

## مدل سازی و شبیه سازی الگوریتم های سامانه های ناوبری اینرسی

### در دستگاه های مختصات Inertial، ECEF و NED

سید وحید قاسم زاده<sup>۱</sup>

گروه مهندسی برق

دانشگاه فسا

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۱/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۲۶)

#### چکیده

سامانه های ناوبری اینرسی از مهم ترین سامانه ها جهت تعیین موقعیت، سرعت و وضعیت وسایل متحرکی مانند کشتی ها، هواپیماها، موشک ها و ... می باشد. پایه این علم، قوانین نیوتن است. در این سامانه ها، سه حسگر شتابسنج و سه حسگر ژيروسکوپ به ترتیب نقش اندازه گیری شتاب های خطی و سرعت های زاویه ای وسیله را برعهده دارند. با استفاده از داده های خروجی این سنسورها، و الگوریتم های خاص ناوبری، موقعیت، سرعت و وضعیت وسیله انجام می پذیرد. در این مقاله، ابتدا دستگاه های مختصات مختلف مانند بدنی، اینرسی، زمینی و جغرافیایی به طور کامل و با بیانی مناسب و شیوا معرفی می شوند. سپس در ادامه، الگوریتم های ناوبری اینرسی در هر کدام از دستگاه های مختصات مذکور، بیان شده و دیاگرام کلی ناوبری هر دستگاه به طور مجزا ارائه خواهند شد. در ادامه، شبیه سازی های مربوط به ناوبری اینرسی در دستگاه های مختصات اینرسی، زمینی دکارتی و NED به کمک نرم افزار سیمولینک انجام می شود. جهت این کار سه سناریوی حرکتی مختلف در مختصات دوبعدی و سه بعدی، بررسی و نتایج شبیه سازی آن ها آورده خواهند شد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که الگوریتم های ناوبری اینرسی در دستگاه های مختصات مختلف از کارایی و دقت مناسب جهت ناوبری برخوردار می باشد و برای هر نوع شبیه سازی دیگری نیز کافی است داده های شتابسنجها و ژيروسکوپها به عنوان داده های ورودی به این شبیه ساز وارد شده و ناوبری و موقعیت یابی وسیله انجام پذیرد. در پایان مقاله به موضوع ارزیابی عملکرد سامانه ناوبری اینرسی، مدل خطای حسگرهای اینرسی و تلفیق سامانه ناوبری اینرسی و سامانه موقعیت یاب جهانی یا GPS به کمک فیلتر کالمن اشاره خواهد شد.

**واژه های کلیدی:** دستگاه مختصات، ناوبری اینرسی، شتابسنج، ژيروسکوپ، فیلتر کالمن

## Modelling and Simulating of Inertial Navigation Systems in Inertial, ECEF and NED Coordinate Systems

S. V. Ghasemzadeh

Electrical Engineering Department

Fasa University

(Received: 08/April/2016 ; Accepted: 16/December/2016)

#### ABSTRACT

Inertial Navigation Systems are one of the most important systems used to determine position, velocity and attitude of moving vehicles such as ships, airplanes, missiles, and so on. The base of this science is Newton's laws. In these systems, three accelerometers and three gyroscopes are used to measure linear accelerations and angular velocities of vehicles, respectively. By using of output of these sensors and special inertial algorithms in different frames, parameters of vehicle such as position, velocity and attitude are calculated. In this paper, firstly, different frames such as body, inertial, ECEF and NED coordinate system are introduced. Then algorithms of inertial navigation in these frames are proposed and diagrams of navigation in any coordinate system will be presented in suitable method. In the following, simulations of INS in inertial, ECEF and NED frame are carried out by Simulink software. For this purpose, three different motion scenarios in two and three-dimensional coordinates are investigated and their simulation results will be brought. The results of simulation show that the algorithms of inertial navigation in different frames have good performance and suitable accuracy in navigation. Also for simulation of any other motion scenarios, navigation of vehicle is done by outputs of accelerometers and gyroscopes and presented simulator profile. At the end of this paper, performance evaluation of inertial navigation systems, general model of inertial sensors and integration between INS and GPS using Kalman filter will be noted

**Keywords:** Coordinate Systems, Inertial Navigation, Accelerometer, Gyroscope, Kalman Filter

		فهرست علائم و اختصارات
بردار شتابهای واقعی	$\vec{f}_r$	$\theta$ زاویه پیچ یا زاویه فراز
بردار بایاس شتابسنجها	$\delta\vec{f}_r$	$\phi$ زاویه رول یا زاویه چرخش
ماتریس ضرائب مقیاس	$S_c$	$\psi$ زاویه یاو یا زاویه سمت
ماتریس ناهم محوری شتابسنجها	$N_a$	$\varphi$ عرض جغرافیایی
بردار شتاب گرانش زمین	$\vec{\gamma}$	$\lambda$ طول جغرافیایی
بردار تغییرات گرانش زمین	$\delta\vec{\gamma}$	$h$ ارتفاع از سطح زمین
بردار نویز شتابسنجها	$\vec{\varepsilon}_a$	$R$ شعاع کره زمین
بردار سرعتهای زاویه‌ای اندازه‌گیری شده	$\vec{\omega}_{ib}^b$	$V_E$ مولفه شرقی سرعت وسیله
بردار سرعتهای زاویه‌ای واقعی	$\vec{\omega}_r$	$V_N$ مولفه شمالی سرعت وسیله
بردار بایاس ژيروسکوپها	$\delta\vec{\omega}_r$	$V_D$ مولفه عمودی سرعت وسیله
ماتریس ضرائب مقیاس	$S_\omega$	$\vec{f}^b$ بردار شتاب اندازه‌گیری شده وسیله در دستگاه بدنی
ماتریس ناهم محوری ژيروسکوپها	$N_\omega$	$\vec{f}^i$ بردار شتاب وسیله در دستگاه اینرسی
بردار نویز ژيروسکوپها	$\vec{\varepsilon}_\omega$	$C_b^i$ ماتریس دوران از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی
شبه فاصله	$\Delta\rho$	$P, Q, R$ خروجی‌های اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپها
		$\vec{g}^i$ شتاب گرانش زمین در دستگاه اینرسی
		$\left. \frac{d\vec{V}_e}{dt} \right _e$ نرخ تغییرات بردار سرعت نسبت به دستگاه زمینی
		${}^e\vec{\omega}_{ie}$ سرعت دورانی زمین نسبت به دستگاه مختصات اینرسی بیان شده در زمینی
		$\vec{V}_e$ سرعت وسیله نسبت به زمین
		$\vec{R}_e$ بردار موقعیت وسیله نسبت به مرکز زمین
		$k$ ثابت گرانش نیوتن
		$M$ جرم زمین
		$\vec{R}^e$ موقعیت وسیله در دستگاه ECEF دکارتی
		$\vec{V}_e^n$ بردار سرعت وسیله متشکل از مولفه سرعت شمال
		$V_E$ و مولفه سرعت عمود $V_D$
		$C_b^n$ ماتریس دوران از دستگاه بدنی به دستگاه ناوبری n یا NED
		$\vec{\omega}_{ie}^n$ سرعت دورانی زمین نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه NED یا n
		$\vec{g}_l^n$ بردار شتاب گرانشی محلی مجموع شتاب ناشی از گرانش جرمی زمین و شتاب مرکزگرایی ناشی از حرکت زمین
		$\vec{f}^b$ بردار شتابهای اندازه‌گیری شده در دستگاه بدنی

### ۱- مقدمه

تعیین موقعیت، سرعت و وضعیت وسایل متحرک مختلف مانند موشک‌ها، ربات‌ها، هواپیماها، وسایل نقلیه و ... موضوع علم ناوبری اینرسی می‌باشد. اساس این علم، مبتنی بر قوانین نیوتن است؛ به این صورت که با اندازه‌گیری شتابهای خطی یک وسیله و انتگرال‌گیری از آن‌ها، سرعت و با انتگرال‌گیری مجدد از سرعت وسیله، موقعیت آن وسیله قابل محاسبه خواهد بود. در سامانه‌های ناوبری اینرسی، سنسورهای شتابسنج، نقش اندازه‌گیری شتابهای خطی و سنسورهای ژيروسکوپ، نقش اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای وسیله را برعهده دارند. از آن جهت که سنسورهای اینرسی در دستگاه مختصات بدنی نصب می‌شوند. بنابراین، لازم است که داده‌های این سنسورها از این دستگاه مختصات به دستگاه مختصات مرجع دیگر مانند دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مختصات زمینی و یا دستگاه مختصات جغرافیایی ارجاع داده شوند تا محاسبات لازم جهت تعیین موقعیت، سرعت و وضعیت انجام پذیرد. سامانه‌های ناوبری اینرسی بسته به کاربرد به دو دسته مهم با صفحه پایدار<sup>۱</sup> و بدون صفحه پایدار<sup>۲</sup> تقسیم می‌شوند. عنصر اصلی صفحه پایدار، قسمت پایدار نامیده می‌شود که بر روی آن سه

1- Stable Platform

2- Strapdown

معمولاً سامانه ناوبری اینرسی با سامانه‌های دیگر ناوبری، تلفیق می‌شود. موضوع ناوبری اینرسی و زمینه‌های مرتبط با آن از جمله موضوعاتی است که امروزه به طور گسترده در مقالات و پروژه‌های مختلف مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. معرفی و شناسایی سامانه‌های ناوبری اینرسی و کاربردهای آن در بسیاری موارد بررسی شده است. مدل‌سازی خطاهای سنسورهای اینرسی و تاثیر آن‌ها در ناوبری اینرسی از دیگر موضوعات مرتبط با ناوبری اینرسی است [۱]. جهت بهبود عملکرد سامانه‌های ناوبری اینرسی معمولاً این سامانه‌ها با سامانه‌های ناوبری دیگر مانند GPS تلفیق می‌شوند که معمولاً این تلفیق به کمک فیلتر کالمن انجام می‌پذیرد [۲-۳]. موضوع سامانه ناوبری اینرسی strapdown و مدل‌سازی ناوبری در برخی دستگاه‌های مختصات، در [۴-۵] مورد بررسی و پژوهش قرار گرفته است. موضوع جالب به کارگیری سنسورهای اینرسی و ناوبری به کمک آن‌ها در تصادفات خودروهای منجر به جرح و بررسی عوامل تصادف در پزشکی قانونی در [۶] بررسی شده است. پیاده‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های تلفیقی INS و GPS در کاربردهای نظامی و غیرنظامی و تحلیل خطای آن‌ها به کمک نرم‌افزار Matlab در مرجع [۷] مورد تحقیق و پژوهش قرار گرفته است. در این مقاله، در ابتدا دستگاه‌های مختصات ناوبری مختلف به طور کامل و به زبانی شیوا معرفی می‌شود. سپس در ادامه، روابط ناوبری در هر دستگاه به همراه دیاگرام مرتبط و الگوریتم کامل ناوبری در آن دستگاه در قالب یک فلوجارت بیان می‌شود. در ادامه مقاله، شبیه‌سازی ناوبری در دستگاه مختصات مختلف اینرسی، زمینی و جغرافیایی بررسی و در این راستا سناریوهای مختلف حرکتی در هر دستگاه پیشنهاد شده و براساس آن‌ها ناوبری در دستگاه‌های مربوطه انجام شده و در هر مورد، مسیرهای حرکت وسیله مطابق این سناریوها آورده و تفسیر می‌شوند. در پایان مقاله نیز به ارزیابی عملکرد سامانه ناوبری اینرسی و بهبود آن با تلفیق این سامانه و سامانه GPS به کمک فیلتر کالمن اشاره خواهد شد.

## ۲- معرفی دستگاه‌های مختصات اینرسی

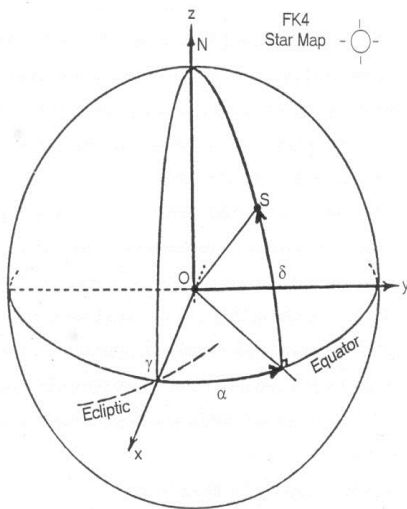
در این بخش، مهمترین دستگاه‌های مختصات که در ناوبری اینرسی، کاربرد فراوان دارند، مورد مطالعه قرار می‌گیرند. این دستگاه‌های مختصات عبارتند از: دستگاه مختصات بدنی، دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مختصات زمینی و دستگاه

عدد شتاب‌سنج با زوایای ۹۰ درجه نسبت به هم نصب شده‌اند که شتاب وسیله را در سه راستای عمود بر هم اندازه‌گیری می‌کنند. همچنین، سه عدد ژيروسکوپ یک درجه آزادی با زوایای ۹۰ درجه نسبت به هم بر روی قسمت پایدار واقع شده‌اند که انحراف آن از حالت پایدار را اندازه‌گیری می‌نمایند. برای جلوگیری از انتقال حرکات مختلف دورانی متحرک به ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها، قسمت پایدار را به سه یا چهار قاب وصل می‌کنند که در صورت انحراف از حالت پایدار، این طوقه‌ها یا قاب‌ها جزء پایدار را به وضعیت اولیه خودش بر می‌گردانند. این روش از دقت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد اما هزینه پیاده‌سازی آن زیاد است. روش میز پایدار در ناوبری مسایلی مانند هواپیماهای جنگی، زیردریایی‌های اتمی و ... استفاده می‌شود. از دهه ۱۹۷۰ با پیدایش ژيروسکوپ‌های با محدوده دینامیکی وسیع و رایانه‌های سریع و قدرتمند سامانه‌های بدون صفحه پایدار وارد عرصه ناوبری شدند. در این سامانه‌ها معمولاً سنسورهای اینرسی به صورت یک‌جا در یک جعبه قرار گرفته و مستقیماً به بدنه وسیله متصل می‌شوند و حرکت وسیله را دنبال می‌کنند. در این روش، ژيروسکوپ‌ها دوران وسیله را اندازه‌گیری می‌کنند و داده‌های خروجی شتاب‌سنج‌ها به کمک یک سری الگوریتم‌های خاص از دستگاه مختصات بدنی (متصل به بدنه وسیله) به دستگاه مختصات مرجع مناسب منتقل می‌شوند و با انتگرال‌گیری از آن‌ها سرعت و موقعیت وسیله در دستگاه مرجع تعیین می‌شود. در واقع الگوریتم انتقال در سامانه‌های بدون صفحه پایدار یک صفحه پایدار تحلیلی و محاسباتی مجازی ایجاد می‌کند. امروزه این روش ناوبری به وفور در کاربردهای رباتیک، هوافضا و ... استفاده می‌شود. این روش، نسبت به روش صفحه پایدار دارای دقت پایین‌تر اما هزینه پیاده‌سازی کمتر است. سامانه‌های ناوبری اینرسی دارای معایب و مزایایی هستند که باعث شده است بسته به کاربرد موردنظر، این سامانه‌ها اهمیت پیدا کنند. این سامانه‌ها دارای مزایایی مانند نرخ به‌هنگام‌سازی بالا، توانایی محاسبه اطلاعات وضعیت و چرخش وسیله، مستقل بودن و مقاوم بودن نسبت به اختلال سیگنال می‌باشند. مهم‌ترین عیب این سامانه‌ها، نامحدود شدن و واگرایی خطاها با گذشت زمان می‌باشد که ناشی از خطاهای سنسورهای اینرسی و خطاهای محاسباتی روابط ناوبری اینرسی است. جهت رفع این مشکل،

## ۲-۲- دستگاه مختصات اینرسی

طبق تعریف، مرکز یک دستگاه مختصات اینرسی نسبت به ستاره‌های دور دست، نباید شتاب گرفته و همین‌طور موقعیت چرخشی این دستگاه نسبت به ستاره‌های خیلی دور نباید عوض شود. این دستگاه مختصات در شکل ۲ نشان داده شده است. این دستگاه مختصات می‌تواند چسبیده به زمین در نظر گرفته شود اما همراه با زمین نمی‌چرخد. مرکز این دستگاه مختصات در مرکز زمین فرض می‌شود. محور اول این دستگاه مختصات محوری است در راستای محور چرخش زمین که از قطب شمال می‌گذرد.

محور دوم، عمود بر این محور بوده و همواره به سمت خورشید اشاره می‌کند و محور سوم به‌گونه‌ای است که همراه با این دو محور یک دستگاه مختصات راست‌گرد را تشکیل می‌دهد. این دستگاه به دستگاه مختصات  $ECEF^5$  نیز مشهور است و در شکل با محورهای  $(x, y, z)$  مشخص شده است.



شکل (۲): دستگاه مختصات اینرسی.

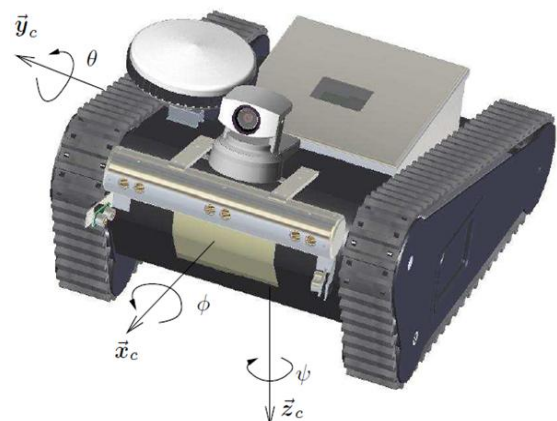
## ۲-۳- دستگاه مختصات زمینی دکارتی یا $ECEF^6$

دستگاه مختصات زمینی دکارتی که به دستگاه  $ECEF$  مشهور است به زمین چسبیده و همراه با آن می‌چرخد. مرکز این دستگاه مختصات، مرکز زمین است. محور اول این دستگاه در راستای محور گردش زمین و محور دوم، محوری است که مرکز

مختصات جغرافیایی که در ادامه به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود [۸].

## ۲-۱- دستگاه مختصات بدنی

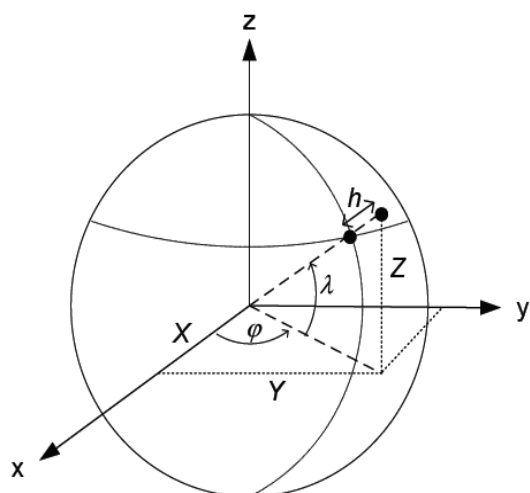
دستگاه مختصات بدنی<sup>۱</sup>، دستگاهی است که متصل به بدنه وسیله بوده و از سه محور عمود برهم ساخته می‌شود. محور اول، محور طولی متحرک یا محور رول<sup>۲</sup> و محور دوم، محور عرضی متحرک یا محور پیچ<sup>۳</sup> نامیده می‌شوند. این دو محور، صفحه‌ای تشکیل می‌دهند که آن را صفحه کف متحرک می‌گویند. محور سوم عمود بر صفحه کف است و محور یاو<sup>۴</sup> نام دارد. مبدا مختصات این سه محور که محل برخورد آن‌هاست، مرکز جرم وسیله متحرک در نظر گرفته می‌شود. این سه محور به‌گونه‌ای هستند که یک دستگاه مختصات عمود برهم و راست‌گرد را تشکیل می‌دهند. حرکت‌های دورانی حول هریک از این سه محور به نام همان محور شناخته می‌شوند؛ مثلاً حرکت دورانی حول محور رول، حرکت رول نام دارد. این دستگاه از آن جهت بسیار مهم است که سنسورهای اینرسی و بسیاری از تجهیزات پردازش ناوبری در این دستگاه واقع شده‌اند. این دستگاه مختصات به همراه محورهای مختصات متصل به بدنه در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل  $\theta$  زاویه پیچ یا زاویه فراز،  $\phi$  زاویه رول یا چرخش و  $\psi$  زاویه یاو یا سمت می‌باشد.



شکل (۱): دستگاه مختصات بدنی.

- 1- Body
- 2- Roll
- 3- Pitch
- 4- Yaw

5- Earth-Centered-Inertial  
6- Earth-Centered-Earth-Fixed



شکل (۴): دستگاه مختصات ECEF زاویه‌ای.

تبدیل از مختصات ECEF دکارتی به مختصات ECEF زاویه‌ای به صورت معادلات (۱) است:

$$\begin{aligned} \varphi &= \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right) \\ \lambda &= \tan^{-1}\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \\ h &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} - R \end{aligned} \quad (1)$$

تبدیل از مختصات ECEF زاویه‌ای به مختصات ECEF دکارتی به صورت معادلات (۲) است:

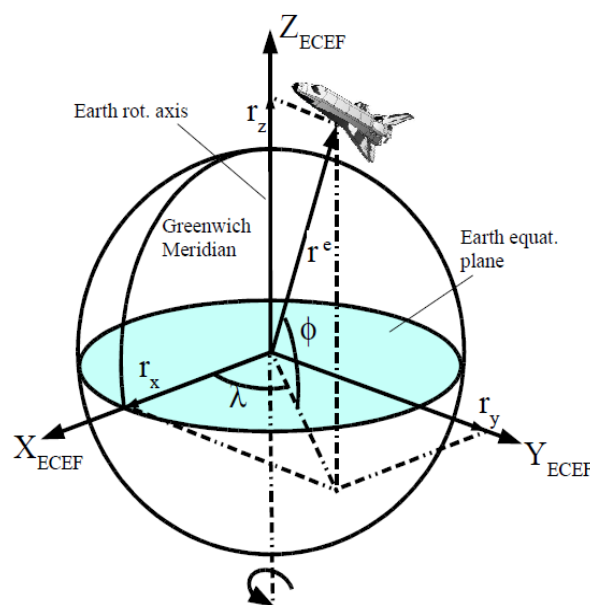
$$\begin{aligned} X &= (R + h) \cos \lambda \cos \varphi \\ Y &= (R + h) \cos \lambda \sin \varphi \\ Z &= (R + h) \sin \lambda \end{aligned} \quad (2)$$

در روابط (۱) و (۲)، پارامتر  $R$  شعاع کره زمین و برابر با ۶۳۷۸۱۳۷ متر می‌باشد.

#### ۲-۵- دستگاه مختصات ناوبری جغرافیایی یا NED<sup>۱</sup>

مرکز دستگاه مختصات جغرافیایی بر روی مرکز جرم وسیله واقع است. محور D محوری است که عمود بر سطح زمین رسم شده است. محور N عمود بر محور D و به سمت شمال جغرافیایی رسم شده و محور E نیز عمود بر صفحه شامل N و D و به طرف شرق در نظر گرفته می‌شود. صفحه NE، صفحه افق است. این دستگاه را شمال-شرق-پایین و به‌طور مختصر

زمین را به محل برخورد مدار استوا و نصف‌النهار گرینویچ وصل می‌کند، محور سوم نیز بر این دو محور عمود بوده و به‌گونه‌ای است که سه محور عمود برهم راست‌گرد را تشکیل می‌دهد. این دستگاه مختصات در شکل ۳ نشان داده شده است. مختصات وسیله در این دستگاه مختصات، مطابق این شکل برابر با  $(r_x, r_y, r_z)$  می‌باشد. براساس این شکل، مختصات وسیله در دستگاه ECEF می‌تواند بر حسب طول و عرض جغرافیایی  $(\lambda, \varphi)$  و ارتفاع از سطح زمین  $(h)$  بیان شود که در قسمت بعد، دستگاه مختصات ECEF زاویه‌ای برحسب  $(\lambda, \varphi, h)$  و ارتباط آن با دستگاه مختصات ECEF دکارتی توضیح داده می‌شود.



شکل (۳): دستگاه مختصات ECEF.

#### ۲-۴- دستگاه مختصات ECEF زاویه‌ای

این دستگاه مختصات، دقیقاً مشابه دستگاه مختصات ECEF دکارتی است اما مختصات وسیله در این دستگاه برحسب طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح زمین  $(\lambda, \varphi, h)$  بیان می‌شود. این دستگاه مختصات در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل، مختصات ECEF دکارتی بر حسب  $(X, Y, Z)$  و مختصات ECEF زاویه‌ای برحسب  $(\lambda, \varphi, h)$  بیان شده‌اند. ارتباط مولفه‌های مختصات وسیله در این دو دستگاه از طریق معادلات (۱-۲) قابل بیان است.

محاسبه است. برای محاسبه ماتریس  $C_b^i$  می توان از یکی از دو روش زیر استفاده نمود:

الف) معادلات دینامیکی ماتریس دوران

ب) ماتریس دوران بر حسب کوآترینینها و معادلات دینامیکی کوآترینینها  
معادلات مربوط به روش دینامیکی ماتریس دوران در رابطه (۴) آورده شده است [۷].

$$\dot{C}_b^i = C_b^i \Omega \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

در رابطه (۴)،  $p, q, r$  خروجی های اندازه گیری شده توسط ژيروسکوپها می باشند. جهت محاسبه  $C_b^i$  لازم است از معادله (۴) انتگرال گیری شود. روش دوم محاسبه این ماتریس، استفاده از معادلات مربوط به کوآترینینها است که در رابطه (۵) بیان شده است.

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \Omega_q \bar{q} \quad \Omega_q = \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$$

$$C_b^i = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix} \quad (۵)$$

در این معادلات، ابتدا کوآترینینها، توسط انتگرال گیری از رابطه اول که شامل خروجی ژيروسکوپها است به هنگام می شوند. سپس با استفاده از رابطه دوم و براساس کوآترینینهای به هنگام شده، ماتریس  $C_b^i$  محاسبه می شود.

### ۳-۱-۲ دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه مختصات اینرسی

دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه مختصات اینرسی در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به دیاگرام، ابتدا سرعت های زاویه ای  $p, q, r$  توسط ژيروسکوپها در هر لحظه اندازه گیری می شوند. سپس ماتریس دوران  $C_b^i$  با استفاده از خروجی ژيروسکوپها محاسبه می شود. با ضرب خروجی شتابسنجها در ماتریس دوران  $C_b^i$ ، شتابها از دستگاه بدنی به

دستگاه NED می نامند. این دستگاه مختصات در شکل ۵ نشان داده شده است.

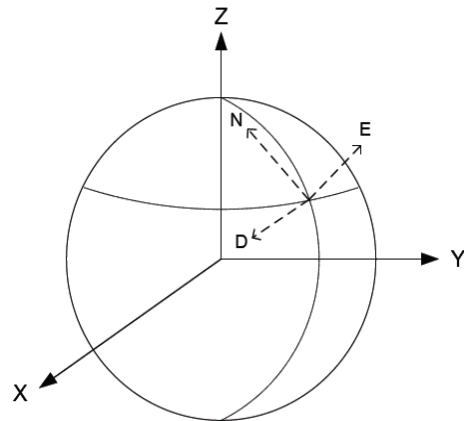
معادلات حرکت وسیله در این دستگاه از طریق معادلات (۳) بیان می شوند.

$$\dot{\varphi} = \frac{V_E}{(R+h) \cos \lambda}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_N}{R+h} \quad (۳)$$

$$\dot{h} = -V_D$$

که در این روابط،  $V_E$  مولفه شرقی سرعت وسیله،  $V_N$  مولفه شمالی سرعت وسیله و  $V_D$  مولفه عمودی سرعت وسیله در دستگاه مختصات NED است.  $\varphi$  طول جغرافیایی،  $\lambda$  عرض جغرافیایی و  $h$  ارتفاع از سطح زمین می باشد.



شکل (۵): دستگاه مختصات جغرافیایی یا NED.

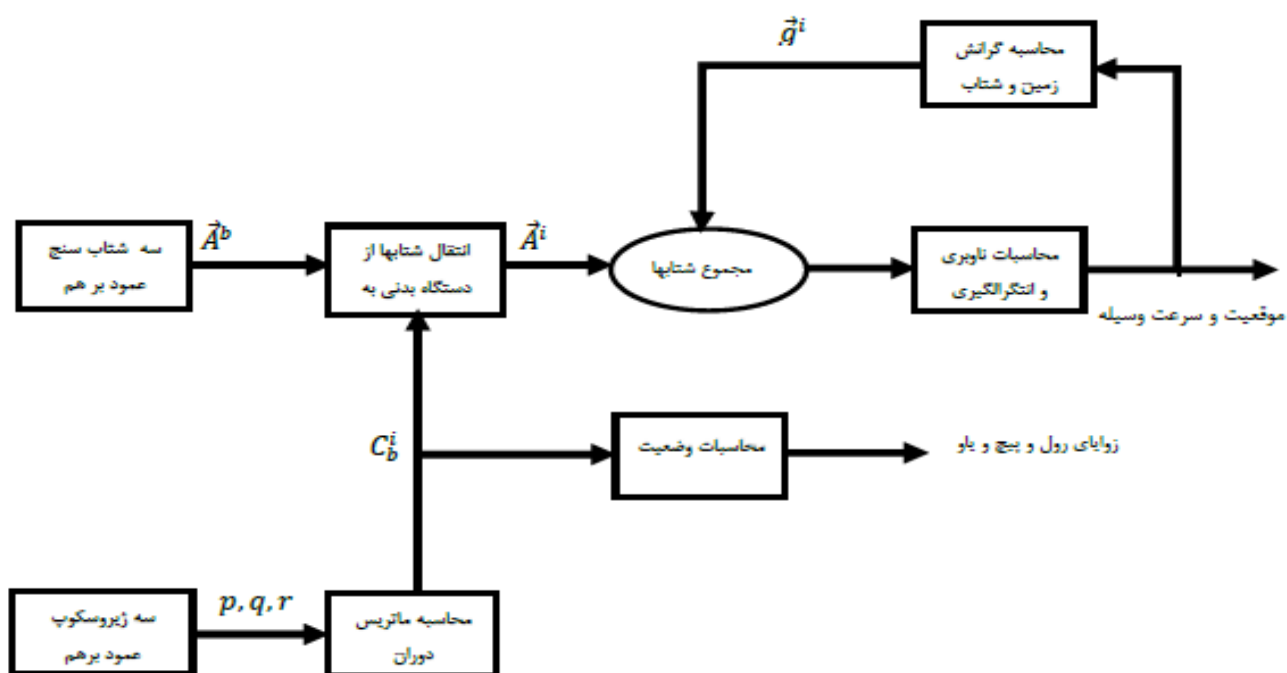
### ۳- ناوبری در دستگاه مختصات اینرسی

شتابسنج های متصل به بدنه وسیله، شتاب وسیله را در دستگاه بدنی اندازه گیری می کنند. این شتابها بایستی به دستگاه مختصات اینرسی منتقل شوند تا بتوان در ادامه از طریق انتگرال گیری از آنها، سرعت و موقعیت وسیله را محاسبه نمود. فرض کنید شتاب اندازه گیری شده وسیله در دستگاه بدنی توسط شتابسنجها با بردار  $\vec{f}^b = [f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$  نشان داده شود؛ بردار  $\vec{f}^i = [f_x^i \ f_y^i \ f_z^i]^T$  بردار شتاب منتقل شده به دستگاه اینرسی است که از طریق رابطه  $\vec{f}^i = C_b^i * \vec{f}^b$  قابل

موقعیت اولیه، موقعیت وسیله در هر لحظه به دست می آید. با توجه به شکل ۶ مشاهده می شود که جهت تعیین وضعیت وسیله که شامل تعیین زوایای رول، پیچ و یاو است، لازم است از ماتریس  $C_b^i$  و معادلات بیان شده در رابطه (۶) استفاده شود.

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{c_{21}}{c_{11}}\right), \theta = -\sin^{-1}(c_{31}), \phi = \tan^{-1}\left(\frac{c_{32}}{c_{33}}\right) \quad (۶)$$

دستگاه اینرسی انتقال داده می شود ( $\vec{f}^i = C_b^i * \vec{f}^b$ ). شتاب کلی در  $\vec{f}_i^i$  در دستگاه اینرسی مجموع شتاب  $\vec{f}^i$  و شتاب گرانشی  $\vec{g}^i$  است. در ادامه با انتگرال گیری از این شتاب و داشتن سرعت اولیه، سرعت وسیله در هر لحظه محاسبه می شود. با انتگرال گیری مجدد از سرعت محاسبه شده و همچنین داشتن



شکل (۶): دیاگرام ناوبری در دستگاه مختصات اینرسی.

#### ۴- ناوبری در دستگاه مختصات ECEF دکارتی

در ناوبری، خیلی اوقات لازم است موقعیت و سرعت وسیله نسبت به یک دستگاه چرخان متصل به زمین (مثلاً دستگاه مختصات ECEF محاسبه شود. روابط مربوط به ناوبری در دستگاه مختصات ECEF مطابق معادله (۷) می باشد [۸].

$$\left. \frac{d\vec{V}_e}{dt} \right|_e = \vec{f}_e + \vec{g}_e - \vec{\omega}_{ie} \times (\vec{\omega}_{ie} \times \vec{R}_e) - 2 \vec{\omega}_{ie} \times \vec{V}_e \quad (۷)$$

عبارت ها و پارامترهای موجود در معادله (۷) به صورت زیر تعریف می شوند:

$\vec{\omega}_{ie}^e$ : سرعت دورانی زمین نسبت به دستگاه مختصات اینرسی که برابر با  $\vec{\omega}_{ie} = 7.292 \times 10^{-5} \frac{rad}{s}$ ,  $\vec{\omega}_{ie} = (0 \ 0 \ \omega_{ie})^T$  است.

$\vec{V}_e$ : سرعت وسیله نسبت به زمین

$\vec{R}_e$ : بردار موقعیت وسیله نسبت به مرکز زمین

$2\vec{\omega}_{ie} \times \vec{V}_e$ : شتاب کوریولیس ناشی از چرخش زمین که باعث انحراف مسیر حرکت اجسام می شود.

$\vec{\omega}_{ie} \times (\vec{\omega}_{ie} \times \vec{R}_e)$ : شتاب مرکزگرا که باعث انحراف بردار گرانش زمین به سمت استوا می شود.

$\vec{g}_e$ : بردار گرانش زمین که با استفاده از قانون جهانی گرانش و براساس معادله (۸) محاسبه می شود:

$$\vec{g}_e = \frac{kM}{|\vec{R}_e|^3} \vec{R}_e \quad (۸)$$

## ۴-۱- دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه ECEF

دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه ECEF به صورت شکل ۷ است. مطابق این دیاگرام، ابتدا سرعت‌های زاویه‌ای  $p, q, r$  توسط ژيروسکوپ‌ها در هر لحظه اندازه‌گیری می‌شوند. سپس ماتریس دوران  $C_b^e$  با استفاده از خروجی ژيروسکوپ‌ها و به کمک معادلاتی که در قسمت قبل اشاره شد، محاسبه می‌شود. با ضرب خروجی شتاب‌سنج‌ها ( $\vec{f}^b$ ) در ماتریس دوران  $C_b^e$ ، شتاب‌ها از دستگاه بدنی به دستگاه ECEF انتقال داده می‌شوند. این رابطه به صورت  $\vec{f}^e = C_b^i * \vec{f}^b$  می‌باشد. با توجه به دیاگرام، شتاب کلی  $\left. \frac{d\vec{V}_e}{dt} \right|_e$  وسیله در دستگاه ECEF

است که از مجموع شتاب‌های خطی وسیله و شتاب‌های کوریولیس و مرکزگرا ایجاد می‌شود. با یکبار انتگرال‌گیری از این شتاب و داشتن سرعت اولیه، سرعت وسیله در هر لحظه در دستگاه ECEF به دست می‌آید. با دو بار انتگرال‌گیری از این شتاب و داشتن موقعیت اولیه، موقعیت وسیله در هر لحظه در این دستگاه قابل محاسبه خواهد بود. تعیین وضعیت وسیله شامل محاسبه زوایای رول، پیچ و یاء نیز از طریق ماتریس  $C_b^e$  و معادلات (۱۲) انجام می‌شود:

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{c_{21}}{c_{11}}\right), \theta = -\sin^{-1}(c_{31}), \phi = \tan^{-1}\left(\frac{c_{32}}{c_{33}}\right) \quad (12)$$

**نکته:** در مواقعی که ناوبری در کوتاه‌مدت مدنظر باشد (مثلاً کمتر از ۱۰ دقیقه)، می‌توان از اثرات چرخش زمین در روابط صرف‌نظر کرد و در نتیجه شتاب کوریولیس در رابطه ناوبری اخیر قابل حذف خواهد بود و روابط ناوبری به صورت معادلات (۱۳) ساده می‌شوند:

$$\left. \frac{d\vec{V}_e}{dt} \right|_e = C_b^e \vec{f}^b + \vec{g}^e - \vec{\omega}_{ie} \times (\vec{\omega}_{ie} \times \vec{R}_e) \quad (13)$$

$$\dot{C}_b^e = C_b^e \Omega_{eb}^b \quad \Omega_{eb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\tilde{r} & \tilde{q} \\ \tilde{r} & 0 & -\tilde{p} \\ -\tilde{q} & \tilde{p} & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

در این حالت، مقادیر  $\tilde{p}, \tilde{q}, \tilde{r}$  برابر با همان مقادیر خروجی ژيروسکوپ‌ها ( $p, q, r$ ) می‌باشند. همچنین در مواردی که سنسورهای اینرسی، از دقت چندانی برخوردار نباشند معادلات (۱۳) کاربرد دارند و در نتیجه، روابط ناوبری، ساده‌تر خواهند شد.

پارامترهای موجود در رابطه (۸)، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$k: \text{ ثابت گرانش نیوتن و برابر با } 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$$

$$M: \text{ جرم زمین و برابر با } 5,973 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$\vec{R}^e$ : موقعیت وسیله در دستگاه ECEF دکارتی و

$$\vec{R}^e = (x^e \ y^e \ z^e)^T$$

در معادله ناوبری در دستگاه ECEF (معادله (۷))،  $\vec{f}^e$  نیروهای ویژه انتقال داده‌شده به دستگاه ECEF است که از طریق رابطه (۹) قابل بیان است:

$$\vec{f}^e = C_b^e \vec{f}^b \quad (9)$$

در رابطه (۹)،  $\vec{f}^b$  نیروهای ویژه‌ای است که توسط شتاب‌سنج‌ها و در دستگاه بدنی اندازه‌گیری می‌شود. ماتریس  $C_b^e$  نیز ماتریس دوران از دستگاه بدنی به دستگاه ECEF است که از طریق معادلات دینامیکی ماتریس دوران یا معادلات دینامیکی کواترنین‌ها، قابل محاسبه است. در این قسمت، به نحوه محاسبه ماتریس دوران  $C_b^e$  از طریق معادله دینامیکی ماتریس دوران اشاره می‌شود. معادله دینامیکی ماتریس دوران  $C_b^e$  با معادله (۱۰) بیان می‌شود:

$$\dot{C}_b^e = C_b^e \Omega_{eb}^b \quad \Omega_{eb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\tilde{r} & \tilde{q} \\ \tilde{r} & 0 & -\tilde{p} \\ -\tilde{q} & \tilde{p} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

پارامترهای  $\tilde{r}, \tilde{q}, \tilde{p}$  در رابطه (۱۰) از طریق رابطه (۱۱) به خروجی ژيروسکوپ‌ها ( $p, q, r$ ) ارتباط پیدا می‌کند:

$$\begin{pmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} - (C_b^e)^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \end{pmatrix} \quad (11)$$

که مقدار  $\omega_{ie}$  در رابطه (۱۱)، سرعت چرخش زمین و برابر با مقدار  $7,292 \times 10^{-5}$  رادیان بر ثانیه است. در صورتی که لازم باشد از معادله دینامیکی کواترنین‌ها جهت محاسبه ماتریس دوران استفاده شود، بایستی مقادیر  $\tilde{r}, \tilde{q}, \tilde{p}$  در رابطه کواترنین‌ها از طریق معادله (۱۱) محاسبه و جایگزین شوند.



$\vec{\omega}_{ie}^n$ : سرعت دورانی زمین نسبت به دستگاه اینرسی که در دستگاه NED یا n بیان شده است. این سرعت دورانی براساس معادله (۱۵) قابل محاسبه است:

$$\vec{\omega}_{ie}^n = \begin{pmatrix} \omega_{ie} \cos \lambda \\ 0 \\ -\omega_{ie} \sin \lambda \end{pmatrix} \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $\omega_{ie}$  برابر با  $7.292 \times 10^{-5} \frac{rad}{s}$  و  $\lambda$  عرض جغرافیایی است.

$\vec{\omega}_{en}^n$ : سرعت دورانی دستگاه مختصات n نسبت به زمین که در دستگاه n بیان شده است و از طریق معادله (۱۶) قابل محاسبه است:

$$\vec{\omega}_{en}^n = \begin{pmatrix} \frac{v_E}{R+h} \\ -\frac{v_N}{R+h} \\ -\frac{v_E \tan \lambda}{R+h} \end{pmatrix} \quad (16)$$

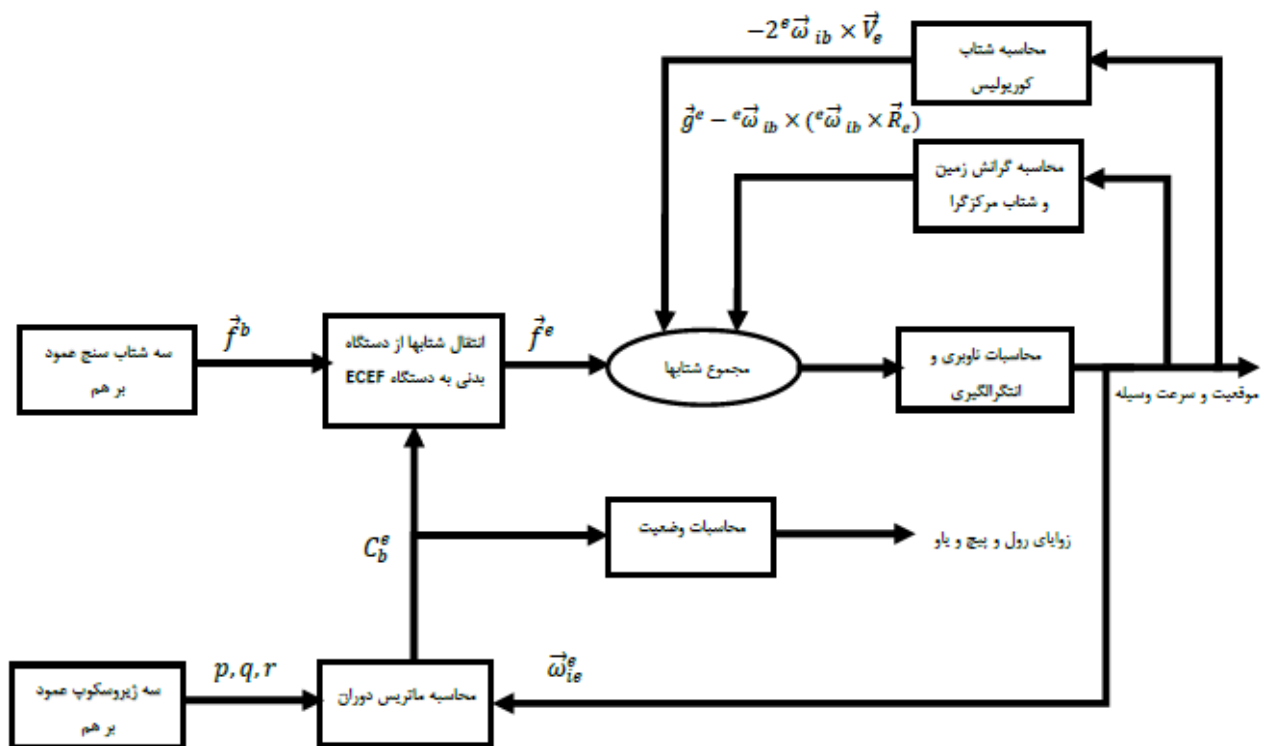
### ۵- ناوبری در دستگاه مختصات جغرافیایی یا NED

در این دستگاه مختصات، سرعت زمینی وسیله با بردار  $\vec{V}_e^n$  بیان می‌شود که اندیس n، معرف دستگاه مختصات جغرافیایی محلی یا NED است و اندیس e معرف آن است که سرعت وسیله نسبت به زمین می‌باشد. معادلات ناوبری در دستگاه مختصات ناوبری NED مطابق معادلات (۱۴) می‌باشد [۸].

$$\dot{\vec{V}}_e^n = C_b^n \vec{f}^b - (2 \vec{\omega}_{ie}^n + \vec{\omega}_{en}^n) \vec{V}_e^n + \vec{g}_l^n \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)،  $\vec{V}_e^n = (v_N \ v_E \ v_D)^T$  شامل مولفه‌های شمالی، شرقی و عمودی سرعت وسیله می‌باشد. همچنین پارامترهای دیگر در معادله (۱۴) به صورت آنچه در ادامه آورده شده است، تعریف می‌شوند.

$C_b^n$ : ماتریس دوران از دستگاه بدنی به دستگاه ناوبری n یا NED  
 $\vec{f}^b$ : نیروهای ویژه اندازه‌گیری شده توسط مجموعه شتاب‌سنج‌ها در دستگاه بدنی



شکل (۷): دیاگرام ناوبری در دستگاه زمینی ECEF.

$$\begin{pmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} - (C_b^n)^T (\bar{\omega}_{ie}^n + \bar{\omega}_{en}^n) \quad (21)$$

با بسط معادله (۱۴)، می‌توان مولفه‌های سرعت وسیله در راستای محورهای شرق، شمال و عمود را به‌دست آورد. با فرض  $\bar{V}_e^n = (v_N \ v_E \ v_D)^T$ ، به عنوان بردار سرعت وسیله در دستگاه ناوبری n و  $\bar{f}^n = C_b^n \bar{f}^b = (f^N \ f^E \ f^D)^T$  و مولفه‌های سرعت شمال  $(v_N)$ ، سرعت شرق  $(v_E)$  و سرعت عمود  $(v_D)$  به صورت معادلات (۲۲) خواهند بود [۷].

$$\begin{aligned} \dot{v}_N &= f^N - 2\omega_{ie} v_E \sin \lambda + \frac{v_N v_D - v_E^2 \tan \lambda}{R_0 + h} + \xi g_{\approx 0} \\ \dot{v}_E &= f^E + 2\omega_{ie} (v_N \sin \lambda + v_D \cos \lambda) + \frac{v_E}{R_0 + h} (v_D + v_N \tan \lambda) - \eta g_{\approx 0} \\ \dot{v}_D &= f^D - 2\omega_{ie} v_E \cos \lambda - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R_0 + h} + g \end{aligned} \quad (22)$$

#### ۵-۲- دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه مختصات NED

دیاگرام کلی ناوبری در دستگاه NED به صورت شکل ۸ است. مطابق این دیاگرام، ابتدا سرعت‌های زاویه‌ای  $p, q, r$  توسط ژيروسکوپها در هر لحظه اندازه‌گیری می‌شوند. سپس ماتریس دوران  $C_b^n$  با استفاده از خروجی ژيروسکوپها و به کمک معادلات بیان‌شده در قسمت قبل، محاسبه می‌شود. با ضرب خروجی شتاب‌سنجها ( $\bar{f}^b$ ) در ماتریس دوران  $C_b^n$ ، شتابها از دستگاه بدنی به دستگاه NED انتقال داده می‌شوند

$$\bar{f}^n = C_b^n * \bar{f}^b \quad \text{شتاب کلی} \quad \left. \frac{d\bar{V}_e}{dt} \right|_n \quad \text{وسیله در دستگاه}$$

NED مطابق با معادلات (۱۴) است. با یکبار انتگرال‌گیری از این شتاب و داشتن سرعت اولیه، سرعت وسیله در هر لحظه در دستگاه NED به‌دست می‌آید. با دو بار انتگرال‌گیری از این شتاب و داشتن موقعیت اولیه، موقعیت وسیله در هر لحظه در این دستگاه قابل محاسبه خواهد بود. وضعیت وسیله و زوایای رول و پیچ و یاو نیز از طریق ماتریس  $C_b^n$  و معادلات (۲۳) انجام می‌شود:

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{c_{21}}{c_{11}} \right), \quad \theta = -\sin^{-1} (c_{31}), \quad \phi = \tan^{-1} \left( \frac{c_{32}}{c_{33}} \right) \quad (23)$$

در رابطه (۱۶)، شعاع کره زمین و  $h$  ارتفاع از سطح زمین است. معادلات دینامیکی، جهت به‌هنگام‌سازی طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح زمین از طریق معادلات (۱۷) قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \frac{v_N}{R+h} \\ \dot{\phi} &= \frac{v_E}{(R+h)\cos \lambda} \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، طول جغرافیایی است و سایر پارامترها نیز قبلاً اشاره شدند.

$\bar{g}_l^n$ : بردار شتاب گرانشی محلی شامل شتاب ناشی از گرانش جرمی زمین و شتاب مرکزگرایی ناشی از حرکت زمین می‌باشد. این بردار با فرض مدل کره زمین برابر با معادله (۱۸) است:

$$\begin{aligned} \bar{g}_l^n &\approx \begin{pmatrix} \xi g \\ -\eta g \\ g \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g(h, \lambda) \end{pmatrix} \\ g(h, \lambda) &= g(0, \lambda) \left( \frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2 \\ g(0, \lambda) &= 9.780327(1 + 0.0053024 \sin^2(\lambda) - 0.0000058 \sin^2(2\lambda)) \end{aligned} \quad (18)$$

#### ۵-۱- نحوه محاسبه ماتریس دوران $C_b^n$

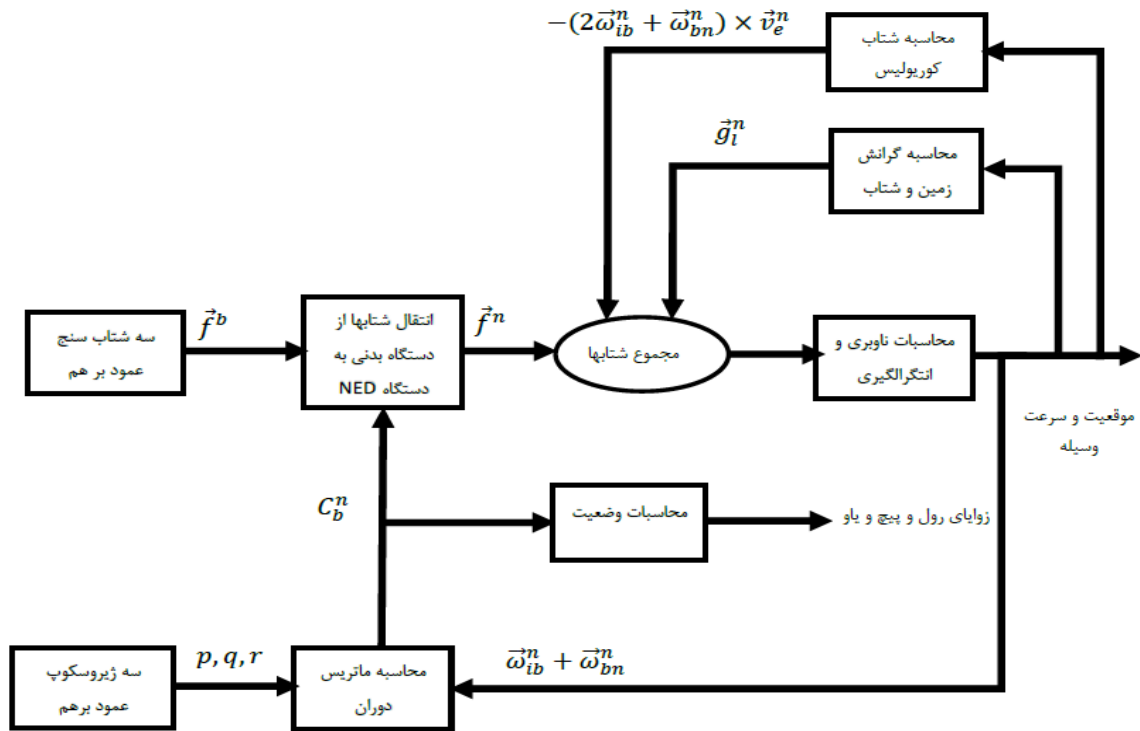
شتاب‌سنج‌های متصل به وسیله، شتاب‌های خطی  $\bar{f}^b$  را در دستگاه بدنی اندازه‌گیری می‌کنند. برای ناوبری در دستگاه n یا NED لازم است این شتابها به این دستگاه منتقل شوند. معادله (۱۹)، ارتباط شتاب‌های خطی در این دو دستگاه را آشکار می‌کند که در این رابطه،  $\bar{f}^n$  شتاب‌های خطی منتقل شده در دستگاه ناوبری n است.

$$\bar{f}^n = C_b^n \bar{f}^b \quad (19)$$

جهت محاسبه ماتریس دوران  $C_b^n$  از معادله (۲۰) استفاده می‌شود:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b, \quad \Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\tilde{r} & \tilde{q} \\ \tilde{r} & 0 & -\tilde{p} \\ -\tilde{q} & \tilde{p} & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

مقادیر  $\tilde{r}, \tilde{q}, \tilde{p}$  توسط معادله (۲۱) به مقادیر خروجی ژيروسکوپها ( $p, q, r$ ) ارتباط پیدا می‌کند.



شکل (۸): دیاگرام ناوبری در دستگاه مختصات NED.

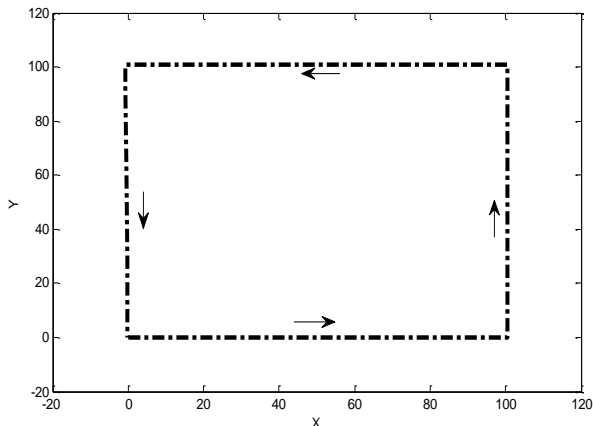
۶- شبیه سازی سیستم INS در دستگاههای مختصات Inertial و ECEF و NED

در ادامه مقاله به بررسی شبیه سازی سیستم ناوبری اینرسی با بهره گیری از دو سناریوی حرکتی متفاوت در دستگاههای مختصات اینرسی، زمینی و جغرافیایی پرداخته می شود.

در انتهای این بخش و قبل از این که به بحث شبیه سازی ناوبری پرداخته شود، جهت مقایسه عملیات ناوبری در دستگاههای مختصات و مشخصات هر دستگاه مختصات در جدول ۱ آورده شده است. در این جدول، دستگاههای مختصات از لحاظ درجه سختی محاسبات با هم مقایسه شده اند و به طور کلی مشخصات هر دستگاه مختصات آورده شده است.

جدول (۱): مشخصات و مقایسه بین دستگاههای مختصات.

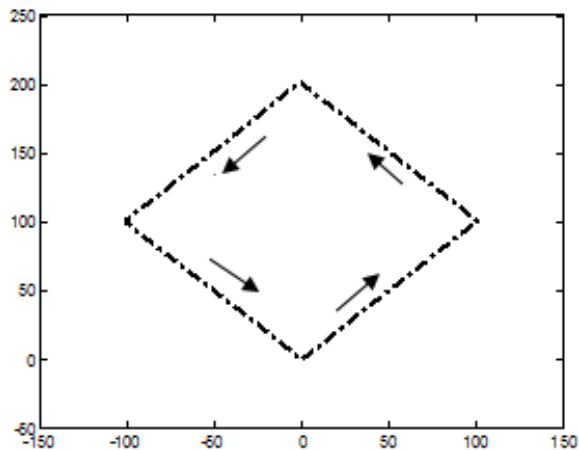
نام دستگاه مختصات	مشخصات و کاربردهای هر دستگاه	درجه سختی محاسبات ناوبری
دستگاه بدنی (Body)	- متصل به وسیله متحرک - جهت نصب سنسورهای اینرسی و ذخیره داده های آنها	ساده
دستگاه اینرسی (Inertial)	- نسبت به خورشید و ستارگان دوردست تعریف می شود. - جهت موقعیت یابی و وضعیت سنجی وسایل دور از زمین مانند ماهواره ها	ساده
دستگاه مختصات زمینی (ECEF)	- نسبت به زمین و محورهای استوا و نصف النهار گرینویچ تعریف می شود. - در موقعیت یابی و وضعیت سنجی موشک های تاکتیکی و بالستیک و کشتی های تجاری، جنگی و ...	تقریباً پیچیده
دستگاه مختصات جغرافیایی (NED)	- نسبت به زمین و محورهای استوا و نصف النهار گرینویچ تعریف می شود. - در موقعیت یابی و وضعیت سنجی موشک های تاکتیکی و بالستیک و کشتی های تجاری، جنگی و ...	پیچیده



شکل (۱۱): مسیر حرکت مربعی شکل وسیله در دستگاه ECEF.

#### ۲-۶- شبیه‌سازی سیستم INS در دستگاه مختصات Inertial به کمک نرم‌افزار Simulink/Matlab

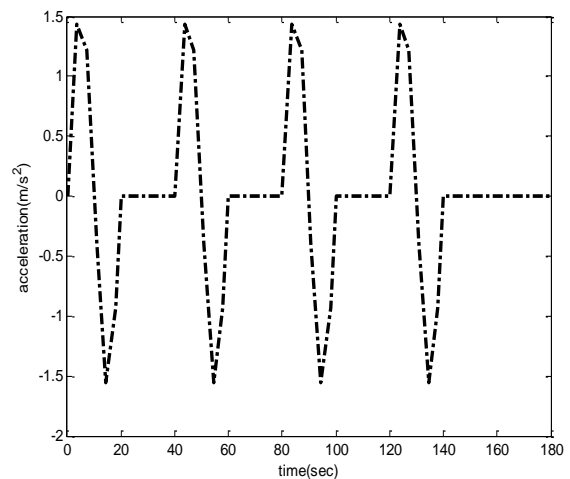
جهت شبیه‌سازی حرکت یک وسیله در دستگاه مختصات اینرسی یک مانور حرکتی مشابه سناریوی حرکتی بخش قبل ارائه می‌شود به این صورت که شتاب وسیله در راستای محور اول دستگاه بدنی و همچنین در راستای محور دوم دستگاه بدنی مشابه با شکل ۹ در نظر گرفته شده است. و شتاب در راستای محور سوم نیز صفر منظور شده است. علاوه بر این، سرعت زاویه‌ای  $p=q=0$  و سرعت زاویه‌ای  $r$  نیز مطابق شکل ۱۰ می‌باشد. مسیر حرکت وسیله با مشخصات حرکتی مذکور و براساس الگوریتم بیان شده در قسمت (۳-۱) و شبیه‌سازی به صورت شکل ۱۲ خواهد بود. تفاوت این شکل با شکل ۱۱ به خاطر دارا بودن شتاب حرکتی وسیله در راستای محور  $y$  است.



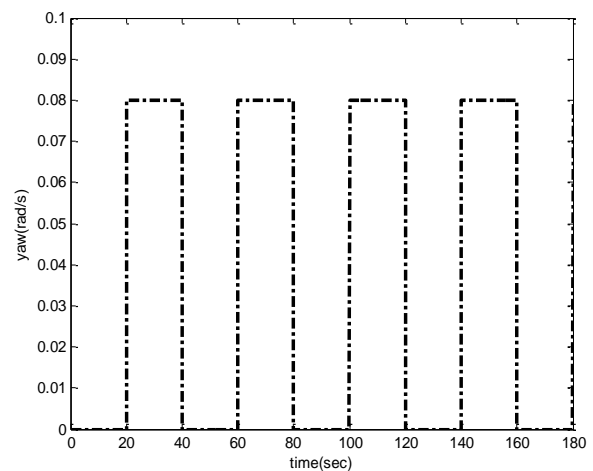
شکل (۱۲): مسیر حرکت مربعی شکل در دستگاه Inertial.

#### ۱-۶- شبیه‌سازی سیستم INS در دستگاه مختصات ECEF به کمک نرم‌افزار Simulink/Matlab

در این قسمت، شبیه‌سازی مربوط به الگوریتم ناوبری اینرسی در دستگاه مختصات اینرسی، ECEF دکارتی و NED در محیط سیمولینک مطلب ارائه می‌شود. جهت شبیه‌سازی، دو سناریوی حرکتی مختلف در نظر گرفته می‌شود. در سناریوی اول فرض شود شتاب خطی واقعی وسیله در راستای محور  $x$  در دستگاه بدنی به صورت شکل ۹ و شتاب خطی واقعی آن در راستای محور  $y$  و محور  $z$  برابر صفر باشد. همچنین فرض شود سرعت زاویه‌ای مربوط به زاویه yaw یا  $r$  مطابق شکل ۱۰ و سرعت‌های زاویه‌ای  $p$  و  $q$  برابر صفر باشد. این شتاب‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای پس از انتقال به دستگاه مختصات ECEF شبیه‌سازی به کمک نرم‌افزار سیمولینک یک مسیر مربعی شکل به صورت شکل ۱۱ را ایجاد می‌کند.



شکل (۹): شتاب وسیله در راستای محور اول دستگاه بدنی.



شکل (۱۰): سرعت زاویه‌ای  $r$ .

## ۷- ارزیابی و بهبود عملکرد ناوبری اینرسی به کمک تلفیق با سامانه های ناوبری دیگر

در سامانه های ناوبری اینرسی، شتابسنجها نقش اندازه گیری شتابهای خطی و ژيروسکوپها وظیفه اندازه گیری سرعت های زاویه ای را بر عهده دارند. حسگرهای شتابسنج و ژيروسکوپ مانند هر نوع حسگر دیگر دارای انواع خطاهای اندازه گیری می باشند که این موضوع باعث می شود این خطاها در روابط ناوبری، وارد شده و محاسبات موقعیت، سرعت و وضعیت وسیله با خطا همراه شده و دقت ناوبری کاهش یابد. متداولترین مدل کلی شتابهای خطی اندازه گیری شده توسط شتابسنجها مطابق معادله (۲۳) می باشد [۹].

$$\vec{f}^b = \vec{f}_r + \vec{\delta f}_r + S_c \vec{f}_r + N_a \vec{f}_r + \vec{\gamma} + \delta \vec{\gamma} + \vec{\varepsilon}_a \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) پارامترهای آن به صورت زیر تعریف می شوند:

$\vec{f}^b$ : بردار شتابهای اندازه گیری شده در دستگاه بدنی

$\vec{f}_r$ : بردار شتابهای واقعی

$\vec{\delta f}_r$ : بردار بایاس شتابسنجها

$S_c$ : ماتریس ضرائب مقیاس

$N_a$ : ماتریس ناهم محوری شتابسنجها

$\vec{\gamma}$ : بردار شتاب گرانش زمین

$\delta \vec{\gamma}$ : بردار تغییرات گرانش زمین

$\vec{\varepsilon}_a$ : بردار نویز شتابسنجها

همچنین یک مدل کلی جهت سرعت های زاویه ای اندازه گیری شده توسط ژيروسکوپها مطابق رابطه (۲۴) قابل بیان است.

$$\vec{\omega}_{ib}^b = \vec{\omega}_r + \delta \vec{\omega}_r + S_\omega \vec{\omega}_r + N_\omega \vec{\omega}_r + \vec{\varepsilon}_\omega \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) پارامترهای آن به صورت زیر تعریف می شوند:

$\vec{\omega}_{ib}^b$ : بردار سرعت های زاویه ای اندازه گیری شده توسط

ژيروسکوپها

$\vec{\omega}_r$ : بردار سرعت های زاویه ای واقعی

$\delta \vec{\omega}_r$ : بردار بایاس ژيروسکوپها

$S_\omega$ : ماتریس ضرائب مقیاس

$N_\omega$ : ماتریس ناهم محوری ژيروسکوپها

$\vec{\varepsilon}_\omega$ : بردار نویز ژيروسکوپها

وجود خطاهای حسگرهای اینرسی باعث می شود که محاسبات ناوبری از دقت خارج شده و پارامترهای موقعیت، سرعت و وضعیت با خطا همراه شوند. جهت بهبود عملکرد سامانه ناوبری

## ۳-۶- شبیه سازی سیستم INS در دستگاه مختصات NED به کمک نرم افزار Simulink/Matlab

جهت شبیه سازی در دستگاه مختصات NED یک مانور حرکتی با مشخصات زیر در نظر گرفته می شود:

- شتاب در راستای محور اول دستگاه بدنی: برابر با  $20 \text{ m/s}^2$

- شتاب در راستای محور دوم دستگاه بدنی: برابر با  $10 \text{ m/s}^2$

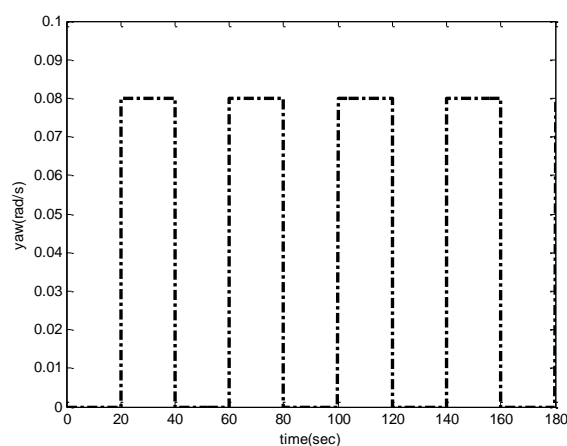
- شتاب گرانش راستای محور سوم: برابر با  $9.81 \text{ m/s}^2$

- سرعت زاویه ای وسیله حول محور اول دستگاه بدنی:  $p = 0$

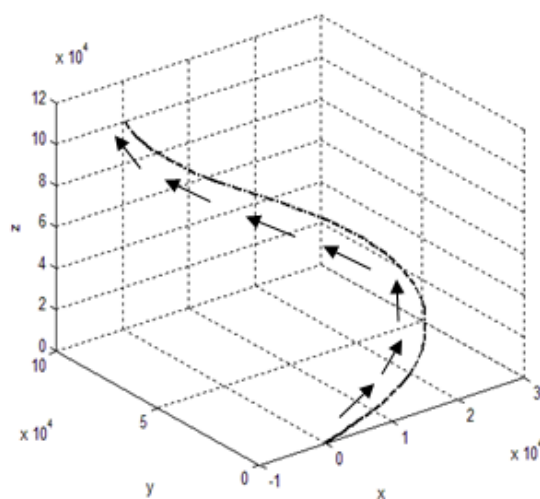
- سرعت زاویه ای وسیله حول محور دوم دستگاه بدنی:  $q = 0$

- سرعت زاویه ای حول محور سوم مطابق شکل ۱۳ است.

بعد از شبیه سازی، نتیجه حرکت در دستگاه مختصات NED مطابق شکل ۱۴ خواهد بود.

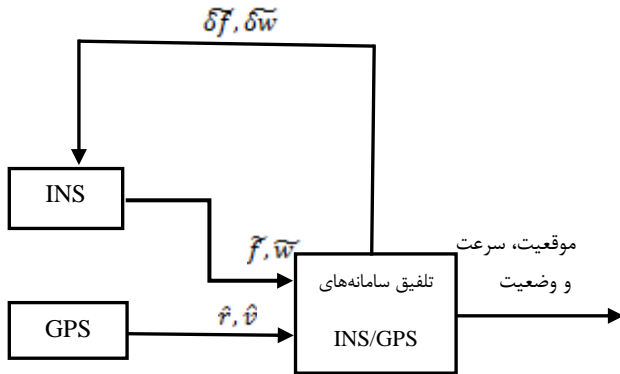


شکل (۱۳): سرعت زاویه ای  $\dot{\gamma}$ .

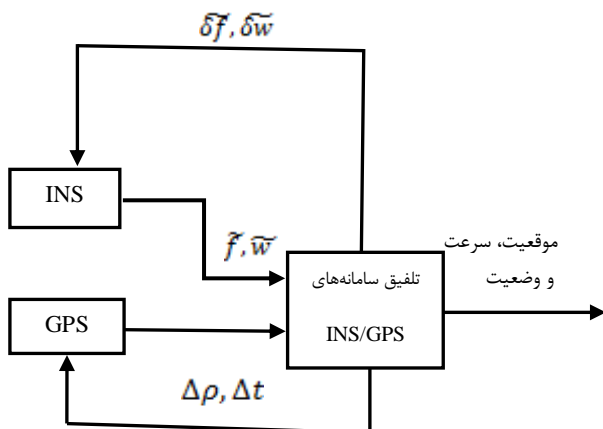


شکل (۱۴): مسیر حرکت وسیله در دستگاه مختصات NED.

بهبود چشمگیری پیدا کند و این خصوصیت، باعث کاربرد روزافزون آن در حوزه‌های مختلف صنعت، کشاورزی، پزشکی و ... شده است.



شکل (۱۵): تلفیق سامانه‌های INS و GPS به روش loosely.



شکل (۱۶): تلفیق سامانه‌های INS و GPS به روش tightly.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا به معرفی سامانه‌های ناوبری اینرسی، انواع آن‌ها و مشخصات هر کدام اشاره شد. سپس دستگاه‌های مختصات شامل اینرسی، زمینی دکارتی و NED به شیوه‌ای شیوا و مناسب معرفی و مدل‌سازی ناوبری در هر دستگاه به طور کامل بررسی و الگوریتم‌های حاکم بر هر سامانه و فلوچارت‌های مربوطه ارائه شد. در ادامه مقاله، شبیه‌سازی چندین سناریوی حرکتی مختلف در این دستگاه‌ها بررسی شد و مسیرهای حرکتی حاصل از شبیه‌سازی‌ها استخراج و تشریح گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوریتم‌های ناوبری

اینرسی و کاهش تاثیرات این خطاها، معمولاً سامانه ناوبری اینرسی با سایر سامانه‌های کمک ناوبری مانند GPS، ناوبری تصویری، سامانه‌های راداری، سونار و ... تلفیق می‌شوند. تلفیق سامانه ناوبری اینرسی با سامانه GPS متداولترین و پرکاربردترین روش تلفیق جهت بهبود عملکرد سامانه ناوبری اینرسی می‌باشد. تلفیق این دو سامانه به کمک الگوریتم‌های پیشرفته ریاضی که مهم‌ترین آنها فیلتر کالمن، فیلتر کالمن توسعه یافته، فیلتر ذره‌ای و ... هستند؛ انجام می‌پذیرد که در این بخش به بررسی تلفیق سیستم ناوبری اینرسی و GPS با کمک فیلتر کالمن پرداخته می‌شود. جهت تلفیق سامانه ناوبری اینرسی با سامانه GPS و به کمک فیلتر کالمن دو روش متداول وجود دارد که عبارتند از: روش کوپلاژ آزاد<sup>۱</sup> و روش کوپلاژ محکم<sup>۲</sup>.

دیگرام بلوکی این دو روش در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ آورده شده‌اند. در روش کوپلاژ آزاد، از یک فیلتر کالمن معمولی جهت بهبود عملکرد سامانه‌های تلفیق شده استفاده می‌شود. به این صورت که با تلفیق داده‌های تخمین از دو سیستم GPS و سامانه ناوبری اینرسی و براساس الگوریتم فیلتر کالمن، خطاهای تخمینی  $(\delta \hat{f}, \delta \hat{w})$  تولید شده و از این تخمین‌های خطا جهت تصحیح عملکرد نهایی سامانه ناوبری اینرسی بهره‌گیری می‌شود. با وجود این‌که در این سامانه تلفیقی از سامانه ناوبری اینرسی با دقت متوسط و حتی پایین استفاده می‌شود، به خاطر بهره‌گیری نرم‌افزاری از فیلتر کالمن، از دقت قابل قبولی برخوردار است. در روش کوپلاژ محکم، یک فیلتر کالمن توسعه یافته به عنوان هسته مرکزی سامانه تلفیقی عمل می‌کند به این صورت که فیلتر کالمن توسعه یافته، علاوه بر خطاهای تخمینی شتابهای خطی  $\delta \hat{f}$  و خطاهای تخمینی سرعت‌های زاویه‌ای  $\delta \hat{w}$ ، خطاهای تخمینی شبه فاصله  $\Delta \rho$  خطای زمانی  $\Delta \rho$  نیز فراهم می‌آورد به این ترتیب در این روش، فیلتر کالمن توسعه یافته هم داده‌های سامانه ناوبری اینرسی و هم داده‌های GPS را اصلاح می‌کند. این روش از دقت بالایی برخوردار است اما پیچیدگی محاسبات در این روش به نسبت به روش قبل زیادتر است. به کارگیری این روش‌های تلفیقی باعث شده است که دقت سامانه‌های ناوبری اینرسی

1- Loosely

2- Tightly

- Systems In Civilian And Military Vehicle Navigation Using Matlab Software”, International Journal of Control Theory and Computer Modeling, Vol. 5, No. 1, pp. 15-31, 2015.
8. Titterton, D. and Weston, J. “Strapdown inertial navigation technology”, (2nd Edition), Institution of Engineering and Technology, United Kingdom, 2004.
  9. Shults, R. “Simulation of Inertial Navigation System Errors At Aerial Photography From AUV”, The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XLII-1/W1, pp.345-351, 2017.

بیان شده در دستگاه های مختصات مختلف و فایل های شبیه سازی از دقت و عملکرد مناسبی برخوردار می باشد. برای شبیه سازی هر نوع حرکت دیگری، کافی است داده های اندازه گیری شده توسط شتاب سنج ها و ژيروسکوپ ها به عنوان داده های ورودی به فایل شبیه سازی وارد شده و شبیه سازی حرکتی وسیله براساس الگوریتم های ناوبری در هر دستگاه انجام پذیرد. در پایان مقاله به ارزیابی عملکرد سامانه ناوبری اینرسی و یک مدل کلی از اندازه گیری شتاب های خطی و سرعت های زاویه ای به کمک حسگرهای اینرسی پرداخته و جهت بهبود عملکرد این سامانه ناوبری اینرسی، تلفیق آن با سامانه GPS به کمک فیلتر کالمن پیشنهاد شد.

## ۸- مراجع

1. Grigorie, T., Lungu, M., Raluca, I. and Obreja, R. “Concepts for Error Modelling of Miniature Accelerometers used in Inertial Navigation Systems”, Annals of the University of Craiova. Electrical Engineering series, No. 34, pp. 212-219, 2010.
2. Dargan, S. and Tiwari, N. “GPS/INS Integration & Simulation with Time Synchronization Property”, International Journal Modern Electronics and Communication Engineering, Vol. 3, No. 2, pp. 9-12, 2015.
3. Zaghoul, M.S. “Accurate Positioning Using Integration of Inertial Navigation System based on GPS and Inertial Measurement Unit”, International Journal of Academic Research in Computer Sciences and Electrical Engineering, Vol. 1, No. 1, pp. 31-37, 2014.
4. Jwo, D.J., Shih, J.H., Hsu, C.S. and Yu, K.L. “Development Of A Strapdown Inertial Navigation System Simulation Platform”, Journal of Marine Science and Technology, Vol. 22, No. 3, pp. 381-391, 2014.
5. Zhang, W., Ghogho, M. and Yuan, B. “Mathematical Model and Matlab Simulation of Strapdown Inertial Navigation System”, Hindawi Publishing Corporation, Modelling and Simulation in Engineering, Vol. 2012, Article ID 264537, pp. 1-25, 2012.
6. Tadic, S. and Vukajlovic, M.B. “Experimental Verification of Inertial Navigation with MEMS for Forensic Investigation of Vehicle Collision”, Journal of Radio Engineering, Vol. 25, No. 1, pp. 187-193, 2016.
7. Prasad, K., Kumudha, B. and Keerthana, P. “Mechanization And Error Analysis Of Aiding