رابطه دوم (۳۹) نویز مشاهدات را به‌صورت زیر تخمین زد:

$$\hat{\mathbf{w}}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{\Pi}_k \hat{\mathbf{a}}_{k/k-1} \quad (۴۱)$$

و در نتیجه تخمین ممان از σ_k^2 به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{LN} \sum_{l=k-L+1}^k \sum_{i=1}^N |\hat{w}_{l,i}|^2 \quad (۴۲)$$

که $\hat{w}_{l,i}$ مولفه i ام $\hat{\mathbf{w}}_l$ می‌باشد. به‌طور مشابه برای تخمین q_k^2 می‌توان از رابطه اول (۳۹)، تخمین مولفه‌های نویز سیستم را به‌صورت زیر نوشت:

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \hat{\mathbf{a}}_{k/k} - \hat{\mathbf{a}}_{k-1/k-1} \quad (۴۳)$$

و در نتیجه، تخمین ممان از q_k^2 به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\hat{q}_k^2 = \frac{1}{LM} \sum_{l=k-L+1}^k \sum_{i=1}^M |\hat{g}_{l,i}|^2 \quad (۴۴)$$

که $\hat{g}_{l,i}$ به مولفه i ام بردار $\hat{\mathbf{g}}_l$ اشاره دارد.

پس از تخمین پارامترهای مدل AR کلاتر توسط فیلتر کالمن و از روی اطلاعات ثانویه، آنها را در معادلات (۱۴) و (۱۵) جایگذاری کرده و واریانس نویز مدل AR تحت دو فرضیه به‌صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{N} \|\mathbf{u} - \mathbf{Y} \hat{\mathbf{a}}_{K|K}\|^2 \quad (۴۵)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N} \|\mathbf{u}' - \mathbf{Y}' \hat{\mathbf{a}}_{K|K}\|^2 \quad (۴۶)$$

با جایگذاری $\hat{\sigma}_0^2$ و $\hat{\sigma}_1^2$ در فرمول (۷)، آشکارساز پیشنهادی دوم

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ y_{1k} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{Mk} & y_{(M-1)k} & \dots & y_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{(N-1)k} & y_{(N-2)k} & \dots & y_{(N-M)k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ \vdots \\ a_{Mk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ \vdots \\ w_{Nk} \end{bmatrix}, \quad (۳۷)$$

$$k = 1, \dots, K$$

در اینجا پارامترهای مجهول فقط پارامترهای مدل AR بوده و بردار متغیرهای حالت را بردار مجهول $\mathbf{a} = [a_1 a_2 \dots a_M]^T$ انتخاب می‌کنیم. با ایستادن فرض کردن مدل تداخل در محدوده سلول‌های ثانویه، پارامترهای AR در محدوده تغییرات k ، ثابت و مجهول فرض شده و داریم:

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k + \mathcal{G}_k \quad (۳۸)$$

که در آن، \mathcal{G}_k یک نویز سفید گوسی با ماتریس کوواریانس \mathbf{Q}_k می‌باشد. از روابط (۳۷) و (۳۸) به‌راحتی معادلات گوس مارکف بر مبنای بردار حالت \mathbf{a}_k به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

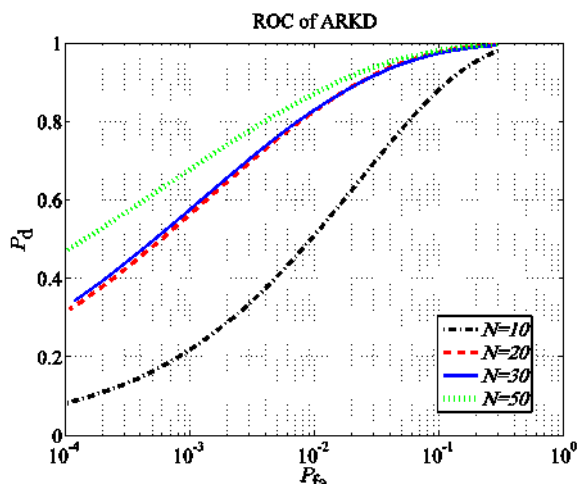
$$\begin{cases} \mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k + \mathcal{G}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{\Pi}_k \mathbf{a}_k + \mathbf{w}_k \end{cases}, \quad k = 1, \dots, K \quad (۳۹)$$

که در آن، بردار نویز سفید گوسی با ماتریس کوواریانس قطری $\mathbf{R}_k = \sigma^2 \mathbf{I}_N$ و ماتریس مشاهدات $\mathbf{\Pi}_k$ دارای رابطه زیر است:

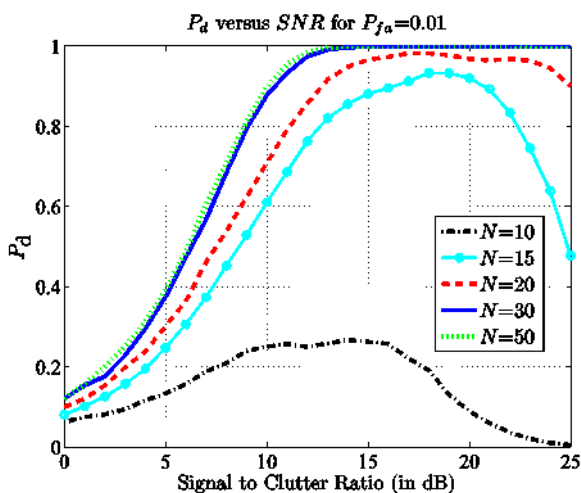
$$\mathbf{\Pi}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ y_{1k} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{Mk} & y_{(M-1)k} & \dots & y_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{(N-1)k} & y_{(N-2)k} & \dots & y_{(N-M)k} \end{bmatrix}_{N \times M} \quad (۴۰)$$

اندیس k در عبارات بالا نشان‌دهنده شماره سلول ثانویه به‌کار گرفته‌شده بوده، یعنی برای تخمین پارامترهای AR کلاتر توسط فیلتر کالمن، این الگوریتم در هر مرحله به‌طور متوالی از بردار دریافتی هر سلول ثانویه k ام به‌عنوان ورودی مشاهدات استفاده کرده و لذا تعداد مراحل فیلتر کالمن به تعداد سلول‌های ثانویه (K بار) می‌باشد. لذا معادلات مربوط به فیلتر کالمن به‌صورت زیر به‌طور

می‌شود. برای بررسی بیشتر این آشکارساز، در شکل ۲ منحنی‌های احتمال آشکارسازی بر حسب SNR برای مقادیر مختلف N ، به ازاء $f_d=1\text{rad}$ و $P_{fa}=0.01$ نمایش داده شده‌اند. همانگونه که انتظار می‌رود، با افزایش تعداد داده‌های اولیه، عملکرد تخمین‌گر بهتر شده و عملکرد آشکارساز بهتر می‌شود. با این حال، با افزایش تعداد داده‌ها، نرخ بهبود کاهش یافته به‌نحوی که تقریباً از تعداد داده ۳۰ به مقدار مقبولی می‌رسد. نکته قابل توجه این است که اگر تعداد داده‌ها از حدی کمتر باشد، فیلتر کالمن فرصت لازم برای عبور از حالت گذرا را پیدا نکرده و حتی با افزایش SNR به عملکرد مورد انتظار نرسیده و بلکه بدتر هم می‌شود. این مسئله به ازاء $N=10$ در شکل ۲ مشخص می‌باشد. دلیل آن این است که در تعداد کم داده، با افزایش SNR ، کلاتر در مقابل سیگنال ضعیف‌تر شده و تخمین‌گر ضرائب مدل کلاتر، به تعداد نمونه‌های بیشتری برای همگرایی به جواب نیاز دارد. البته در فیلترینگ بهینه، راهکارهایی برای بهبود این مسئله قابل طرح هستند که در تحقیقات آتی می‌توانند مدنظر قرار گیرند.



شکل ۱. منحنی‌های ROC آشکارساز ARKD برای $SNR=10\text{ dB}$ و $f_d=1\text{rad}$ به ازاء N های متفاوت.



شکل ۲. منحنی‌های احتمال آشکارسازی بر حسب SNR آشکارساز ARKD برای $f_d=1\text{rad}$ و $P_{fa}=0.01$ به ازاء N های متفاوت.

تحقق خواهد پذیرفت. این آشکارساز را $ARKSD^1$ می‌نامیم. در بخش بعدی خواهیم دید که با بهره‌گیری از فیلتر کالمن بر مبنای داده‌های ثانویه با طول داده بسیار کمتر، به نتایج بسیار بهتری نسبت به آزمون ARGLR دست پیدا خواهیم کرد.

۴. ارزیابی آشکارسازهای پیشنهادی توسط شبیه‌سازی کامپیوتری

در این بخش، کارایی آشکارسازهای پیشنهادی در مقایسه با آشکارساز ARGLR را برای تعداد داده محدود با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو^۲ مورد بررسی قرار خواهیم داد. برای مقایسه عملکرد آشکارسازها از منحنی‌های تغییرات احتمال آشکارسازی (P_d) بر حسب احتمال هشدار غلط (P_{fa}) در یک سیگنال به تداخل ثابت (SNR) استفاده کرده که اصطلاحاً به مشخصه عملکرد گیرنده یا ROC^3 موسوم می‌باشند. ضمناً برای بررسی بیشتر، از منحنی‌های تغییرات احتمال آشکارسازی بر حسب سیگنال به تداخل در یک احتمال هشدار غلط ثابت نیز استفاده خواهیم کرد. در مدل‌سازی کلاتر زمین به‌صورت یک فرایند AR، معمولاً مرتبه مدل را کوچکتر از ۴ فرض می‌کنند. در این شبیه‌سازی تداخل را به عنوان یک فرایند نرمال AR با مرتبه ۲ با ضرائب $a=[-0.2+0.2i; 0.3]$ فرض می‌کنیم [۲]. در تولید سیگنال‌های تداخل و هدف در شبیه‌سازی کامپیوتری، تداخل با توجه به معلوم بودن پارامترهای AR و واریانس نویز سفید جمع‌شونده، از روی مدل AR تولید می‌شود. در این حالت ماتریس کوواریانس تداخل R_N ، با توجه به مدل معلوم AR تداخل معلوم خواهد بود. در [۲] نسبت سیگنال به تداخل به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$SNR = |\alpha|^2 \mathbf{s}^H \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{s} \quad (47)$$

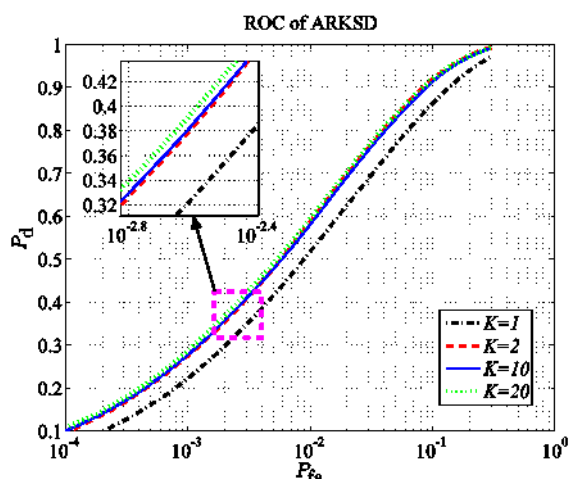
که با فرض معلوم بودن شیفت داپلر هدف، برداری معلوم است. لذا در شبیه‌سازی برای پیدا کردن α مرتبط با SNR مورد نظر، از فرمول بالا برای محاسبه دامنه آن استفاده شده و فاز آن بصورت تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[-\pi, \pi]$ تعیین می‌شود. ابتدا رفتار هر آشکارساز را به تنهایی در حالات مختلف بررسی کرده و سپس به مقایسه آنها با یکدیگر خواهیم پرداخت.

برای بررسی آشکارساز پیشنهادی با استفاده از فیلتر کالمن مبتنی بر داده‌های اولیه یا ARKD، در ابتدا منحنی‌های ROC این آشکارساز در مقادیر $SNR=10\text{ dB}$ و $f_d=1\text{rad}$ و به ازاء مقادیر مختلف طول بردار دریافتی (N) در شکل ۱ نمایش داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش طول داده اولیه، عملکرد آشکارساز بهتر

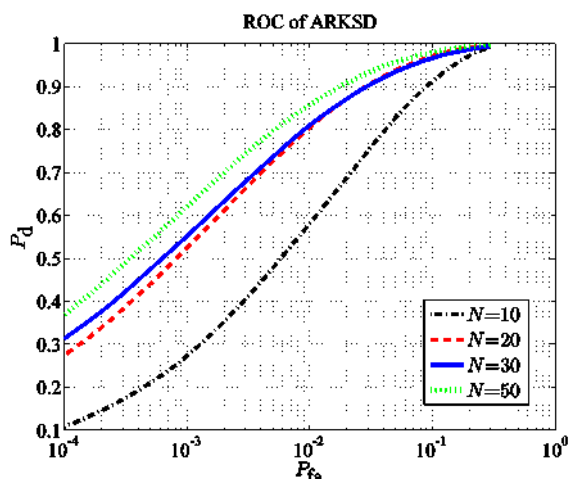
¹ Kalman-Based Secondary-data Auto-Regressive Detector

² Monte-Carlo

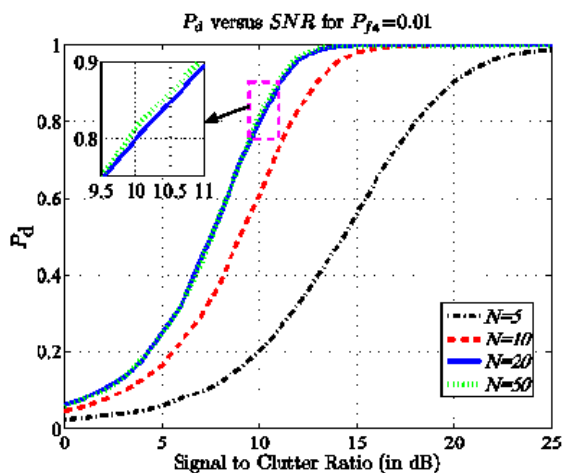
³ Receiver Operating Characteristic



شکل ۳. منحنی‌های ROC آشکارساز ARKSD برای $SNR=10$ dB و $f_d=1$ rad به ازاء $N=10$ و K های متفاوت.



شکل ۴. منحنی‌های ROC آشکارساز ARKSD برای $SNR=10$ dB و $f_d=1$ rad به ازاء $K=2$ و N های متفاوت.



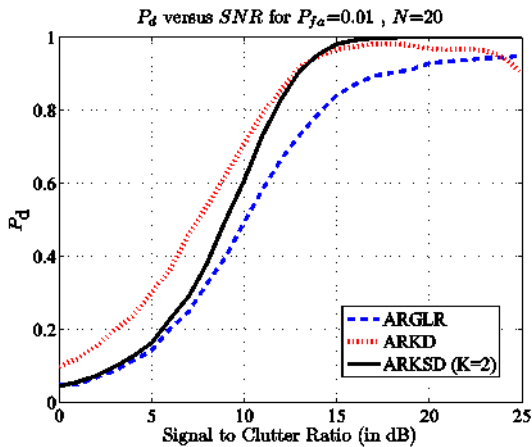
شکل ۵. منحنی‌های احتمال آشکارسازی بر حسب SNR آشکارساز ARKSD برای $K=2$ ، $P_{fa}=0.01$ و $f_d=1$ rad به ازاء N های متفاوت.

در شکل‌های ۳ و ۴ به بررسی عملکرد آشکارساز پیشنهادی با استفاده از فیلتر کالمن مبتنی بر داده‌های ثانویه یا ARKSD به ازاء تغییرات تعداد داده ثانویه K و تعداد داده اولیه N پرداخته شده است. در هر دو شکل، مقادیر $SNR=10$ dB و $f_d=1$ rad فرض شده‌اند. در شکل ۳، منحنی‌های ROC این آشکارساز برای $N=10$ و به ازاء مقادیر مختلف تعداد بردار ثانویه مورد استفاده در تخمین (K) نمایش داده شده است. همانگونه که انتظار می‌رود با افزایش K عملکرد آشکارساز بهبود می‌یابد؛ ولی آنچه از این شکل قابل تامل است اینک، این آشکارساز با تعداد داده ثانویه کمی به حداکثر عملکرد خود رسیده و نتیجتاً می‌توان گفت که فیلتر کالمن به عنوان یک تخمین‌گر قدرتمند، می‌تواند با تعداد بردار ثانویه کم نیز پارامترهای مورد نیاز آشکارساز را بخوبی تخمین بزند. این که این آشکارساز نیازمند به تعداد بردارهای ثانویه بالایی نیست خود به نوعی مزیت محسوب می‌شود، چراکه می‌توان برای کاهش محاسبات از تعداد داده ثانویه کمتری استفاده کرد.

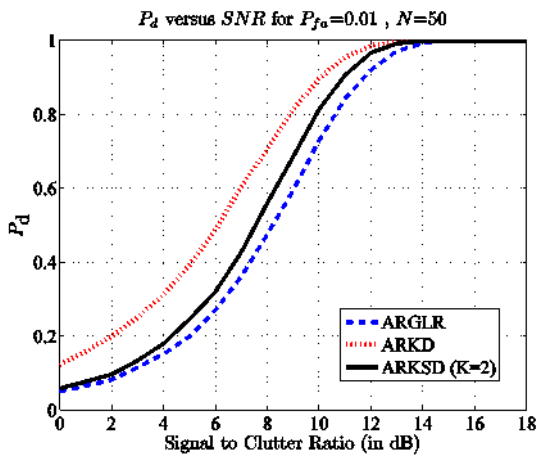
در شکل ۴ نیز منحنی‌های ROC آشکارساز ARKSD برای $K=2$ و به ازاء مقادیر مختلف تعداد نمونه‌های داده اولیه (N) نمایش داده شده است. همانطور که در این شکل مشخص است، همگرایی این آشکارساز با افزایش طول نمونه‌های سلول‌ها سرعت کمتری نسبت به افزایش تعداد داده ثانویه دارد. به عبارت دیگر، با افزایش N ، آشکارسازی همچنان روند بهبودی خود را ادامه داده و از این لحاظ شباهت زیادی به آشکارساز ARKSD (و آشکارساز ARGRL) دارد.

در شکل ۵، منحنی‌های احتمال آشکارسازی بر حسب SNR آشکارساز ARKSD برای مقادیر مختلف N به ازاء $f_d=1$ rad و $P_{fa}=0.01$ نمایش داده شده‌اند. همانگونه که انتظار می‌رود، با افزایش تعداد نمونه‌های اولیه، عملکرد تخمین‌گر و در نتیجه، آشکارساز بهتر می‌شود؛ ولی مشابه آشکارساز ARKSD با رسیدن تعداد نمونه‌ها به ۲۰، روند بهبود به یک حالت اشباع می‌رسد.

در ادامه به مقایسه عملکرد دو آشکارساز پیشنهادی و آشکارساز ARGRL می‌پردازیم. در تمام مقایسه‌ها $f_d=1$ rad در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۸. مقایسه احتمال آشکارسازی بر حسب SNR آشکارسازهای پیشنهادی برای $P_{fa}=0.01$ و $f_d=1\text{rad}$ برای طول بردار کم $N=20$

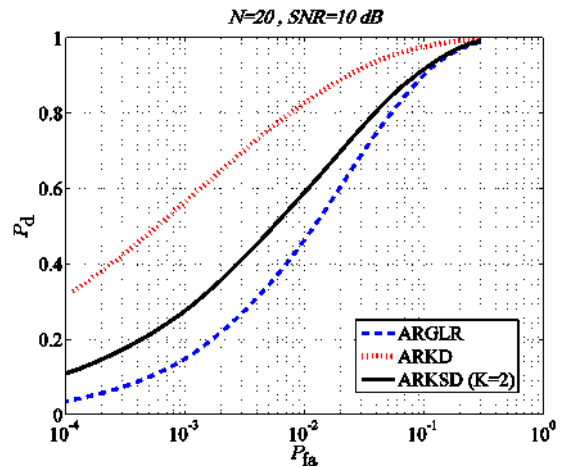


شکل ۹. مقایسه احتمال آشکارسازی بر حسب SNR آشکارسازهای پیشنهادی برای $P_{fa}=0.01$ ، $f_d=1\text{rad}$ ، برای طول داده متوسط $N=50$

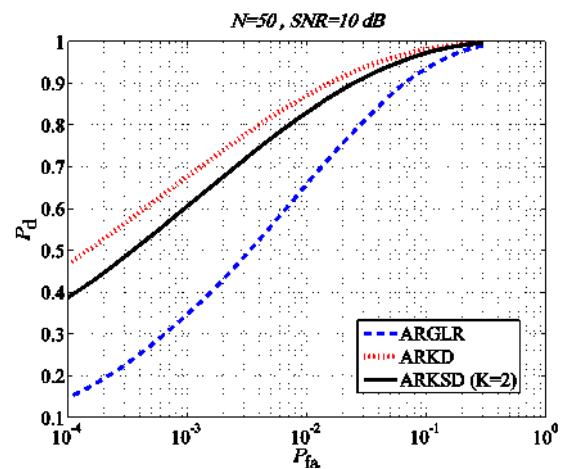
۵. نتیجه گیری

در این مقاله برای آشکارسازی و فقی اهداف راداری در کلاتر گوسی، بر اساس مدل AR برای کلاتر، سعی گردید با تعمیم آشکارساز ARGLR، کارایی آشکارسازی و فقی بهبود یابد. با استفاده از فیلتر کالمن در تخمین ضرائب مدل AR، آشکارسازهای ARKD و ARKSD پیشنهاد شدند. آشکارسازهای پیشنهادی از آشکارساز ARGLR کارتر و مطلوب تر بودند. به ویژه برای طول داده اولیه کمتر، این برتری کاملاً مشهود بود. اگرچه آشکارساز ARKD به عنوان آشکارساز برتر توصیه شد ولی در صورت امکان، استفاده از داده های ثانویه (حتی به تعداد کم) آشکارساز ARKSD به عنوان یک آشکارساز کارآمد در SNR بالا و به ویژه در N کم قابل طرح است. برای تعداد خیلی زیاد نمونه های داده اولیه و یا برای SNR خیلی بالا، آشکارساز ARGLR دارای عملکرد مطلوبی خواهد بود و با توجه به الگوریتم نسبتاً ساده تر می تواند الگوریتم برتر محسوب شود؛ البته

شکل های ۶ و ۷، منحنی های ROC این آشکارسازها را در مقدار $SNR=10\text{dB}$ به ازاء دو مقدار مختلف طول داده اولیه یعنی به ترتیب $N=20$ و $N=50$ مورد مقایسه قرار داده اند. ملاحظه می شود در هر دو حالت، عملکرد آشکارسازهای پیشنهادی از آشکارساز ARGLR بهتر بوده و آشکارساز ARKD بر آشکارساز ARKSD برتری دارد. در حالت $N=50$ که تعداد نمونه ها افزایش یافته است، عملکرد ARGLR به آشکارسازهای دیگر نزدیک تر شده، که به علت استفاده از تخمین ML در این آشکارساز، قابل پیش بینی بود. در شکل های ۸ و ۹، منحنی های احتمال آشکارسازی بر حسب SNR این آشکارسازها به ازاء $f_d=1\text{rad}$ و $P_{fa}=0.01$ به ازاء دو مقدار متفاوت به ترتیب $N=20$ و $N=50$ نمایش داده شده اند. در این شکل ها نیز برتری آشکارسازهای پیشنهادی بر ARGLR مشهود است. البته برای SNR بزرگ و به ویژه برای N های کوچک، به علت دلایلی که در توضیحات شکل ۲ بیان شد، ARKSD آشکارساز برتر می شود.



شکل ۶. مقایسه آشکارسازهای پیشنهادی با ARGLR برای $SNR=10\text{dB}$ و $f_d=1\text{rad}$ ، برای طول داده کم $N=20$



شکل ۷. مقایسه آشکارسازهای پیشنهادی با ARGLR برای

$SNR=10\text{dB}$ و $f_d=1\text{rad}$ ، برای طول داده متوسط $N=50$

- [13] C. D. Richmond, "Performance of the adaptive sidelobe blanker detection algorithm in homogeneous environments", *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 48, No. 5, pp. 1235-1247, May 2000.
- [14] C. J. Coleman, "A model of HF sky wave radar clutter", *Radio Science*, Vol.31, No.4, pp. 869-875, Jul.-Aug. 1996.
- [15] D. Ramakrishnan, and J. Krolik, "Adaptive radar detection in doubly nonstationary autoregressive Doppler spread clutter", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 45, No. 2, pp.489-501, April 2009.
- [16] A. Sheikhi, A. Zamani, M. Hatam, and M. Karimi, "Model based adaptive detection algorithm with low secondary data support", 10th Int. Conf. on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA 2010), pp.177-180, 10-13 May 2010.
- [17] S. K. Bolisettiy, K. Ahmedz, M. Patwaryy, and M. Abdel-Maguidy, "Compressive parametric GLRT detector for airborne MIMO radar", *Int. Conf. on 2011 IEEE Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)*, Nanjing, China, pp.1-5, 9-11 Nov. 2011.
- [18] V. Carotenuto, A. De Maio, A. Aubry, and G. Foglia, "Adaptive radar detection based on multiple a-priori models", *IEEE Int. Conf. on Radar*, Ottawa, Canada, pp.1-5, May 2013.
- [19] D. Simon, "Optimal State Estimation", John Wiley & sons, 2006.

نباید فراموش کرد که فرض تعداد نمونه داده یا SNR خیلی زیاد، فرض چندان معقول و عملی در رادار نیست. ضمناً در تحقیقات آتی می‌توان عملکرد آشکارسازهای پیشنهادی را با آشکارساز ARGLR که از داده‌های ثانویه استفاده می‌کند مورد مقایسه قرار داد.

۶. مراجع

- [1] E. J. Kelly, "An adaptive detection algorithm", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 22, No. 2, pp.115-127, Mar. 1986.
- [2] A. Sheikhi, M. M. Nayebi, and M. R. Aref, "Adaptive detection algorithm for radar signals in autoregressive interference", *IEE Proc. on Radar, Sonar Navig.*, Vol. 145, No. 5, pp. 309-314, Oct. 1998.
- [3] A. Sheikhi, M. M. Nayebi, and M. R. Aref, "A powerful practical coherent adaptive radar detector", *CIE Int. Conf. on Radar*, Beijing, China, pp.405-409, Oct. 2001.
- [4] S. M. Kay, "More accurate autoregressive parameter and spectral estimates for short data records", *Proc. Int. ASSP workshop on Spectral estimation*, Hamilton, Ontario, Canada, 17-18 Aug. 1981.
- [5] S. M. Kay, "Asymptotically optimal detection in unknown colored noise via autoregressive modeling", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 31, No. 4, pp.927-940, Aug. 1983.
- [6] S. Haykin, and A. Steinhardt, "Adaptive radar detection and estimation", John Wiley & Sons, 2007.
- [7] S. Haykin, B. W. Currie, and S. B. Kesler, "Maximum entropy spectral analysis of radar clutter", *Proc. IEEE*, Vol. 70, No. 9, pp.953-962, Sep. 1982.
- [8] Qi-Tu. Zwang, S. Haykin, "Adaptive radar detection", *Electronics Letters*, Vol. 21, No. 18, pp.808-810, 29th Aug. 1985.
- [9] M. R. Moniri, M. M. Nayehi, and A. Sheikhi, "A multi-channel auto-regressive GLR detector for airborne phased array radar applications", *IEEE Int. Conf. on Radar*, pp.206-211, 3-5 Sep. 2003.
- [10] S. Suvorova, B. Moran, and M. Viola, "Adaptive modeling of sea clutter and detection of small targets in heavy clutter", *IEEE Int. Conf. on Radar*, pp.614-618, 3-5 Sep. 2003.
- [11] A. Sheikhi, A. Zamani, and Y. Norouzi, "Model-based adaptive target detection in clutter using MIMO radar", *CIE Int. Conf. on Radar*, pp.1-4, Oct. 2006.
- [12] A. Sheikhi, A. Zamani, M. Hatam, and M. Karimi, "Model based adaptive detector with low secondary data support", *Int. Symposium on Radar*, Wroclaw, pp.1-4, 21-23 May 2008.

Adaptive Radar Signal Detection in Gaussian Clutter with Autoregressive Model Using Kalman Filter

M. R. Taban*, A. Sheikh Mozaffari

* Yazd University

(Received: 27/07/2014, Accepted: 18/12/2014)

Abstract

In this paper, we deal with the problem of adaptive coherent signal detection in Gaussian interference (clutter plus noise) for surveillance pulse radars. Some of the adaptive radar detectors exploit the AR model for clutter. Most of these detectors have been obtained using the GLR test. This test relies on the maximum likelihood estimation whose accuracy depends on the number of data. Whereas, the length of data is not too long in practical applications, and because of the recursive nature of AR model, in this paper we suggest two methods for estimating the clutter parameters using the Kalman filter based on the initial and secondary data respectively. According to these methods, we propose two adaptive detectors called ARKD and ARKSD. Our investigations show that the proposed Kalman filter-based detectors improve the detection performance especially in low number data.

Keywords: Adaptive Detection, Autoregressive Clutter, Kalman Filter