

## طراحی و تنظیم کنترل پیش بین برای مدل غیرخطی بالگرد با استفاده از توابع لاگر و ارزیابی آن با شاخص های پیشنهادی

علی یادگاری<sup>۱</sup>، محمدصادق نظری<sup>۲</sup> و نعمت اله قهرمانی<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی برق

دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۶/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۱۳)

### چکیده

یکی از چالش های مهم در اجرای روش کنترل پیش بین به ویژه در سامانه های سریع، حجم محاسباتی بالای آن می باشد. برای کاهش حجم محاسبات این روش، از بسط توابع لاگر استفاده می شود. در این مقاله، روش کنترل پیش بین خطی با استفاده از توابع لاگر برای مدل غیرخطی دینامیک پرواز یک بالگرد دارای خلبان در وضعیت ایستا و با در نظر گرفتن قیود سیگنال کنترل و نرخ آن ارائه شده است. با استفاده از دو شاخص قابلیت مانور و حذف تداخل ورودی های کنترل، پارامترهای کنترل پیش بین در مدل غیرخطی تنظیم شده و سپس میزان کارایی روش پیشنهادی در طراحی سامانه کنترل پرواز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در سامانه کنترل طراحی شده، با در نظر گرفتن نامعینی ها در مدل فضای حالت، مقاومت روش ارائه شده با استفاده از شبیه سازی غیرخطی بررسی و با روش کنترل پیش بین تعمیم یافته مقایسه شده است. شبیه سازی ها نشان می دهد روش کنترل پیش بین مبتنی بر توابع لاگر علاوه بر مزایای عمومی روش کنترل پیش بین تعمیم یافته، از مزیت کاهش زمان محاسباتی برخوردار بوده و در عملکرد نیز دو شاخص پیشنهادی در محدوده سطح یک قرار گرفته اند.

**واژه های کلیدی:** کنترل پیش بین، توابع لاگر، بالگرد، مانور ایستا، سامانه کنترل پرواز

## Application and Evaluation of Laguerre Functions in Helicopter Flight Control System Designed by Model Predictive Control

A. Yadegari, M.S. Nazari and N.O. Ghahramani

Electrical Engineering Department

Malek Ashtar University

(Received: 22/August/2016; Accepted: 1/February/2017)

### ABSTRACT

One of the major challenges in the use of predictive control systems, particularly in the fast system is computational burden. To accelerate the process and reduce the amount of computation and optimization of functions, we use the Laguerre functions. The purpose of this paper is to provide a linear predictive control method using Laguerre functions with constraints on signal and the rate control signal for a helicopter flight control system design in the status of hover maneuver. By tuning parameters of predictive control in nonlinear model, the performance of the proposed method evaluate by two index entries, maneuverability and coupling effect based on standards for design a helicopter flight control system. Multiplicative uncertainty in state-space model has been described due to uncertainty on system modeling to study the robustness of the proposed method. The simulation results of this method have been compared with the results of generalized predictive control method. Simulation results show that in addition of public benefits in generalized predictive control, Laguerre predictive control has the advantage of reducing the time and burden of computation and it is clear to see that the control law we have obtained for the hovering flight condition achieve the top level performance in two categories under examination.

**Keywords:** Predictive Control, Laguerre Functions, Helicopter, Hover Maneuver, Flight Control System

۱- کارشناس ارشد: a.ali.yadegari@gmail.com

۲- کارشناس ارشد: nazari.msadegh@gmail.com

۳- دانشیار (نویسنده پاسخگو): ghahramani@aut.ac.ir

## فهرست علائم و اختصارات

## ۱- مقدمه

از جمله وسایل هوانوردی که همواره مورد توجه علاقه‌مندان به علوم هوانوردی بوده است، بالگردها می‌باشند. طراحی این وسیله در زمینه‌های سازه، دینامیک پره‌ها، سامانه کنترل و نحوه پرواز بسیار پیچیده بوده و دینامیک پیچیده آن دشواری طراحی سامانه کنترل پرواز را دو چندان می‌کند. سطح بالایی از چابکی، قابلیت مانور و انجام عملیات در محیط‌های طبیعی و نیز در شرایط نامساعد جوی الزامات طراحی برای بالگردهای امروزی است. از آنجایی که مدل دینامیکی بالگرد دارای عدم قطعیت است، لذا استفاده از روش‌های کنترل که در برابر عدم قطعیت مقاومت دارند، مورد توجه و بهره‌برداری بسیاری از محققان و طراحان قرار گرفته است [۱]. لاسیویتا کنترل‌کننده  $H_{\infty}$  را با شکل‌دهی حلقه و با استفاده از جدول‌بندی بهره بر روی یک بالگرد یاماها آر-۱۵۰ پیاده‌سازی کرده است. رویکرد مورد استفاده، حاکی از ترکیب روش‌های کنترل چند متغیره و شناسایی سامانه برای توسعه سامانه‌های کنترل پرواز و رسیدن به حد بهره و فاز مطلوب می‌باشد [۲ و ۳]. یائش روش بهینه‌سازی ناهموار را برای طراحی ثابت کنترل‌کننده بازخورد خروجی یک سامانه نامتغیر با زمان در نظر گرفته است. الزامات طراحی، عملکرد  $H_{\infty}$  را به مکان قطب‌ها محدود می‌کند و محدودیت قطب‌ها در مسئله طراحی، به مسئله نرم بی‌نهایت سامانه حلقه بسته و تابعی که در ارتباط با میرایی قطب‌هاست تبدیل می‌شود [۴]. یوان طراحی کنترل‌کننده برای کنترل سرعت و نرخ آن با توجه به نویز حسگر، اغتشاشات خارجی تندباد و نامعینی مدل را با استفاده از سنتز  $\mu$  برای یک بالگرد مقیاس کوچک انجام داده و نتایج شبیه‌سازی را به‌طور مختصر با نوع خاصی از کنترل‌کننده  $H_{\infty}$  مقایسه کرده است که در آن بهبود عملکرد سنتز  $\mu$  مشاهده می‌شود [۵]. کماشلیواس یک الگوریتم بهینه‌سازی برای طراحی خودکار کنترل‌کننده‌های تناسبی - مشتقی - انتگرالی<sup>۲</sup> را با استفاده از مشخصات تئوری بازخورد کمی و بر اساس معیار کمینه‌سازی انرژی ورودی کنترل پیشنهاد کرده است. مدل بالگرد استفاده شده در این مقاله از نوع آزمایشگاهی و با نامعینی ساختاری می‌باشد [۶]. از جمله مهم‌ترین معایب روش‌های مورد استفاده در مقالات فوق، به هنگام نبودن، حجم محاسباتی روش کنترل، انتخاب

شتاب جاذبی ( $m/s^2$ )	g
ممان اینرسی بالگرد ( $Kgm^2$ )	$I_{xx}, I_{xz}, I_{yy}, I_{zz}$
ممان‌های آیرودینامیکی در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	L, M, N
ممان‌های آیرودینامیکی بال در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	$L_{fn}, M_{fn}, N_{fn}$
ممان‌های آیرودینامیکی بدنه در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	$L_F, M_F, N_F$
ممان‌های آیرودینامیکی صفحه دم در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	$L_{tp}, M_{tp}, N_{tp}$
ممان‌های آیرودینامیکی روتور اصلی در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	$L_R, M_R, N_R$
ممان‌های آیرودینامیکی روتور دم در مرکز گرانش (دستگاه بدنی) (Nm)	$L_T, M_T, N_T$
جرم بالگرد (Kg)	$m_s$
سرعت روتور اصلی (rad/s)	$\Omega$
گشتاور موتور (Nm)	$Q_e$
مولفه‌های سرعت زاویه‌ای (rad/s)	p, q, r
مولفه‌های سرعت خطی (m/s)	u, v, w
نیروهای آیرودینامیکی خارجی در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	X, Y, Z
نیروهای آیرودینامیکی خارجی بال در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	$X_{fn}, Y_{fn}, Z_{fn}$
نیروهای آیرودینامیکی خارجی بدنه در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	$X_F, Y_F, Z_F$
نیروهای آیرودینامیکی خارجی صفحه دم در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	$X_{tp}, Y_{tp}, Z_{tp}$
نیروهای آیرودینامیکی روتور اصلی در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	$X_R, Y_R, Z_R$
نیروهای آیرودینامیکی خارجی روتور دم در راستای سه‌محور (دستگاه بدنی) (N)	$X_T, Y_T, Z_T$
زوایای اوپلر (rad)	$\phi, \theta, \psi$
گام کالکتیو روتور اصلی (rad)	$\theta_0$
گام کالکتیو روتور دم (rad)	$\theta_{or}$
گام سایکلیک عرضی (rad)	$\theta_{lc}$
گام سایکلیک طولی (rad)	$\theta_{ls}$

1- Yamaha R-50

2- Proportional Integral Derivative (PID)

شده تست پروازی نیز موید این مطلب است. بوت کنترل مود لغزشی و تحلیل پایداری لیاپانوف را به‌روش مستقیم برای ردیابی ارتفاع مرجع متغیر با زمان یک بالگرد در حضور اغتشاشات ساختاری و غیرساختاری مورد بررسی قرار داده است. همچنین در مقاله اثبات شده است که نتایج همگرایی زمان محدود برای سطح لغزش معمولی معتبر است [۱۱]، هرچند به‌نظر می‌رسد به دلیل نرم نبودن سیگنال‌های ورودی کنترل، پیاده‌سازی این روش چندان عملی نباشد. نودلند، طراحی کنترل‌کننده بهینه را با استفاده از بازخورد خروجی برای ردیابی مسیر یک بالگرد بدون سرنشین با استفاده از شبکه عصبی انجام داده است. سامانه کنترل بازخورد خروجی از روش گام به عقب و از معادله هامیلتون- جاکوبین- بلمن<sup>۴</sup> با افق نامحدود برای آموزش و محاسبات ورودی کنترل بهینه مربوطه برای کمینه کردن تابع هزینه استفاده می‌کند [۱۲]. در این مقاله نیز استفاده از افق نامحدود و پیاده‌سازی دشوار از معایب مسئله می‌باشد.

یکی از روش‌های کنترل که امروزه در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار گرفته است، کنترل پیش‌بین می‌باشد. این روش به دلیل به‌هنگام بودن، قابلیت اجرایی، سادگی طراحی و همچنین خواص مقاوم بودن نسبت به بسیاری از روش‌های کنترل برتری دارد [۱۳-۱۴]. این روش با وجود مزایای بسیار، دارای حجم محاسبات بالایی است و این موضوع می‌تواند در مسئله زمان حقیقی و پیاده‌سازی عملی یک چالش محسوب شود. در [۱۴-۱۵] نشان داده شده است که حجم محاسبات روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر توابع لاگر به‌طور کلی نسبت به روش پیش‌بین تعمیم یافته انتگرالی کمتر می‌باشد. پالمو نشان داده که توابع لاگر چگونه می‌تواند قابلیت پیاده‌سازی مسئله بهینه‌سازی را در عمل با کاهش محاسبات به‌هنگام و ذخیره داده، افزایش دهد [۱۶]. ژیانگ برای پوشش نامعینی در سامانه غیرخطی زمان گسسته، از کاربرد توابع لاگر در روش پیش‌بینی مبتنی بر مدل استفاده و بهبود نتایج حالت گذرا را در آن نشان داده است [۱۷].

در این مقاله طراحی سامانه کنترل پرواز با روش پیش‌بین برای مدل شش درجه آزادی یک بالگرد مقیاس واقعی لینکس ساخت شرکت وستلند انجام گرفته است. در این مقاله

بهره‌های کنترل در روش طراحی با استفاده از مصالحه نسبتاً طولانی، مقید بودن روش به مسئله نامعینی ساختاری و بعضاً در نظر نگرفتن مدل شش درجه آزادی می‌باشد. کونز طراحی کنترل پیش‌بین را برای یک بالگرد مقیاس کوچک انجام و مورد آزمایش عملی قرار داده است. مدل دینامیک بالگرد در نهایت به‌صورت یک سامانه خطی متغیر با زمان مورد استفاده قرار گرفته و نتایج این روش نسبت به روش PID مقایسه شده است. طبق نتایج ارائه شده، عملکرد روش کنترل پیش‌بین نسبت به روش کنترل PID برتری دارد [۷]. سانگ، روش کنترل پیش‌بین را برای طراحی بالگرد مقیاس کوچک در یک پرواز کامل استفاده و دینامیک پرواز را به همراه نامعینی سامانه‌ای و اثر تأخیر مدل کرده است. کنترل پیش‌بین بر اساس تخمین خطای مدل و باند آن جهت جبران بهینه خطای تأخیر پیشنهاد و روش پیشنهادی بر روی بالگرد سروهلی-۴۰<sup>۱</sup> پیاده‌سازی شده و مورد آزمایش قرار گرفته است [۸]. مهمترین اشکال در دو مقاله فوق، حجم محاسباتی روش با استناد به پارامتر افق پیش‌بینی و کنترل گزارش شده در مقالات می‌باشد. بودیانو با استفاده از تئوری کنترل بهینه و مسئله فیود بر روی سیگنال کنترل برای یک بالگرد مدل مقیاس کوچک، مسئله طراحی کنترل‌کننده ردیاب را برای یک مسیر از پیش تعیین‌شده، انجام داده است. همچنین وزن‌دهی بین عملکرد ردیابی متغیرهای حالت و قدرت کنترل نیز مورد تجزیه و تحلیل واقع شده است [۹]. در این مقاله در خصوص مقاوم بودن روش کنترل بهینه به نامعینی‌ها اشاره‌ای نشده است و حال آن‌که عمدتاً این روش‌ها در برابر نامعینی‌ها رفتار قابل قبولی ندارند. پنگ طراحی و پیاده‌سازی سامانه کنترل پرواز را برای بالگرد مقیاس کوچک هلیون<sup>۲</sup> انجام داده است. روش استفاده شده در این مقاله یک روش کنترل غیرخطی جدید با نام کنترل بازخورد غیرخطی مرکب<sup>۳</sup> با دینامیک معکوس می‌باشد. طراحی در سه مرحله انجام می‌شود که مرحله اول مربوط به بیان هسته روش کنترل استفاده شده، مرحله دوم جدول‌بندی پرواز و ساخت فرمان و مرحله سوم پیاده‌سازی و تایید در تست پروازی بر روی بالگرد یاد شده می‌باشد [۱۰]. بررسی استانداردهای طراحی در این روش با وجود طراحی نسبتاً مشکل و به‌هنگام نبودن نشان می‌دهد که سامانه کنترل عملکرد مطلوبی داشته و نتایج ارائه

1- ServoHeli-40

2- Hellion

3- Composite

4- Hamilton Jacobi Bellman

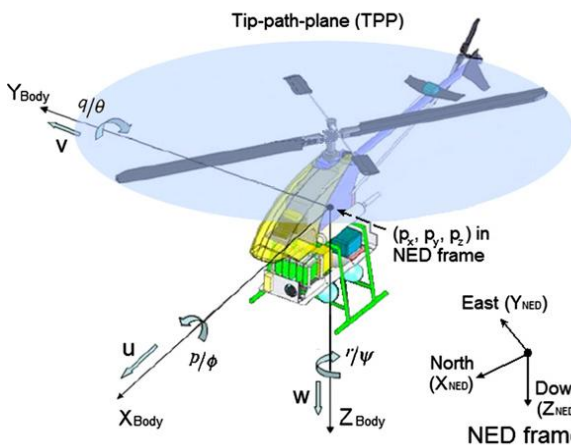
آن‌ها و همچنین مطلوب بودن مشخصات تعیین شده می‌باشد. مدل دینامیکی بالگرد چگونگی پاسخ به چهار ورودی کنترل یاد شده را بیان می‌کند. مدلی که در این مقاله برای بالگرد در نظر گرفته شده، دارای شش متغیر قابل اندازه‌گیری در خروجی، دوازده متغیر جهت توصیف سامانه پرواز و چهار ورودی کنترل می‌باشد و سامانه کنترل پرواز باید در سناریوی پروازی ایستا، متغیرهای سرعت خطی و زاویه‌ای (متغیرهای قابل اندازه‌گیری) را به شرط قرار داشتن تلاش کنترلی در محدوده مجاز، کنترل کند. شکل ۱ متغیرهای مدل دینامیکی را بر روی یک بالگرد نشان می‌دهد.

باتوجه به مدل بالگرد مورد استفاده، حرکت شش درجه آزادی بدنه صلب بالگرد به صورت زیر بیان می‌شود [۱ و ۱۸]:  
۱. معادلات سرعت خطی

$$\dot{u} = rv - qw + \frac{X}{m_s} - g \sin \theta \quad (1)$$

$$\dot{v} = pw - ru + \frac{Y}{m_s} + g \sin \phi \cos \theta \quad (2)$$

$$\dot{w} = qu - pv + \frac{Z}{m_s} + g \cos \phi \cos \theta \quad (3)$$



شکل (۱): متغیرهای مدل دینامیکی بر روی یک بالگرد [۱۰].

۲. معادلات سرعت زاویه‌ای

$$\dot{p} = (c_1 r + c_2 p)q + c_3 L + c_4 N \quad (4)$$

$$\dot{q} = c_5 pr - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 M \quad (5)$$

$$\dot{r} = (c_8 p - c_2 r)q + c_4 L + c_9 N \quad (6)$$

ضرایب معادلات ممان به صورت (۷) تعریف می‌شود.

ابتدا از روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته انتگرالی<sup>۱</sup> در طراحی سامانه کنترل پرواز استفاده شده و سعی گردیده محدودیت‌های روش‌های قبلی از جمله نابه‌هنگام بودن محاسبات و در نظر گرفتن قیود ورودی رفع شود سپس کنترل پیش‌بین بر اساس توابع لاگر استخراج و قیود ورودی در تابع هزینه کنترل پیش‌بین در نظر گرفته شده است. این روش را می‌توان با در نظر گرفتن ملاحظات به‌هنگام نمود و برای پیاده‌سازی به صورت زمان حقیقی در عمل به کار برد. همچنین در نظر گرفتن قیود ورودی کنترل و نرخ آن در ایجاد سیگنال کنترل نرم نقش موثری داشته و طبعاً در پیاده‌سازی عملی نیز حائز اهمیت است. یکی دیگر از محاسن روش ارائه شده، بستن حلقه کنترل با مدل غیرخطی یک بالگرد مقیاس واقعی و شبیه‌سازی شش درجه آزادی آن در حضور نامعینی‌ها و تنظیم مجدد پارامترهای روش کنترل پیشنهادی برای دستیابی به سطح یک در شاخص‌های پیشنهادی می‌باشد. این مهم باتوجه به پیچیده نبودن روش طراحی کنترل پیش‌بین پیشنهادی به سادگی قابل انجام می‌باشد؛ در صورتی که این موضوع عمدتاً در طراحی روش‌های کنترل مقاوم به سادگی قابل انجام نیست. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی در حضور نامعینی‌ها رفتار مطلوبی داشته و توانسته به محدوده سطح یک در شاخص‌های مذکور برسد.

ادامه این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش دوم دینامیک بالگرد مدل می‌شود. بخش سوم روند طراحی کنترل پیش‌بین با استفاده از رفتار انتگرالی و توابع لاگر را مورد بررسی قرار می‌دهد. در بخش چهارم دو شاخص استاندارد و نحوه استفاده از آن در ارزیابی روش کنترل بررسی می‌شود. بخش پنجم به طراحی سامانه کنترل پیش‌بین برای مدل بالگرد غیرخطی و نتایج شبیه‌سازی اختصاص دارد و در بخش ششم نتیجه‌گیری انجام می‌شود.

## ۲- مدل دینامیکی بالگرد

اساساً چهار ورودی کنترل در یک بالگرد وجود دارد: گام کالکتیو روتور اصلی ( $\theta_0$ )، گام‌های سایکلک ( $\theta_{1c}$ ,  $\theta_{1s}$ ) و گام کالکتیو روتور دم ( $\theta_{0T}$ ). هدف از کنترل پیش‌بین مشخص کردن چهار ورودی کنترل در هر لحظه از زمان با توجه به قیود

کنترل با وجود قیود و استفاده از توابع لاگر، برای طراحی کنترل پرواز بالگرد ارائه می‌شوند.

### ۳-۱- کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته

در اینجا با توجه به [۱۴] از رفتار انتگرالی در فضای حالت برای طراحی سامانه کنترل استفاده شده است و با روش کنترل پیش‌بین ارائه شده در [۱۳] کمی متفاوت است. در واقع به جای  $u(k)$  در برخی مراجع روش کنترل پیش‌بین از  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  استفاده می‌شود. معادلات فضای حالت به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + B_m u(k) + B_d d(k) \\ y &= C_m x_m(k) \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن،  $x$  بردار حالت‌ها با بعد  $n$ ،  $u$  بردار ورودی‌ها با بعد  $l$  و  $y$  بردار خروجی با بعد  $q$  و  $d(k)$  نویز سفید با میانگین صفر می‌باشد. با گرفتن تفاضل از دو طرف معادله (۱۶)، معادلات زیر ساخته می‌شود:

$$\begin{aligned} x_m(k+1) - x_m(k) &= A_m (x_m(k) - x_m(k-1)) \\ &+ B_m (u(k) - u(k-1)) + B_d \varepsilon(k) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Delta x_m(k+1) = x_m(k+1) - x_m(k)$$

$$\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1)$$

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) + B_d \varepsilon(k) \quad (18)$$

بردار متغیرهای حالت جدید به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$x(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

با جای‌گذاری روابط به‌دست‌آمده، رابطه (۲۰) به‌دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0_{q \times n} \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ C_m B_d \end{bmatrix} \varepsilon(k) \quad (20)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0_{q \times n} & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$$

سیگنال کنترل در زمان‌های آینده در زیر نشان داده می‌شود:

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) & \Delta u(k+1) & \dots & \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

$N_c$  افق کنترل<sup>۱</sup> نامیده می‌شود و نشان‌دهنده تعداد اعضاء سیگنال کنترل در زمان‌های آینده است که باید از طریق بهینه‌سازی تابع هزینه محاسبه شوند. متغیرهای حالت و

$$c_1 = \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_{zz} - I_{xz}^2}{\Gamma}, c_2 = \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{\Gamma}, c_3 = \frac{I_{zz}}{\Gamma}$$

$$c_4 = \frac{I_{xz}}{\Gamma}, c_5 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}, c_6 = \frac{I_{xz}}{I_{yy}}, c_7 = \frac{1}{I_{yy}} \quad (7)$$

$$c_8 = \frac{I_{xx}(I_{xx} - I_{yy}) + I_{xz}^2}{\Gamma}, c_9 = \frac{I_{xx}}{\Gamma}, \Gamma = I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2$$

۳. معادلات دینامیک وضعیت

$$\dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \quad (8)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (9)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} \quad (10)$$

۴. معادلات موقعیت

$$\dot{x} = (C_\psi C_\theta)u + (C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi C_\phi)v + (C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\theta)w \quad (11)$$

$$\dot{y} = (S_\psi C_\theta)u + (S_\psi S_\theta S_\phi - C_\psi C_\phi)v + (S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi)w \quad (12)$$

$$\dot{h} = (S_\theta)u - (S_\theta C_\theta)v - (C_\theta C_\phi)w \quad (13)$$

که در آن،  $S_a$  و  $C_a$  به ترتیب  $\sin(a)$  و  $\cos(a)$  می‌باشد. با توجه به داده‌ها در [۱۸ و ۱۹] مدل بالگرد در وضعیت ایستا حول نقطه

$$\begin{aligned} [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \Omega \ Q_e \ \theta_0 \ \theta_{1s} \ \theta_{1c} \ \theta_{0T}] \\ = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -3.15^\circ \ 3.43^\circ \ 34.0261 \\ 20630 \ 14.73^\circ \ 0.55^\circ \ 0.16^\circ \ 10.26^\circ] \end{aligned} \quad (14)$$

پس از خطی‌سازی معادلات غیرخطی حول نقطه تریم، فرم فضای حالت سامانه مدنظر به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ x &\equiv [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta]^T \end{aligned} \quad (15)$$

$$u \equiv [\theta_0 \ \theta_{1s} \ \theta_{1c} \ \theta_{0T}]^T$$

لازم به ذکر است مانور ایستا وضعیتی است که در آن، بالگرد در ارتفاع مشخصی از سطح زمین در جای خود ثابت مانده و انتظار می‌رود سرعت‌های انتقالی و زاویه‌ای پس از گذشت مدت زمانی به سمت صفر میل کنند. ضمناً در این مانور نیازی به دانستن موقعیت نیست و اهمیتی ندارد که در کدام نقطه، وضعیت ایستا صورت می‌گیرد.

### ۳- طراحی کنترل پرواز بالگرد

در این بخش، کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته، کنترل پیش‌بین مقید، کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته با استفاده از توابع لاگر و

### ۴-۳- کنترل پیش بین تعمیم یافته با استفاده از توابع

#### لاگر

بردار تغییرات سیگنال کنترل در افق کنترل به صورت زیر است:

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \ \Delta u(k_i+1) \ \dots \ \Delta u(k_i+N_c-1)]^T \quad (27)$$

سیگنال کنترل بر حسب توابع ضربه نوشته می شود:

$$\Delta u(k_i+i) = [\delta(i) \delta(i-1) \dots \delta(i-N_c+1)] \Delta U \quad (28)$$

و توابع لاگر را می توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۴].

$$\Gamma_1(z) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \quad (29)$$

$$\Gamma_2(z) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}}$$

$$\Gamma_N(z) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \left( \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \right)^{N-1}$$

پارامتر  $a$  قطب توابع لاگر بوده و برای پایداری لازم است که  $0 \leq a < 1$ . توابع لاگر متعامد می باشند و با توجه به بخش مشترکی که در همه جمله های توابع لاگر وجود دارد، می توان جملات را به صورت بازگشتی زیر نوشت.

$$\Gamma_k(z) = \Gamma_{k-1}(z) \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \quad (30)$$

$$\Gamma_1(z) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}}$$

فرم زمانی توابع لاگر به صورت زیر می باشد:

$$L(k) = [l_1(k) \ l_2(k) \ \dots \ l_N(k)]^T \quad (31)$$

$$L(k+1) = A_l L(k) \quad (32)$$

$$\beta = (1-a^2) \quad (33)$$

$$L(0)^T = \sqrt{\beta} [1 \ -a \ a^2 \ -a^3 \ \dots \ (-1)^{N-1} a^{N-1}] \quad (34)$$

مسئله ای که در مورد متعامد بودن توابع لاگر مطرح است این است که روابط نوشته شده برای افق نامحدود صادق است و اگر این افق محدود شود، ممکن است این شرط دیگر برقرار نباشد. در [۱۴] به بررسی این مسئله پرداخته شده و نتیجه ای که حاصل شده این است که انتخاب افق مناسب بستگی به سریع یا کند بودن دینامیک سامانه دارد [۱۵-۱۴]. همان طور که گفته شد می توان از توابع لاگر برای کاهش حجم محاسبات و پارامترهای مسئله استفاده کرد. برای بسط توابع متعامد از رابطه (۳۵) استفاده می شود.

خروجی ها به اندازه  $N_p$  (افق پیش بین<sup>۱</sup>) پیش بینی می شوند؛ افق کنترل می تواند با افق پیش بینی برابر و یا از آن کوچک تر باشد. بردار خروجی های پیش بینی شده سامانه در طول افق پیش بینی به صورت (۲۲) تعریف می شود.

$$Y = \left[ y(k+1|k)^T \ y(k+2|k)^T \ \dots \ x(k+N_p|k)^T \right]^T \quad (22)$$

بر اساس مدل فضای حالت، متغیرهای حالت سامانه در زمان های آینده بر اساس سیگنال کنترل زمان های آینده محاسبه می شوند و مقادیر پیش بینی شده خروجی را می توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$Y = H'x(k) + H''\Delta U \quad (23)$$

$$H' = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$H'' = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}$$

### ۲-۳- بهینه سازی

در عمل بسیاری از سامانه ها دارای محدودیت هایی هستند و بنابراین به هنگام استفاده از کنترل پیش بین باید تمام محدودیت ها در نظر گرفته شده و بهینه سازی تابع هزینه بر اساس محدودیت های سامانه انجام شود. برای حل این مسئله از الگوریتم هیلدرث می توان استفاده کرد [۱۴].

در این الگوریتم بردارهای جهت معادل با بردارهای پایه در نظر گرفته می شوند. پس از انجام همگرایی الگوریتم، بردار  $\xi^*$  شامل مقادیر مثبت و صفر خواهد بود و خواهیم داشت:

$$x = -E^{-1}(F + M^T \xi^*) \quad (25)$$

پس از پایان اجرای الگوریتم، بردار  $\xi^*$  به  $\xi^*$  همگرا می شود که عناصر مثبت مربوط به شرایط فعال و عناصر صفر مربوط به شرایط غیر فعال خواهند بود. مجموعه عناصر مثبت برداری به نام  $\gamma_{act}$  را تشکیل می دهد که مقادیر آن بر اساس رابطه (۲۶) تعریف می شوند.

$$\xi_{act}^* = -(M_{act} E^{-1} M_{act}^T)^{-1} (\gamma_{act} + M_{act} + E^{-1} F) \quad (26)$$

$M_{act}$  و  $\gamma_{act}$  بیان کننده شرایط فعال هستند [۱۴].

$$J = \eta^T \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R_L \right) \eta + 2\eta^T \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m \right) x(k_i) + \sum_{m=1}^{N_p} x(k_i) (A^T)^m Q A^m x(k_i) \quad (45)$$

برای به‌دست آوردن  $\eta$ ، از تابع هزینه به‌دست‌آمده بر حسب این پارامتر مشتق گرفته می‌شود و در نتیجه ماتریس  $\eta$  به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\eta = - \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R_L \right)^{-1} \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m \right) x(k_i) \quad (46)$$

برای ساده‌سازی بیشتر و خلاصه کردن روش طراحی کنترل، می‌توان از معادلات (۴۷) استفاده کرد.

$$\Omega = \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R_L \right) \quad (47)$$

$$\psi = \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m \right)$$

$$\eta = -\Omega^{-1} \psi x(k_i)$$

مقدار کمینه تابع هزینه بر اساس مقادیر به‌دست‌آمده برای ضرایب لاگر ( $\eta$ ) به صورت زیر خواهد شد.

$$J_{\min} = x(k_i)^T \left( \sum_{m=1}^{N_p} (A^T)^m Q A^m - \psi^T \Omega^{-1} \psi \right) x(k_i) = x(k_i)^T P_{dmpc} x(k_i) \quad (48)$$

که در آن:

$$P_{dmpc} = \sum_{m=1}^{N_p} (A^T)^m Q A^m - \psi^T \Omega^{-1} \psi \quad (49)$$

ضرایب پیچش بر حسب ضرایب لاگر به‌دست‌آمده در رابطه (۵۰) خلاصه می‌شود.

$$S_c(m) = \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \quad (50)$$

به‌دلیل پیچیدگی مسئله، برای محاسبه ضرایب پیچش از روش بازگشتی استفاده می‌شود.

$$L(k+1) = A_i L(k)$$

$$S_c(m) = A S_c(m-1) + S_c(1) (A_i^{m-1})^T \quad (51)$$

$$S_c(1) = B L(0)^T \text{ and } m = 2, 3, 4, \dots, N_p$$

در روش کنترل پیش‌بین، از سیگنال  $\Delta U$  استفاده می‌شود و برای به‌دست آوردن  $\Delta U$  از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$\Delta u(k_i) = L(0)^T \eta \quad (52)$$

با در نظر گرفتن  $\Delta U$  به صورت رابطه زیر، یک ماهیت بازخورد حالت به‌سامانه کنترلی داده می‌شود.

$$\Delta u(k) = -K_{mpc} x(k) \quad (53)$$

$$H(k) = c_1 l_1(k) + c_2 l_2(k) + \dots + c_N l_N(k) \quad (35)$$

که در آن،  $C_i$ ها ضرایب این توابع هستند و از رابطه زیر به‌دست می‌آیند [۱۹].

$$c_i = \sum_{k=0}^{\infty} H(k) l_i(k) \quad (36)$$

سیگنال  $\Delta U$  از بسط لاگر به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta u(k_i + k) = \sum_{j=1}^N c_j(k_i) l_j(k) \quad (37)$$

ضرایب مجهول را به صورت یک بردار  $\eta$  درآورده و در رابطه فوق،  $\Delta U(k_i + i)$  با  $L(i)^T \eta$  جایگزین می‌شود.

$$\eta = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_N]^T \quad (38)$$

روابط به‌دست‌آمده در تابع هزینه جایگزین می‌شود.

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (39)$$

که در آن:

$$R_s^T = \overbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}^{N_p} r(k_i)$$

$$Y = [y(k_i+1|k_i) \ y(k_i+2|k_i) \ \dots \ y(k_i+N_p|k_i)]^T \quad (40)$$

$\Delta U = [\Delta u(k_i) \ \Delta u(k_i+1) \ \dots \ \Delta u(k_i+N_c-1)]^T$  می‌باشند و در نهایت ورودی سامانه از رابطه (۴۱) به‌دست می‌آید.

$$\Delta u(k_i+m) = [l_1(m) \ l_2(m) \ \dots \ l_N(m)] \eta \quad (41)$$

در استفاده از این روابط باید دقت کرد که شرط متعامد بودن برقرار باشد [۱۴ و ۱۵].

باید توجه کرد روش کنترل در این قسمت مشابه روش کنترل بهینه و رگلاتور درجه دوم خطی گسسته می‌باشد. در این روش متغیرهای حالت به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$x(k) = [\Delta x_m(k)^T \ y(k)^T]^T \quad (42)$$

در رابطه جدید تعریف شده برای حالت‌ها، به جای این که تنها خروجی در نظر گرفته شود، خطا نیز در نظر گرفته می‌شود [۱۴ و ۱۵]:

رابطه پیش‌بینی در افق پیش‌بین به صورت (۴۳) بازنویسی می‌شود.

$$x(k_i+m|k_i) = A^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \eta = A^m x(k_i) + \phi(m)^T \eta \quad (43)$$

ماتریس  $\phi$  به صورت زیر تعریف و بر حسب  $\phi$  به‌دست‌آمده، تابع هزینه بازنویسی می‌شود.

$$\phi(m)^T = \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \quad (44)$$

کنترل سایکلک عرضی و طولی و همچنین پاسخ سرعت زاویه‌ای سمت به ورودی کالکتیو تداخل وجود دارد، از شاخص اثر تداخل برای ارزیابی کارایی روش کنترل در حذف یا تضعیف تداخل استفاده می‌شود. همچنین برای مانورپذیری بالگرد از شاخص تندی سرعت<sup>۲</sup> استفاده شده است و هرچه این شاخص از لحاظ کمی بزرگتر باشد، قابلیت مانور بالگرد نیز بیشتر خواهد بود. در این مقاله دو شاخص تندی سرعت و اثر تداخل برای ارزیابی روش کنترل پیشنهادی تعریف می‌شود تا کارایی طراحی در سامانه کنترل پرواز بالگرد نشان داده شود. در ادامه دو شاخص مذکور معرفی و در بخش پنجم نتایج و تحلیل‌های لازم ارائه می‌گردد.

#### ۴-۱- شاخص تندی سرعت

این شاخص، نسبت سرعت زاویه‌ای بیشینه به زاویه بیشینه در یک محور می‌باشد؛ به‌عنوان مثال در کانال فراز این شاخص به صورت  $\frac{q}{\theta}$  می‌باشد. برای اندازه‌گیری این مقادیر برای زوایای غلتش و فراز، ورودی نوک‌تیز<sup>۳</sup> را به ورودی کنترلی مربوطه اعمال و سپس نتایج حاصل را ثبت کرده و نسبت تندی سرعت محاسبه می‌شود. لازم به توضیح است نمودار این شاخص، دارای دو محور می‌باشد که محور عمودی عدد شاخص و محور افقی زاویه کمینه در پاسخ حاصله می‌باشد و سطوح مختلف براساس این دو محور دسته‌بندی می‌شوند.

#### ۴-۲- شاخص اثر تداخل

هدف از این شاخص، بررسی میزان تداخل در کانال‌های ورودی براساس خروجی‌ها می‌باشد. شاخص اثر تداخل در پرواز ایستا دو مولفه دارد که به‌صورت زیر قابل بررسی است.

#### ۴-۲-۱- اثر تداخل در پاسخ‌های غلتش و فراز

برای محاسبه این شاخص، ابتدا باید یک ورودی پله به سایکلک عرضی یا طولی اعمال کرده و پاسخ زوایا را اندازه‌گیری کرد و سپس نسبت بیشینه زوایا را محاسبه نمود. به‌عنوان مثال، با تحریک سایکلک عرضی، نسبت بیشینه زاویه غلتش به بیشینه زاویه فراز  $(\frac{\phi_{\max}}{\theta_{\max}})$  مقدار این شاخص خواهد بود. بدیهی است برای تحریک سایکلک طولی، عکس مقدار فوق مقدار شاخص خواهد بود.

$$K_{mpc} = L(0)^T \left( \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R_L \right)^{-1} \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m \quad (54)$$

$$K_{mpc} = L(0)^T \Omega^{-1} \psi$$

بنابراین، باتوجه به روابط اخیر، روش کنترل پیش‌بین ارائه شده مشابه یک رگلاتور درجه دوم خطی بوده و به‌عبارتی یک روش کنترل بهینه به‌هنگام می‌باشد. درخصوص رابطه (۵۴)، اگر سامانه خطی دارای قید باشد، این ضریب غیرخطی خواهد بود زیرا با تغییر شرایط مقدار آن نیز عوض می‌شود.

#### ۳-۶- کنترل پیش‌بین با وجود قیود و استفاده از توابع لاگر

با بهره‌گیری از توابع لاگر می‌توان با تعیین مکان قیود آتی تعداد قیود بیشتری را در افق پیش‌بینی کاهش داد و در نتیجه از بار محاسبات کاست و به همین دلیل از این روش می‌توان در سامانه‌های با ابعاد وسیع و بی‌درنگ بهره گرفت. کنترل با در نظر گرفتن قیود، نیاز به بهینه‌سازی بی‌درنگ با استفاده از برنامه‌ریزی مربعی دارد.

اگر فرض کنیم  $x(k_i)$  بردار حالت در زمان نمونه برداری  $k_i$  باشد و  $\Delta u^{\min}, \Delta u^{\max}$  باندهای پائین و بالای  $\Delta u$  باشند، رابطه (۵۵) نتیجه می‌شود [۱۴-۱۵].

$$J = \eta^T \Omega \eta + 2\eta^T \psi x(k_i)$$

$$\Delta u^{\min} \leq \Delta u(k_i + m) \leq \Delta u^{\max} \quad (55)$$

$$\Delta u(k_i + m) = L(m)^T \eta$$

$$\Delta u^{\min} \leq \begin{bmatrix} L_1(m)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & L_2(m)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \eta \leq \Delta u$$

#### ۴- ارزیابی کیفیت پرواز بالگرد

برای بررسی کیفیت پرواز بالگردها از شاخص‌هایی استفاده می‌شود تا انجام ماموریت تضمین شود و روش‌های کنترل پرواز باید قادر به رساندن شاخص‌های استاندارد به سطح مطلوب باشند. یکی از استانداردهایی که معمولاً در این‌گونه روش‌ها مدنظر قرار می‌گیرد، استاندارد طراحی هواپیما<sup>۱</sup> می‌باشد که در بالگردهای نظامی نیز کاربرد دارد [۲۰].

در طراحی سامانه کنترل پرواز، بررسی مدل بالگرد از منظر تداخل ورودی‌های کنترل به‌دلیل چندمتغیره بودن سامانه کنترل و همچنین قابلیت مانور بالگرد نقش به‌سزایی دارد. از آنجایی که در پاسخ زوایای غلتش و فراز به ورودی‌های



ورودی‌های کنترل به صورت زیر مقید هستند (جدول ۱):

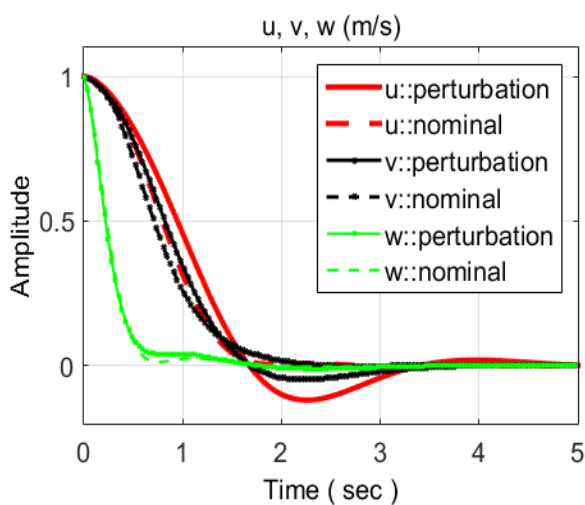
**جدول (۱):** دامنه تغییرات ورودی‌های کنترل [۱].

مقدار کمینه (rad)	مقدار بیشینه (rad)	ورودی کنترل
-۰/۱۰۹۱	۰/۴۰۵۸	کالکتیو روتور اصلی
-۰/۱۵۱۸	۰/۲۴۴۳	سایکلک عرضی
-۰/۱۲۲۲	۰/۱۳۹۶	سایکلک طولی
-۰/۶۹۸۱	۰/۶۹۸۱	کالکتیو روتور دم

ماتریس‌های حالت و کنترل سامانه دارای نامعینی ضربی هستند. این نوع نامعینی در [۱ و ۲۱] مورد بررسی قرار گرفته است، اما به طور خلاصه به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A + A \Delta A \\ \bar{B} &= B + B \Delta B \end{aligned} \quad (۵۶)$$

در شبیه‌سازی حالت خطی ماتریس حالت به اندازه ۳۰ درصد و ماتریس کنترل به اندازه ۲۰ درصد دارای نامعینی ضربی می‌باشند. شکل‌های ۳ و ۴ مقاومت روش ارائه شده را در برابر نامعینی‌ها در مانور ایستا و با تنظیم ضرایب کنترل در حالت خطی نشان می‌دهند. اگرچه طراحی در حالت نامی انجام شده، ولی در حضور نامعینی‌های مدل، سامانه حلقه بسته عملکرد مناسبی دارد.



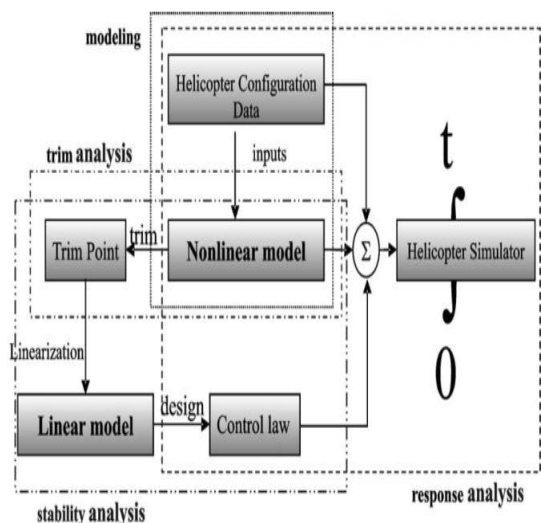
شکل (۳): مقایسه سرعت‌های انتقالی روش ارائه شده در حالت نامی و اغتشاشی.

#### ۴-۲-۲- اثر تداخل در پاسخ سمت به ورودی کالکتیو

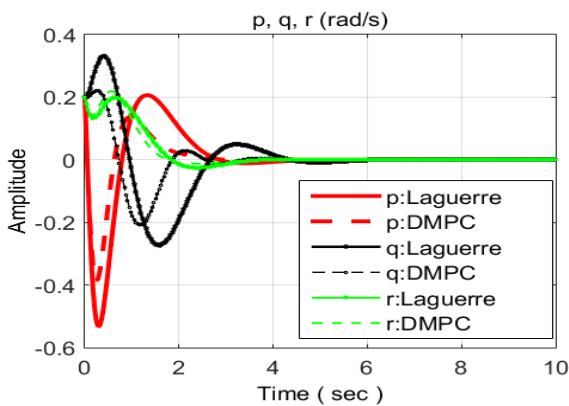
در این شاخص، دو نسبت باید محاسبه شود. نسبت اول اختلاف بین سرعت زاویه‌ای بیشینه و سرعت زاویه‌ای در ثانیه سوم بر سرعت انتقالی در ثانیه سوم در کانال سمت محاسبه می‌شود ( $\frac{r_{max} - r_{3s}}{w_{3s}}$ ). نسبت دوم اختلاف بین سرعت زاویه‌ای بیشینه به سرعت انتقالی در ثانیه سوم در کانال سمت می‌باشد. لازم به توضیح است مقادیر نسبت به تحریک پله ورودی کالکتیو اندازه‌گیری می‌شوند و در نمودار، محور عمودی مقدار نسبت اول و محور افقی مقدار نسبت دوم می‌باشد.

#### ۵- شبیه‌سازی سامانه کنترل پیش‌بین مقید برای بالگرد و تحلیل نتایج آن

برای نشان دادن کارایی بالای روش ارائه شده در کنترل بالگرد، حلقه سامانه کنترل با مدل غیرخطی بالگرد بسته شده و شبیه‌سازی خواهد شد. در ادامه عملکرد کنترل‌کننده پیش‌بین مقید و همچنین شاخص‌های کیفیت پرواز با استفاده از نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شود. بلوک دیاگرام کنترل برای شبیه‌سازی پیش‌بین به صورت شکل ۲ در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب و برای داده‌های مربوط به مانور ایستا انجام شده است. مدل دینامیکی بالگرد با استفاده از [۱ و ۱۸] استخراج و سپس کنترل‌کننده پیش‌بین خطی برای آن طراحی و نتایج شبیه‌سازی این روش با نتایج شبیه‌سازی روش پیش‌بین تعمیم یافته انتگرالی در مانور ایستا در دو حالت خطی و غیرخطی مقایسه می‌شود.



شکل (۲): بلوک دیاگرام کنترل برای شبیه‌سازی [۱].



شکل (۶): مقایسه سرعت‌های زاویه‌ای در روش‌های کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و پیش‌بین تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.

پس از طراحی سامانه کنترل با توابع لاگر در حالت خطی، این طراحی به سامانه غیرخطی اعمال شد اما به دلیل غیرخطی بودن سامانه تحت کنترل، تنظیم مجدد ضرایب کنترل برای بهبود نتایج صورت گرفت. در ادامه سرعت‌های انتقالی و زاویه‌ای سامانه خطی و غیرخطی روش ارائه شده با توابع لاگر و روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته مقایسه شده است.

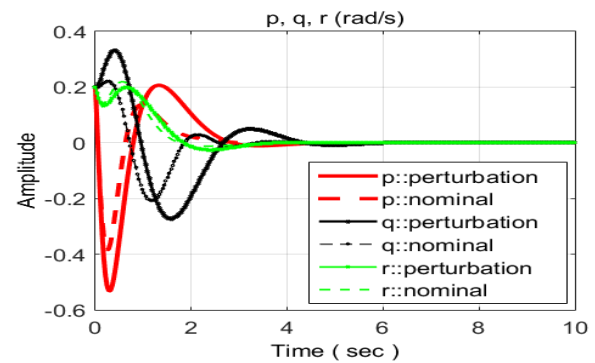
در تنظیم نهایی ضرایب کنترل پس از اعمال کنترل کننده به سامانه غیرخطی، تعداد توابع لاگر برابر با ۴ و قطب توابع لاگر برابر با ۰/۹ در نظر گرفته شد.

با توجه به مقادیر مذکور، ماتریس‌های رابطه (۳۲) و (۳۴) به صورت رابطه (۵۷) به دست می‌آید.

$$A_l = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ \beta & a & 0 & 0 \\ -a\beta & \beta & a & 0 \\ a^2\beta & -a\beta & \beta & a \end{bmatrix}; L(0) = \sqrt{\beta} \begin{bmatrix} 1 \\ -a \\ a^2 \\ -a^3 \end{bmatrix} \quad (57)$$

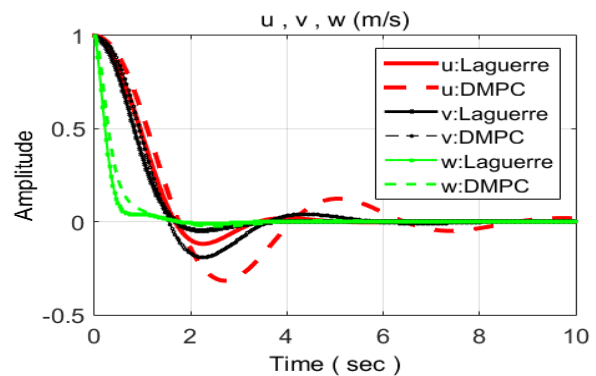
در رابطه (۵۷)،  $a$  برابر با ۰/۹ و  $\beta$  برابر با ۰/۱۹ می‌باشد.

شکل‌های ۷ تا ۱۰ مربوط به ورودی‌های کنترل پس از اعمال کنترل کننده به سامانه غیرخطی است. زمان همگرایی در روش کنترل پیشنهادی به طور میانگین نسبت به روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته ۳۰٪ کاهش می‌یابد هرچند با توجه به شکل‌های ۵ تا ۱۰ دامنه تغییرات در روش پیشنهادی رشد ۱۸٪ داشته است. شکل‌های ۱۱ تا ۱۴ نشان می‌دهد طراحی سامانه کنترل پس از اعمال به سامانه غیرخطی

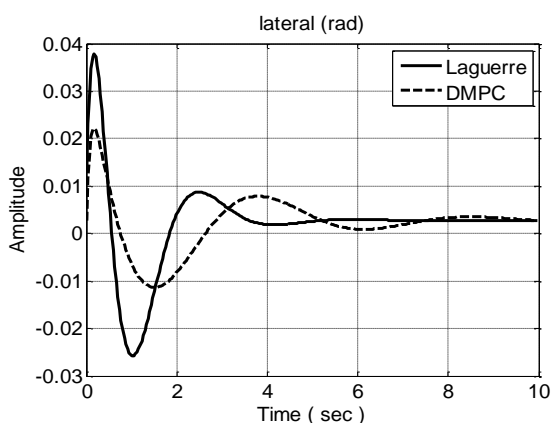


شکل (۴): مقایسه سرعت‌های زاویه‌ای روش ارائه شده در حالت نامی و اغتشاشی.

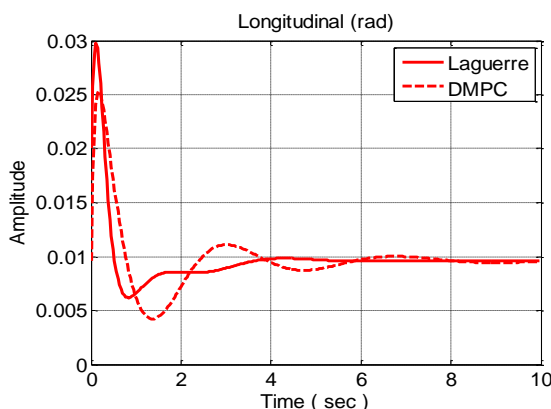
در ادامه روش ارائه شده با روش کنترل پیش‌بین تعمیم یافته و با در نظر گرفتن نامعینی‌ها برای سرعت‌های انتقالی، زاویه‌ای و ورودی‌های کنترل بالگرد مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی در حالت مانور ایستا تحلیل می‌شود. در روش کنترل پیش‌بین افق کنترل و افق پیش‌بین به ترتیب ۴ و ۴۰ اختیار شده‌اند و زمان نمونه‌برداری نیز ۳۵ میلی‌ثانیه انتخاب گردیده است. توابع وزنی با ابعاد مناسب و به صورت همانی برای  $W_y$  و قطری غیرهمانی برای  $W_u$  انتخاب شده‌اند. مقدار اولیه متغیرهای حالت خطی  $x = [1 \ 1 \ 1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0 \ 0]^T$  در نظر گرفته شده است و مقادیر مربوط به محدودیت سیگنال ورودی برابر با مقادیر داده شده در جدول ۱ و قیود مربوط به نرخ ورودی کنترل همگی برابر با ۰/۶ درجه بر ثانیه در نظر گرفته شده است. در شکل‌های ۵ و ۶ متغیرهای خروجی با تنظیم ضرایب کنترل در حالت خطی نشان داده شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد طراحی سامانه کنترل در حالت خطی قابل قبول بوده و همان‌طور که دیده می‌شود، سرعت‌های انتقالی و زاویه‌ای در روش کنترل با توابع لاگر در زمان کمتری به حالت نهایی خود می‌رسند.



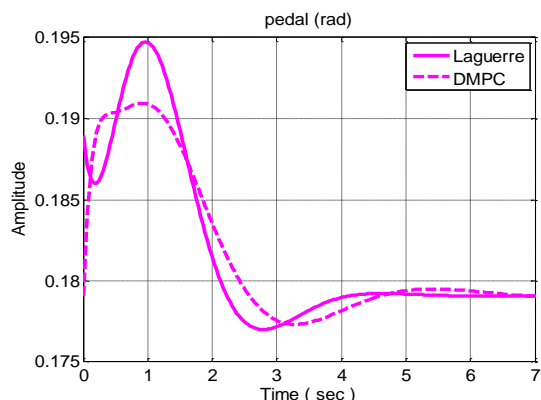
شکل (۵): مقایسه سرعت‌های انتقالی در روش‌های کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و پیش‌بین تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.



شکل (۸): مقایسه ورودی کنترل سایکلک عرضی روش کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و پیش‌بین تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.

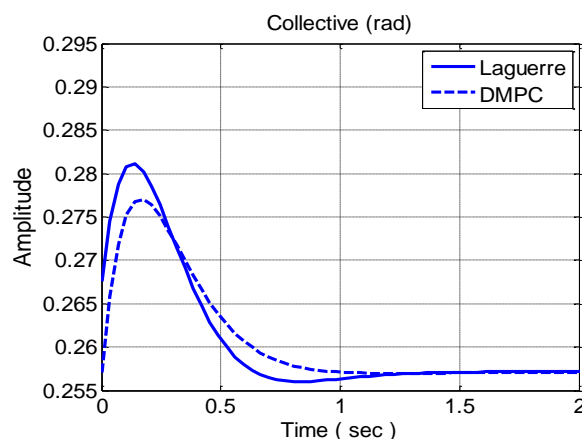


شکل (۹): مقایسه ورودی کنترل سایکلک طولی روش کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و پیش‌بین تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.

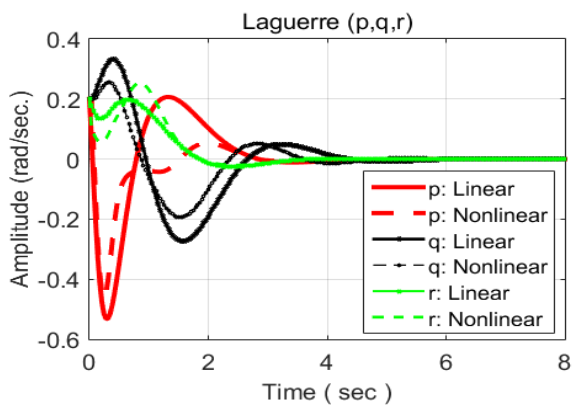


شکل (۱۰): مقایسه ورودی کنترل کالکتیو روتور دم روش کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و پیش‌بین تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.

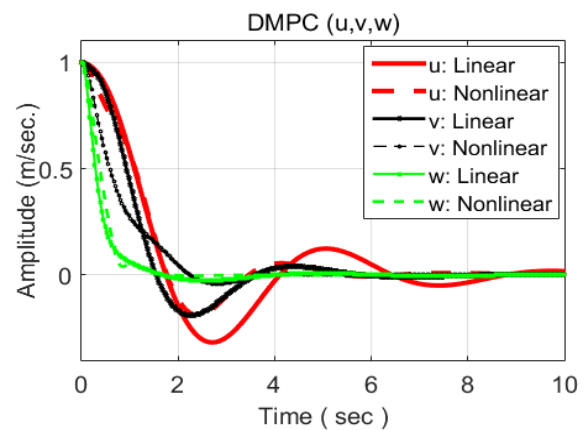
عملکرد مطلوبی داشته است. در این اشکال، زمان همگرایی روش کنترل پیشنهادی به‌طور میانگین نسبت به روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته ۱۴٪ کاهش می‌یابد هرچند دامنه تغییرات در روش پیشنهادی رشد ۱۰٪ داشته است. رایانه مورد استفاده در شبیه‌سازی، یک واحد پردازنده پنج هسته‌ای با فرکانس کاری ۲/۵۳ GHz است. همان‌طور که بحث شد، مهم‌ترین مزیت استفاده از روش پیشنهادی نسبت به روش پیش‌بین تعمیم‌یافته کاهش زمان محاسبات است؛ زمان محاسبات انجام شده در روش کنترل لاگر ۰/۱۵۵ ثانیه و در روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته ۰/۴۴۲ ثانیه می‌باشد که ۲/۸۵ برابر روش کنترل لاگر است. در شکل‌های ۱۵ تا ۲۰ شاخص‌های پیشنهادی موردنظر، همان‌طور که قبلاً در بخش چهارم بحث شد، در طراحی کنترل بالگرد بررسی شده است. شکل ۱۵ نشان می‌دهد روش کنترل پیشنهادی توانسته است در محدوده سطح یک شاخص‌ها قرار گیرد. در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ ورودی کنترل با دامنه ۰/۱ رادیان برای سایکلک عرضی و طولی و در شکل‌های ۱۸ تا ۲۰ ورودی‌های پله با دامنه ۰/۱ رادیان برای سایکلک‌های عرضی و طولی و ۰/۱۵ رادیان برای ورودی کالکتیو در نظر گرفته شده است. محدوده سطوح شاخص‌ها از [۲۰] استخراج و طبق بخش چهارم، مقادیر لازم و بهره‌های مدنظر محاسبه و در شکل ۱۵ نمایش داده شده است.



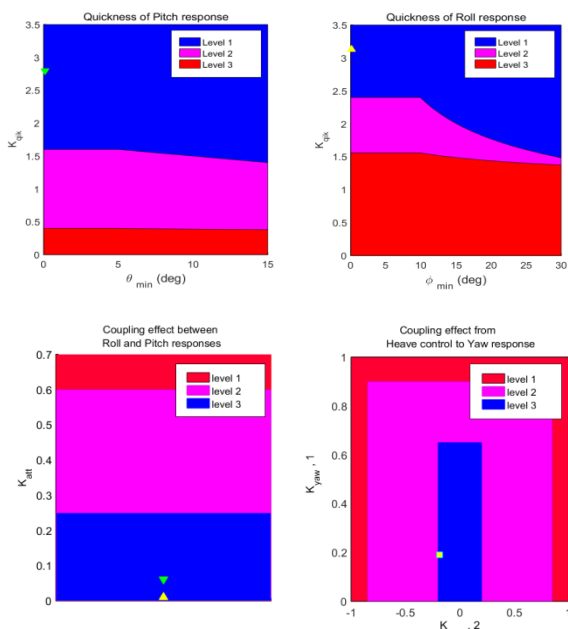
شکل (۷): مقایسه ورودی کنترل کالکتیو روتور اصلی در روش‌های کنترل پیش‌بین با توابع لاگر و تعمیم‌یافته در وضعیت ایستا.



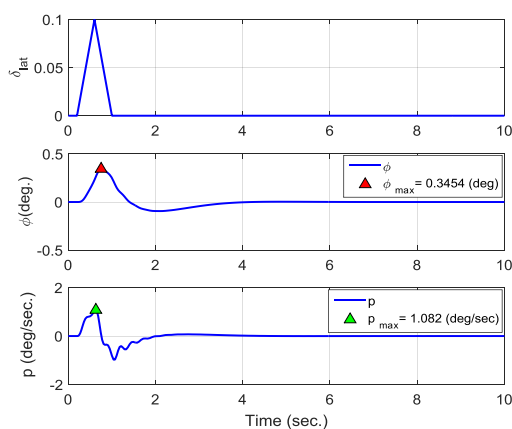
شکل (۱۴): مقایسه سرعت‌های زاویه‌ای روش کنترل پیش‌بین با توابع لاگر در سامانه خطی و غیرخطی در وضعیت ایستا.



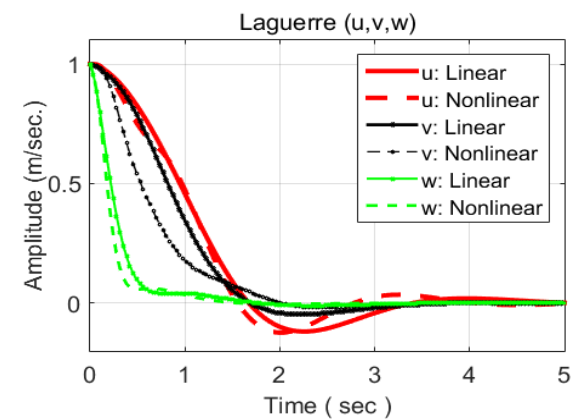
شکل (۱۱): مقایسه سرعت‌های انتقالی روش کنترل پیش‌بین تعمیم یافته در سامانه خطی و غیرخطی در وضعیت ایستا.



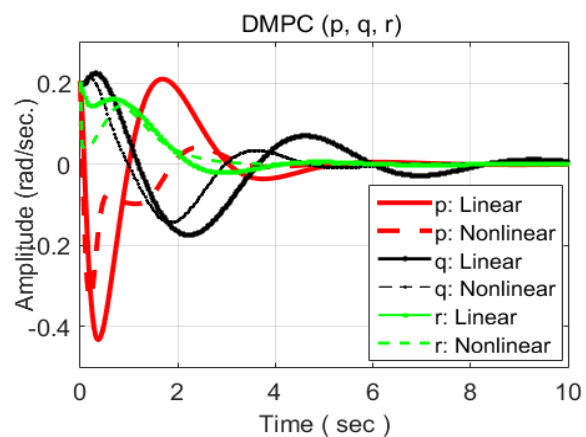
شکل (۱۵): نتایج ارزیابی شاخص‌ها در وضعیت ایستا.



شکل (۱۶): بررسی شاخص تندی سرعت در کانال غلتش.



شکل (۱۲): مقایسه سرعت‌های انتقالی روش کنترل پیش‌بین با توابع لاگر در سامانه خطی و غیرخطی در وضعیت ایستا.



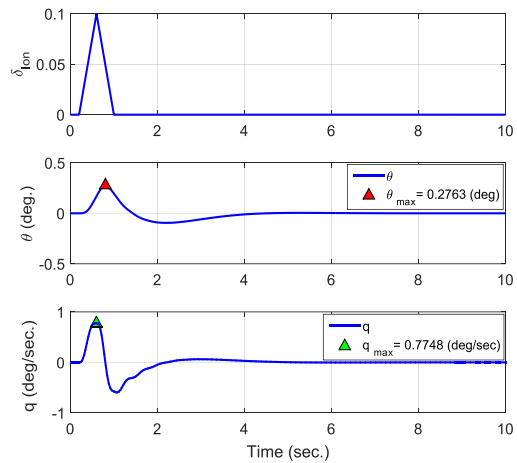
شکل (۱۳): مقایسه سرعت‌های زاویه‌ای روش کنترل پیش‌بین تعمیم یافته در سامانه خطی و غیرخطی در وضعیت ایستا.

### ۶- نتیجه‌گیری

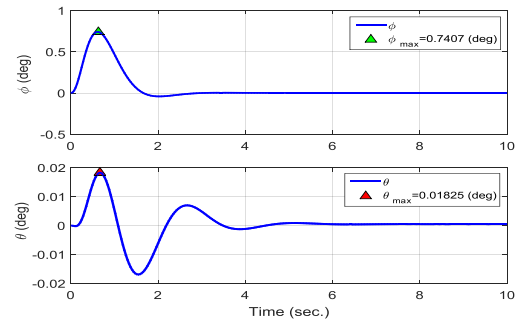
در این مقاله با استفاده از توابع لاگر، روش کنترل پیش‌بین مقید استخراج و برای یک بالگرد مقیاس واقعی با نامعینی‌های مدل شبیه‌سازی شد. نتایج شبیه‌سازی پس از تنظیم مجدد برای سامانه غیرخطی نشان داد که به‌طور کلی روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر توابع لاگر نسبت به روش کنترل پیش‌بین تعمیم یافته عملکرد بهتری دارد؛ همچنین سرعت همگرایی و نرم بودن سیگنال ورودی‌های کنترل در هر دو روش تقریباً یکسان است. کاهش زمان محاسبات در روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی به ویژه زمانی اهمیت می‌یابد که زمان انجام محاسبات در سامانه‌های دارای خلبان خودکار و اجسام پرنده نظیر موشک، محدودیتی جدی در طراحی باشد. همچنین نتایج ارزیابی شاخص‌های کیفیت پرواز نشان داد روش کنترل پیشنهادی توانسته است در محدوده سطح یک شاخص‌های پیشنهادی قرار گیرد و این موضوع به نوعی تایید کارایی روش کنترل پیش‌بین در طراحی سامانه کنترل پرواز است.

### ۷- مراجع

1. Luo, C.H., Liu, R.F., Yan, C.D., and Chang, Y.H. "Helicopter  $H_\infty$  Control Design with Robust Flying Quality," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 7, No. 2, pp. 159-169, 2003.
2. Civita, M.L. "Integrated Modeling and Robust Control for Full Envelope Flight of Robotic Helicopters," PhD thesis, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 2002.
3. Civita, M.L., Papageorgiou, G., Messner, W.C., and Kanade, T. "Design and Flight Testing of an  $H_\infty$  Controller for a Robotic Helicopter," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 29, No. 2, pp. 485-494, 2006.
4. Yaesh, I. and Shaked, U. "H-infinity Optimization with Pole Constraints of Static Output-Feedback Controllers - A Non-Smooth Optimization Approach," *IEEE Transaction Control Systems Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. 1066-1072, 2012.
5. Yuan, W. and Katupitiya, J. "Design of a  $\mu$  synthesis controller to stabilize an unmanned helicopter," 28th International Congress of the Aeronautical Sciences, 3317-3325, 2012.
6. Comasòlivas, R., Escobet, T., and Quevedo, J. "Automatic Design of Robust PID Rontrollers Based on QFT Specifications"; *Proc. Int. Conf. Advances PID Control*. Brescia, Italy, 2012.
7. Konstantin, K., Huck, S., and Summers, T. H. "Fast Model Predictive Control of Miniature Helicopters"; *Euro. Conf. Control*. Zurich, Switzerland, 2013.

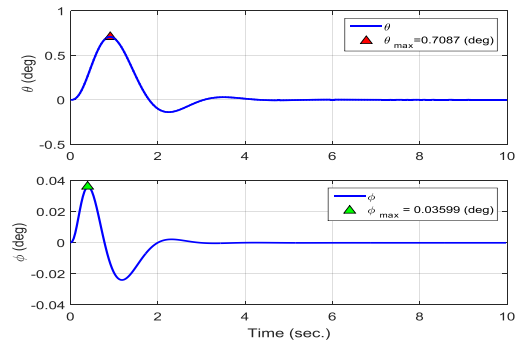


شکل (۱۷): بررسی شاخص تندی سرعت در کانال فراز.



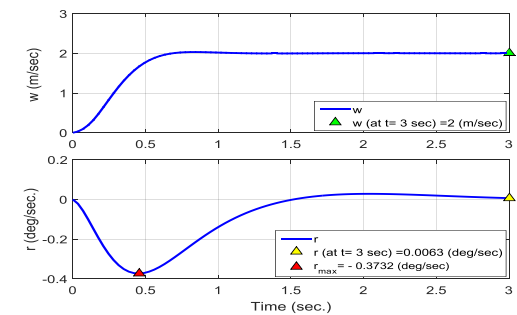
شکل (۱۸): پاسخ زوایای اویلر به ورودی پله اعمالی در

سایکلک عرضی و بررسی شاخص اثر تداخل.



شکل (۱۹): پاسخ زوایای اویلر به ورودی پله اعمالی در

سایکلک طولی و بررسی شاخص اثر تداخل.



شکل (۲۰): پاسخ سرعت زاویه‌ای به ورودی پله اعمالی در

کالکتیو و بررسی شاخص اثر تداخل.

14. Wang, L. "Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB," First Edition, Springer, London, 2009.
15. Wang, L. "Discrete Model Predictive Controller Design Using Laguerre Functions"; Journal of Process Control, Vol. 14, No. 2, pp. 131-142, 2004.
16. Valencia, G. and Rossiter, J.A. "Using Laguerre Functions to Improve Efficiency of Multi-Parametric Predictive Control"; Proc. American. Conf. Control. Baltimore, USA, 2010.
17. Xiang, X. L., Wang, Y. and Wang. "Laguerre Function Based Multiple Model Predictive Control for Nonlinear System"; Proc. Int. Conf. Automation Logistics. Beijing, China, 2001.
18. Padfield, G.D. "Helicopter Flight Dynamics," Second Edition, Blackwell, 2007.
19. Wahlberg, B. "System Identification Using Laguerre Models," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, pp. 551-562, 1991.
20. US Army Aviation and Troop Command. "Aeronautical Design Standard Performance Specification Handling Qualities Requirements for Military Rotorcraft," ADS-33D-PRF, 1996.
21. Doyle, J.C., Francis, B.A., and Tannenbaum, A. "Feedback Control Theory," Macmillan, New York, 1992.
8. Song, D., Han, J., and Liu, G. "Active Model-Based Predictive Control and Experimental Investigation on Unmanned Helicopters in Full Flight Envelope," IEEE transactions on control systems technology, Vol. 4, pp. 1502-1509, 2013.
9. Budiyo, A. and Wibowo, S.S. "Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter," Journal of Bionic Engineering, Vol. 4, No. 4, pp. 271-280, 2007.
10. Peng, K., Cai, G., Chen, B. M., Dong, M., Lum, K. Y., and Lee, T. H. "Design and Implementation of an Autonomous Flight Control Law for a UAV Helicopter," Automatica, Vol. 45, No. 10, pp. 2333-2338, October 2009.
11. Awais, Y. and Iqbal, A. "Robust Altitude Tracking of a Helicopter using Sliding Mode Control Structure"; Proc. Int. Conf. Emerging Technologies. Islamabad, Pakistan, 2012.
12. Nodland, D., Zargarzadeh, H., and Jagannathan, S. "Neural Network-Based Optimal Adaptive Output Feedback Control of a Helicopter UAV," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, Vol 7, pp. 1061-1073, 2013.
13. Camacho, E.F. and Bordons, C. "Model Predictive Control," New York Springer-Verlag, Berlin, 1998.