

تحلیل ارتعاشات آزاد و کمانش پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل با هسته

انعطاف‌پذیر و لایه‌های روغن مغناطیسی

کرامت ملک‌زاده فرد^۱ محسن غلامی^۲ علیرضا پورموید^۳
 مجتمع هوافضای دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه
 نصرالدین طوسی دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء(ص)
 (تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۵/۲۰)

چکیده

در این مقاله برای اولین بار، با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته پنل‌های ساندویچی به تحلیل ارتعاشات آزاد و کمانش پنل ساندویچی استوانه‌ای با هسته انعطاف‌پذیر و رویه‌ها با وجود لایه‌های روغن هوشمند مغناطیسی برای شرایط مرزی دو سر لولا پرداخته شده است. به منظور صحت‌گذاری، نتایج به دست آمده با نتایج مدل‌سازی پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل در نرم‌افزار المان محدود ABAQUS مقایسه شده است. در این مطالعه، تاثیر شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای فیزیکی مانند نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل، نسبت ضخامت لایه روغن هوشمند مغناطیسی به ضخامت کل پنل و زاویه‌ی الیاف بر فرکانس طبیعی، بار کمانش و ضرایب استهلاک بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی، بارهای بحرانی کمانش (مقادیر ویژه) و تغییر شکل‌های مودال عرضی (بردارهای ویژه) برای استوانه ساندویچی با لایه‌های روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌های پنل ساندویچی استوانه‌ای و هسته انعطاف‌پذیر، به صورت جدی متاثر از شدت میدان مغناطیسی حاکم می‌باشد.

کلیدواژگان: بار بحرانی کمانش، میدان مغناطیسی، لایه روغن MR، فرکانس طبیعی، ضریب استهلاک، مواد هوشمند.

Free Vibration and Buckling Analysis of Cylindrical Sandwich Panel with Flexible Core and Magneto Rheological Fluid Layers

K. Malekzadeh Fard

Department of Aerospace
Engineering, Malek Ashtar
University of Technolog

M. Gholami

Department of Mechanical
Engineering, K. N. Tossi
University of Technology

A.R. Pourmoayed

Department of Mechanical
Engineering, Khatamul-Anbiya Air
Defense University

(Received: 24/January/2015 ; Accepted: 10/August/2016)

ABSTRACT

In this paper, at the first time, free vibration and buckling analysis of the cylindrical sandwich panels with flexible cores and Magneto-Rheological Fluid Layers for simply supported boundary conditions are studied based on an improved higher order sandwich panel theory. In order to validate the results, the obtained results were compared with those obtained using finite element ABAQUS software. In this investigation, the effects of magnetic field, geometrical parameters such as the length to radius ratio, the core thickness to panel thickness ratio, MR layer thickness to panel thickness ratio and Fiber angle on the natural Frequency, buckling Load and loss factors of sandwich structure were investigated. The results suggest that the natural frequencies, critical buckling loads (eigen values) and the modal transverse displacements (eigen vectors) of the cylindrical sandwich panels with flexible cores and Magneto-Rheological Fluid Layers in the face sheets are strongly influenced by the intensity of the applied magnetic field.

Keywords: Critical buckling load, Magnetic field, MR fluid layer, Natural frequency, Loss factor, Smart Material

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): kmalekzadeh@mut.ac.ir

۲- کاشناس ارشد: gholami.m64@gmail.com

۳- مربی: pourmoayed@mut.ac.ir

۱- مقدمه

بررسی کردند. راجاموهان و همکاران [۶] همچنین برای اولین بار ویژگی‌های ارتعاشی یک تیر ساندویچی پرشده‌ی جزئی از ماده MR را هم با روش اجزای محدود و هم به صورت تجربی بررسی کردند. اثر تغییر محل جز MR و پارامترهای مختلف مثل ضخامت رویه‌ها و هسته بر پاسخ ارتعاشی در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت. لارا پریئو و همکاران^۸ [۷] به بررسی تجربی پاسخ دینامیکی یک تیر ساندویچی MR یک سرگیردار تحت یک میدان مغناطیسی یکنواخت و غیریکنواخت پرداخته و با به این نتیجه رسیدند که فرکانس طبیعی تیر با حرکت یک آهن‌ربای دائم از طرف تکیه‌گاه ثابت به طرف دیگر، کاهش می‌یابد. راجاموهان و همکاران [۹-۸] به بررسی حالت کامل و محدود شکل مود انعطاف‌پذیر براساس کنترل‌کننده به منظور جلوگیری از ارتعاشات اجباری و گذرای یک تیر ساندویچی یک سرگیردار با رفتار کامل و جزئی مایع روغن MR پرداخته‌اند. همچنین موقعیت بهینه یک تیر ساندویچی با رفتار جزئی مایع روغن MR برای رسیدن به حداکثر ضریب میرایی مودال متناظر با پنج شکل مود خمشی اول به صورت مجزا یا همزمان بررسی کردند. راجاموهان و همکاران [۱۰] رفتار ارتعاشی یک تیر چندلایه شامل لایه روغن MR ناهمگن را بررسی کردند. معادلات حرکت تیر با استفاده از روش المان محدود و فرمولاسیون ریتز فرمول‌بندی شده است. فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک و شکل مودهای متناظر تحت میدان‌های مغناطیسی متفاوت به دست آورده شده است. همچنین تاثیر رفتار لایه روغن MR بر فرکانس طبیعی، ضریب استهلاک و خیز شکل مودها بررسی شده است. راجاموهان و همکاران [۱۱] در این تحقیق به بررسی رفتار دینامیکی یک تیر ساندویچی با هسته از جنس مایع روغن MR بین دو لایه الاستیک پیوسته پرداخته‌اند. آن‌ها از تئوری تیموشنکو برای استخراج معادلات حرکت المان محدود بهره جسته‌اند. اثر میدان مغناطیسی و ضخامت لایه روغن MR بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک برای شرایط مرزی مختلف بررسی شده است. مانوهاران و همکاران^۹ [۱۲] در این مطالعه به بررسی خواص دینامیکی یک پنل ساندویچی کامپوزیتی چندلایه با مایع روغن MR پرداخته‌اند. معادلات دیفرانسیل حرکت یک پنل ساندویچی با قراردادن مایع روغن MR به عنوان هسته و کامپوزیت چندلایه به عنوان

سازه‌های ساندویچی با توجه به مزایای متعددی همچون نسبت استحکام به وزن و مقاومت به وزن بالا به طور گسترده و روز افزون در صنایع مختلف هوافضا، حمل‌ونقل جاده‌ای و دریایی و سازه‌های ساختمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مایع تغییر شکل‌دهنده مغناطیسی یا مگنتورئولوژیکال^۱ نوعی از مایعات هوشمند است که تعلیقی از ذرات مغناطیسی میکرومتری در یک مایع که معمولاً نوعی روغن است، می‌باشد. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته‌ی مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاستیک در می‌آید. مایعات هوشمند MR به عنوان جاذب‌های ارتعاش در سامانه تعلیق یک خودرو، سامانه کلاچ، میرایی موتورهای سنگین، همچنین در بالگردهای تجاری و نظامی هم از دمپرهای با رئولوژی مغناطیسی در صندلی‌های کابین خلبان به عنوان وسایل ایمنی به هنگام سقوط به کار برده می‌شود.

هارلند و همکاران^۲ [۱] و همچنین میس و همکاران^۳ [۲] مدل مید و مارکوس^۴ را برای مدل‌سازی یک تیر ساندویچی با هسته مایعات الکتروئولوژیکال^۵ و مگنتورئولوژیکال استفاده کردند. آن‌ها روشی را برای کنترل انتقال صوت از چنین سازه ساندویچی پیشنهاد دادند. جیا یی یه^۶ [۳] مایع ER را در هسته یک ورق ساندویچی دایروی به کار برد. او از روش اجزای محدود ریلی ریتز جهت حل مساله استفاده کرد. جیا یی یه و همکاران [۴] همچنین اخیراً ویژگی‌های ارتعاشی و ضریب استهلاک مودال ورق ساندویچی دایروی با رویه‌های اورتوتروپیک و هسته ER را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از روش اجزای محدود برای بررسی مساله استفاده کردند. راجاموهان و همکاران^۷ [۵] یک تیر ساندویچی با هسته MR را با در نظر گرفتن اثرات برشی لایه مقیدکننده MR در هسته و به کار بردن مودول برشی معادل مدل‌سازی کردند. آن‌ها برای حل مساله از روش اجزای محدود استفاده کردند و اثرات شدت میدان مغناطیسی بر ویژگی‌های ارتعاشی را برای شرایط مرزی مختلف و بارگذاری اجباری

1- Magneto Rheological (MR).

2- Harland et al.

3- Mace et al.

4- Mead and Marcus.

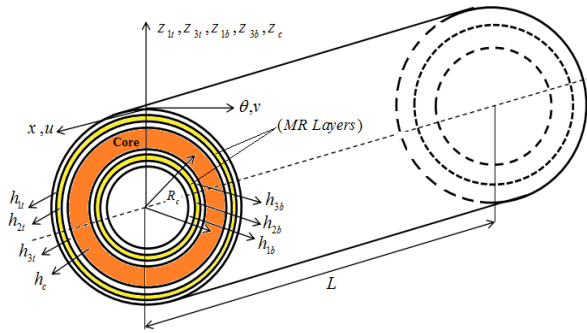
5- Electro Rheological (ER).

6- Jia-Yi Yeh.

7- Rajamohan et al.

8- Lara-Prieto et al.

9- Manoharan et al.



شکل (۱): هندسه پنل ساندویچی با لایه روغن هوشمند MR

مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی برای رویه‌ها براساس تئوری مرتبه اول برشی بیان می‌شود [۱۳]. مؤلفه‌های کرنش برای رویه‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^i &= \varepsilon_{0xx}^i + z_i \kappa_{xx}^i, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^i = \varepsilon_{0\theta\theta}^i + z_i \kappa_{\theta\theta}^i \\ \gamma_{x\theta}^i &= 2\varepsilon_{x\theta}^i = \varepsilon_{0x\theta}^i + z_i \kappa_{x\theta}^i, \quad i = 3t, 3b, 1t, 1b \\ \gamma_{xz}^i &= 2\varepsilon_{xz}^i = \varepsilon_{0xz}^i, \quad \gamma_{\theta z}^i = 2\varepsilon_{\theta z}^i = \varepsilon_{0\theta z}^i, \quad \varepsilon_{zz}^i = 0 \\ \varepsilon_{0xx}^i &= \frac{\partial u_0^i}{\partial x}, \quad \varepsilon_{0\theta\theta}^i = \frac{\partial v_0^i}{R_i \partial \theta} + \frac{w_0^i}{R_i}, \quad \varepsilon_{0x\theta}^i = \frac{\partial v_0^i}{\partial x} + \frac{\partial u_0^i}{R_i \partial \theta} \\ \varepsilon_{0xz}^i &= \frac{\partial w_0^i}{\partial x} + \psi_x^i, \quad \varepsilon_{0\theta z}^i = \frac{\partial w_0^i}{R_i \partial \theta} + \psi_\theta^i - \frac{v_0^i}{R_i} \\ \kappa_{xx}^i &= \frac{\partial \psi_x^i}{\partial x}, \quad \kappa_{\theta\theta}^i = \frac{\partial \psi_\theta^i}{R_i \partial \theta}, \quad \kappa_{x\theta}^i = \frac{\partial \psi_\theta^i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x^i}{R_i \partial \theta} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن، عبارت‌های u_0^i ، v_0^i و w_0^i به ترتیب مؤلفه تغییر مکان‌ها در صفحه میانی رویه‌ها و در جهات x و θ و z می‌باشند. مؤلفه‌های چرخش مقطع عرضی پوسته در رویه‌های بالا و پایین می‌باشند. مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی براساس مدل دوم فراستیگ برای هسته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} u_c(x, \theta, z, t) &= u_0^c(x, \theta, t) + z_c u_1^c(x, \theta, t) \\ &+ z_c^2 u_2^c(x, \theta, t) + z_c^3 u_3^c(x, \theta, t) \\ v_c(x, \theta, z, t) &= \left(1 + \frac{z}{R_c}\right) v_0^c(x, \theta, t) + \\ &z_c v_1^c(x, \theta, t) + z_c^2 v_2^c(x, \theta, t) + z_c^3 v_3^c(x, \theta, t) \\ w_c(x, \theta, z, t) &= w_0^c(x, \theta, t) + z_c w_1^c(x, \theta, t) + \\ &z_c^2 w_2^c(x, \theta, t) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن، v_k^c و u_k^c مجهولات مؤلفه‌های صفحه‌ای میدان جابه‌جایی می‌باشند و k می‌تواند برابر ۰، ۱، ۲ و ۳ باشد. w_g^c مجهولات مؤلفه قائم میدان جابه‌جایی هسته می‌باشد و g

رویه براساس فرمولاسیون المان محدود ارائه شده است. پارامترهای مختلفی از جمله تاثیر میدان مغناطیسی، تاثیر ضخامت مایع روغن MR و زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر تغییرات فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک برای شرایط مرزی مختلف بررسی شده است. همچنین پاسخ ارتعاشات اجباری پنل ساندویچی کامپوزیتی چندلایه با مایع روغن MR تحت نیروی اجباری هارمونیک در میدان‌های مغناطیسی مختلف بررسی شده است.

همان‌طور که مشاهده شد اغلب مقالات محققان، محدود به تحلیل رفتار ارتعاشی و دینامیکی تیر و پنل ساندویچی با مایع روغن MR به روش المان محدود و تجربی می‌باشد. لذا در این مطالعه سعی شده است تحلیل ارتعاشات آزاد و کمانش پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل با لایه روغن MR به روش تحلیلی بررسی شود. همچنین، در معادلات حرکت استخراج شده، اثر عبارت $(1 + z_c/R_c)$ در ترم‌های منته‌جه‌های تنش هسته برای پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل لحاظ شده و به طور دقیق انتگرال گیری شده است. بنابراین، تئوری بهبود داده شده در این مقاله به طور کامل جدید بوده و می‌تواند در زمینه تحلیل ارتعاشات، کمانش و دینامیکی بسیار کاربردی باشد. تمامی روابط در ابتدا با نتایج نرم‌افزار المان محدود ABAQUSE صحت‌گذاری شده و توافق بسیار خوبی حاصل گردیده است.

۲- معادلات حرکت پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل با لایه روغن هوشمند MR

پوسته ساندویچی استوانه‌ای شکل در این مطالعه از دو رویه چندلایه کامپوزیتی به همراه لایه روغن هوشمند MR در میان آن‌ها و هسته میانی انعطاف‌پذیر تشکیل و در شکل ۱ نشان داده شده است. لایه‌های روغن MR با اندیس ۲ و رویه‌های کامپوزیت نگهدارنده روغن با اندیس ۱ در کنار اندیس‌های t, b مشخص شده‌اند. رویه‌های کامپوزیتی که با اندیس ۳ در کنار اندیس‌های t, b معین شده‌اند رویه‌های کامپوزیت پایه برای پنل ساندویچی هستند که به هسته متصل می‌باشند. ضخامت هسته میانی، رویه بالایی، رویه پایینی و کل ورق به ترتیب $h_c, h_{1b, 2b, 3b}, h_{1t, 2t, 3t}, h_t$ به ترتیب R_c و L می‌باشند. در این شکل، اندیس‌های t, b و c به ترتیب معرف رویه‌های بالا، پایین و هسته می‌باشند.

میدان مغناطیسی B (برحسب گاوس) به صورت زیر تعریف می شود [۵]:

$$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6 \quad (7)$$

$G'' = -0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6$
 شرایط سازگاری در سطح مشترک هسته با رویه های بالایی و پایینی پایه پنل به صورت زیر می باشند:

$$u_c = (z = z_{ci}) = u_0^i + \frac{1}{2}(-1)^k h_i \psi_x^i$$

$$v_c = (z = z_{ci}) = v_0^i + \frac{1}{2}(-1)^k h_i \psi_\theta^i$$

$$w_c = (z = z_{ci}) = w_0^i \quad (8)$$

$$i = t \rightarrow (k = 1; z_{ct} = \frac{h_c}{2})$$

$$i = b \rightarrow (k = 0; z_{ct} = -\frac{h_c}{2})$$

با جای گذاری میدان جابه جایی هسته رابطه (۲) در روابط سازگاری و بعضی از ساده سازی ها، در نهایت تعداد مجهولات هسته و رویه ها به ۲۳ مجهول زیر کاهش می یابد.

$$u_{0mn}^{1t}, u_{0mn}^{1b}, u_{0mn}^{3t}, u_{0mn}^{3b}, v_{0mn}^{1t}, v_{0mn}^{1b}, v_{0mn}^{3t}, v_{0mn}^{3b}, w_{0mn}^{3t}, w_{0mn}^{3b}, \psi_{xmn}^{1t}, \psi_{xmn}^{1b}, \psi_{xmn}^{3t}, \psi_{xmn}^{3b}, \psi_{ymn}^{1t}, \psi_{ymn}^{1b}, \psi_{ymn}^{3t}, \psi_{ymn}^{3b}, u_{0mn}^c, \psi_{xmn}^{3b}, \psi_{ymn}^{1t}, \psi_{ymn}^{1b}, \psi_{ymn}^{3t}, \psi_{ymn}^{3b}, u_{0mn}^c \quad (9)$$

$$u_{1mn}^c, v_{0mn}^c, v_{1mn}^c, w_{0mn}^c$$

برخلاف هسته میانی، چون رویه ها نازک هستند بنابراین، $(\frac{z_i}{R_i} \ll 1, i = 1t, 1b, 3t, 3b)$ می توانند نادیده گرفته شوند. منتجه های تنش بر واحد طول لبه ها برای هسته به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^c \\ N_{\theta\theta}^c \\ N_{x\theta}^c \\ N_{\theta x}^c \end{Bmatrix} = \begin{matrix} h_c/2 \\ -h_c/2 \end{matrix} \int \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c \\ \sigma_{\theta\theta}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ \sigma_{x\theta}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ \sigma_{x\theta}^c \end{Bmatrix} dz_c \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{nxx}^c \\ M_{n\theta\theta}^c \\ M_{nx\theta}^c \\ M_{n\theta x}^c \end{Bmatrix} = \begin{matrix} h_c/2 \\ -h_c/2 \end{matrix} \int z_c^n \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c \\ \sigma_{\theta\theta}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ \sigma_{x\theta}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ \sigma_{x\theta}^c \end{Bmatrix} dz_c$$

می تواند برابر ۰، ۱ و ۲ باشد. اندیس c نشان دهنده هسته میانی می باشد. روابط کرنش جابه جایی برای هسته به صورت زیر می باشد:

$$\varepsilon_{xx}^c = \frac{\partial u_c}{\partial x}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^c = \frac{1}{(1+z/R_c)} \left(\frac{\partial v_c}{R_c \partial \theta} + \frac{w_c}{R_c} \right)$$

$$\gamma_{x\theta}^c = 2 \varepsilon_{x\theta}^c = \frac{\partial v_c}{\partial x} + \frac{1}{(1+z/R_c)} \frac{\partial u_c}{R_c \partial \theta} \quad (3)$$

$$\gamma_{xz}^c = 2 \varepsilon_{xz}^c = \frac{\partial w_c}{\partial x} + \frac{\partial u_c}{\partial z}$$

$$\gamma_{\theta z}^c = 2 \varepsilon_{\theta z}^c = \frac{1}{(1+z/R_c)} \left(\frac{\partial w_c}{R_c \partial \theta} - \frac{v_c}{R_c} \right) + \frac{\partial v_c}{\partial z}$$

با جای گذاری مولفه های میدان جابه جایی هسته از رابطه (۲) در روابط (۳)، کرنش ها برحسب جابه جایی به دست می آیند. با فرض این که تنش نرمال در لایه MR نداریم، روابط کرنش عرضی لایه MR با توجه به آنچه در مرجع [۱۱] آورده شده و با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول برشی FSDT برای رویه ها، به صورت زیر برای پنل ساندویچی استوانه ای قابل حصول است:

$$\gamma_{xz}^{2t} = \frac{d_t}{h_{2t}} \psi_x^{3t} + \frac{(u_{1t} - u_{3t})}{h_{2t}}$$

$$\gamma_{\theta z}^{2t} = \frac{d_t}{h_{2t}} \xi \psi_\theta^{3t} - \frac{v_{3t}}{R_{3t}} + \frac{(v_{1t} - v_{3t})}{h_{2t}} \quad (4)$$

$$\gamma_{xz}^{2b} = \frac{d_b}{h_{2b}} \psi_x^{1b} + \frac{(u_{3b} - u_{1b})}{h_{2b}}$$

$$\gamma_{\theta z}^{2b} = \frac{d_b}{h_{2b}} \xi \psi_\theta^{1b} - \frac{v_{1b}}{R_{1b}} + \frac{(v_{3b} - v_{1b})}{h_{2b}}$$

که در آن، $d_{t,b} = h_{3t,3b}/2 + h_{2t} + h_{1t,1b}/2$ است. در نهایت می توان رابطه بین تنش ها و کرنش های عرضی در لایه MR به صورت زیر بیان کرد [۱۱]:

$$\sigma_{xz}^{2(t,b)} = G_{2(t,b)} \gamma_{xz}^{2(t,b)}, \quad \sigma_{\theta z}^{2(t,b)} = G_{2(t,b)} \gamma_{\theta z}^{2(t,b)} \quad (5)$$

که در آن، $G_{2(t,b)}$ نشان دهنده مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه MR بالایی و پایینی است. در این مطالعه، مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت زیر است [۱۴]:

$$G^* = G' + i G'' \quad (6)$$

که در آن، G' و G'' به ترتیب مدول دخیره و مدول اتلاف بوده و برای ماده MR به صورت یک تابع چند جمله ای از

که در آن ρ_c, ρ_b, ρ_t به ترتیب چگالی رویه‌های بالا، پایین و هسته می‌باشند. $I_{MR} (= \rho_{MR} h_{MR}^3 / 12)$ ممان اینرسی لایه MR می‌باشد [۱۵]. تغییرات انرژی کرنشی به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \delta U = & \sum_i \int V_i \left(\sigma_{xx}^i \delta \varepsilon_{xx}^i + \sigma_{\theta\theta}^i \delta \varepsilon_{\theta\theta}^i + \tau_{x\theta}^i \delta \gamma_{x\theta}^i \right) dV_i \\ & + \int V_c \left(\sigma_{xx}^c \delta \varepsilon_{xx}^c + \sigma_{\theta\theta}^c \delta \varepsilon_{\theta\theta}^c + \sigma_{zz}^c \delta \varepsilon_{zz}^c + \tau_{x\theta}^c \delta \gamma_{x\theta}^c \right) dV_c \\ & + \int_{j=2t, 2b} V_j (\tau_{xz}^j \delta \gamma_{xz}^j + \tau_{\theta z}^j \delta \gamma_{\theta z}^j) dV_j \end{aligned} \quad (13)$$

$$dV_c = dA_c dz_c = (1 + z_c/R_c) dx_c R_c d\theta$$

$$dV_i = dA_i dz_i = dx_i R_i d\theta, \quad (i = 3t, 1t, 3b, 1b)$$

$$dV_j = dA_j dz_j = dx_j R_j d\theta, \quad j = 2t, 2b$$

تغییرات انرژی کرنشی ناشی از تنش‌های اولیه در رویه‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$\delta U_i = \sum_{j=1, b} \int_{A_j - h_j/2}^{h_j/2} \left(\sigma_{xx}^{ij} \delta \varepsilon_{xx}^{ij} + \sigma_{\theta\theta}^{ij} \delta \varepsilon_{\theta\theta}^{ij} + \sigma_{x\theta}^{ij} \delta \varepsilon_{x\theta}^{ij} \right) dz_j dA_j \quad (14)$$

$$j = 3t, 3b, 1t, 1b$$

که در آن، $\sigma_{\theta\theta}^{ij}$ و $\sigma_{x\theta}^{ij}$ عبارتند از تنش‌های اولیه غشایی محوری به ترتیب در راستای x و θ و تنش اولیه غشایی برشی می‌باشند. به دلیل این‌که رویه‌ها ممکن است تحت تنش‌های اولیه بالا قرار گیرد، لازم است علاوه بر عبارت خطی کرنش سطح میانی، عبارت‌های غیرخطی مرتبه دوم کرنش که متضمن تغییر شکل‌های بزرگ غشایی در پنل هستند نیز در کرنش‌های رابطه لحاظ گردد [۱۵].

تغییرات انرژی پتانسیل ناشی از بارهای وارده بر رویه‌های بالا و پایین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} = & \int_A \left(-1 + \frac{h_t}{2R_t} \right) q_t \delta w_0^{3t} dA \\ & + \sum_{j=1, 0}^2 \int \int \left(\frac{N_{xx}^r \delta u_0^r + N_{x\theta}^r \delta v_0^r}{N_{xx}^s \delta u_0^s + N_{x\theta}^s \delta v_0^s} \right) \delta_D (x - x_j) R_{r,s} dx d\theta \\ & + \sum_{j=1, 0}^2 \int \int \left(\frac{N_{\theta\theta}^r \delta v_0^r + N_{x\theta}^r \delta u_0^r}{N_{\theta\theta}^s \delta v_0^s + N_{x\theta}^s \delta u_0^s} \right) \delta_D (\theta - \theta_j) R_{r,s} dx d\theta \end{aligned} \quad (15)$$

$$r = 1t, 3t, S = 1b, 3b$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^c \\ N_{\theta z}^c \\ M_{nxz}^c \\ M_{n\theta z}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ \sigma_{\theta z}^c \\ z_c^n \sigma_{xz}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) \\ z_c^n \sigma_{\theta z}^c \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^{*c} \\ N_{\theta z}^{*c} \\ M_{nxz}^{*c} \\ M_{n\theta z}^{*c} \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c \\ \sigma_{\theta z}^c \\ z_c^n \sigma_{xz}^c \\ z_c^n \sigma_{\theta z}^c \end{Bmatrix} (1 + \frac{z_c}{R_c}) dz_c$$

$$\{R_z^c, M_z^c\} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} (1, z_c) \sigma_{zz}^c (1 + \frac{z_c}{R_c}) dz_c, \quad n = 1, 2, 3$$

به منظور استخراج معادلات حرکت پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل با هسته انعطاف‌پذیر و لایه‌های روغن MR و رویه‌های کامپوزیتی از اصل همیلتون به صورت زیر استفاده می‌شود [۱۳]:

$$\int_0^T \delta L dt = \int_0^T [\delta K - (\delta U + \delta U_i) + \delta W_{ext}] dt = 0 \quad (11)$$

که در آن، δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی، δU_i تغییرات انرژی حاصل از تنش‌های اولیه و δW_{ext} تغییرات انرژی حاصل از کار نیروهای خارجی می‌باشد. تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta K = -\sum_i \left[\int_{A_i - \frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i (\ddot{u}_i \delta u_i + \dot{v}_i \delta v_i + \dot{w}_i \delta w_i) dz_i dA_i + \int_{A_j - \frac{h_j}{2}}^{\frac{h_j}{2}} \left(I_{MR}^j (\ddot{\gamma}_{xz}^j \delta \gamma_{xz}^j + \ddot{\gamma}_{yz}^j \delta \gamma_{yz}^j) + \rho_j h_j \dot{w}_j \delta w_j \right) dz_j dA_j \right] \quad (12)$$

$$dA_i = dx_i R_i d\theta, \quad (i = 3t, 1t, 3b, 1b, c)$$

$$dA_c = (1 + z_c/R_c) dx_c R_c d\theta, \quad dA_j = dx_j R_j d\theta, \quad j = 2t, 2b$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} u_{0mn}^{it,ib}(t), u_{0mn}^c(t), u_{1mn}^c(t) \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} u_{0mn}^{it,ib}, u_{0mn}^c, u_{1mn}^c \end{matrix} \right\} e^{i\omega t} \\ \left\{ \begin{matrix} v_{0mn}^{it,ib}(t), v_{0mn}^{ib}(t), v_{0mn}^c(t), v_{1mn}^c(t) \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} v_{0mn}^{it,ib}, v_{0mn}^c, v_{1mn}^c \end{matrix} \right\} e^{i\omega t} \\ \left\{ \begin{matrix} w_{0mn}^{3t,3b}(t), w_{0mn}^c(t) \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} w_{0mn}^{3t,3b}, w_{0mn}^c \end{matrix} \right\} e^{i\omega t} \\ \left\{ \begin{matrix} \psi_{xmn}^{it,ib}(t), \psi_{\theta mn}^{it,ib}(t) \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} \psi_{xmn}^{it,ib}, \psi_{\theta mn}^{it,ib} \end{matrix} \right\} e^{i\omega t}, i=1,3 \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن، ω فرکانس طبیعی (برحسب rad/sec) می باشد. پس از جایگذاری میدان جابه‌جایی از روابط (۱۶ و ۱۷) در معادلات حرکت و قراردادن $q_i=0$ (نیروی عرضی) و حذف کردن تنش‌های اولیه ($N_{xx}^{1t,1b}, N_{xx}^{3t,3b}, N_{\theta\theta}^{1t,1b}$) یک دستگاه معادلات به شکل ماتریسی به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$([K] - \omega^2[M])\{d\} = \{0\}$$

$$\{d\} = \{u_{0mn}^{1t}, u_{0mn}^{1b}, u_{0mn}^{3t}, u_{0mn}^{3b}, v_{0mn}^{1t}, v_{0mn}^{1b}, v_{0mn}^{3t}, v_{0mn}^{3b}, w_{0mn}^{3t}, w_{0mn}^{3b}, \psi_{xmn}^{1t}, \psi_{xmn}^{1b}, \psi_{xmn}^{3t}, \psi_{xmn}^{3b}, \psi_{ymn}^{1t}, \psi_{ymn}^{1b}, \psi_{ymn}^{3t}, \psi_{ymn}^{3b}, u_{0mn}^c, u_{1mn}^c, v_{0mn}^c, v_{1mn}^c, w_{0mn}^c\}^T \quad (18)$$

که در آن، d بردار ثوابت شکل مود است، K ماتریس سختی و M ماتریس جرمی پنل می‌باشند، درایه‌های ماتریس M, K در پیوست (الف) آورده شده‌اند. کوچک‌ترین مقدار ویژه معادله (۱۸)، فرکانس پایه (کوچک‌ترین فرکانس طبیعی پنل) است. برای حل معادله مقادیر ویژه از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است.

۵- تحلیل کماتش

در این پروژه یک بار فشاری محوری به صورت هم‌زمان روی لبه‌ی رویه‌های بالایی و پایینی اعمال می‌شود و هر رویه با توجه به سختی‌های درون محوری خود بخشی از بار اعمالی را تحمل می‌کند. بنابراین، هریک از دو رویه بالایی و پایینی هم‌زمان به بار بحرانی کماتش خود می‌رسند. سهم هریک از دو رویه بالایی و پایینی از بار محوری اعمال شده با روابط زیر به دست می‌آید [۱۷]:

که در آن، q_i بارهای دینامیکی عمودی توزیع شده روی رویه بالایی می‌باشند. $\bar{N}_{\theta\theta j}^{r,s}, \bar{N}_{x\theta j}^{r,s}, \bar{N}_{xxj}^{r,s}$ بارهای کششی و برشی درون صفحه‌ای وارد بر لبه بر واحد طول می‌باشند. با ساده کردن روابط (۱۵-۱۲) و جایگزینی آن‌ها در اصل هامیلتون رابطه (۱۱) و قضیه اساسی حساب تغییرات معادلات حرکت برای یک پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل با هسته انعطاف‌پذیر و رویه‌های کامپوزیتی و لایه‌های روغن MR به دست می‌آید.

۳- شرایط مرزی

در این تحقیق، شرایط مرزی به صورت ساده در نظر گرفته می‌شود. به منظور ارضای شرایط مرزی ساده، میدان جابه‌جایی تمامی پنل ساندویچی مورد مطالعه به صورت بسط سری فوریه دوگانه همچون زیر تعریف می‌شود [۱۶ و ۲۰]:

$$\begin{bmatrix} u_0^j(x, \theta, t) \\ v_0^j(x, \theta, t) \\ w_0^j(x, \theta, t) \\ \psi_x^j(x, \theta, t) \\ \psi_y^j(x, \theta, t) \\ u_k^c(x, \theta, t) \\ v_k^c(x, \theta, t) \\ w_0^c(x, \theta, t) \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_{0mn}^j(t) \cos(\alpha_m x) \cos(n\theta) \\ v_{0mn}^j(t) \sin(\alpha_m x) \sin(n\theta) \\ w_{0mn}^j(t) \sin(\alpha_m x) \cos(n\theta) \\ \psi_{xmn}^j(t) \cos(\alpha_m x) \cos(n\theta) \\ \psi_{ymn}^j(t) \sin(\alpha_m x) \sin(n\theta) \\ u_{kmn}^c(t) \cos(\alpha_m x) \cos(n\theta) \\ v_{kmn}^c(t) \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ w_{0mn}^c(t) \sin(\alpha_m x) \sin(n\theta) \end{bmatrix}$$

$$k = 0, 1 \quad j = 1t, 1b, 3t, 3b; \quad \alpha_m = \frac{m\pi x}{L} \quad (16)$$

که در آن، $U_{0mn}^j, V_{0mn}^j, W_{0mn}^j, \psi_{xmn}^j, \psi_{ymn}^j, U_{kmn}^c, V_{kmn}^c$ ضرایب زمانی هستند که باید تعیین شوند. جابه‌جایی عرضی W_{0mn}^j برای تمام نقاط روی رویه‌ها پنل ساندویچی یکسان فرض می‌شوند ($W_{0mn}^{1t} = W_{0mn}^{3t}$) و ($W_{0mn}^{1b} = W_{0mn}^{3b}$)

۴- تحلیل ارتعاشات

در تحلیل ارتعاشات آزاد ضرایب زمانی در روابط (۱۶) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

(۶) $B = 150T$ در نظر گرفته شده است.

جدول (۱): خواص هندسی و مکانیکی رویه‌ها و هسته پنل

ساندویچی استوانه‌ای شکل

$E_{11} = 131 \text{ GPa}, E_{22} = E_{33} = 10.34 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = 6.895 \text{ GPa}, G_{23} = 6.205 \text{ GPa}, p = 1627 \text{ kg/m}^3, \nu_{12} = 0.22, \nu_{13} = \nu_{23} = 0.49$	جنس رویه‌های بالا و پایین
$E_{11} = E_{22} = E_{33} = 0.00689 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.00345 \text{ GPa}, \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 1e-5, p = 94/195 \text{ kg/m}^3$	جنس هسته فوم
$h_t = h_b = 4 \text{ mm}, h_c = 0.032, R_c = 0.4 \text{ m}, L = 0.8 \text{ m}$	هندسه پنل ساندویچی
[0 90 0 90 / core / 0 90 0 90]	لایه چینی الیاف

شعاع میانی، ضخامت هسته و طول پنل ساندویچی با وجود لایه روغن، همانند پنل ساندویچی بدون لایه روغن می‌باشد. در مدل‌سازی المان محدود پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل در نرم‌افزار ABAQUS، از المان C3D8R که یک المان آجری هشت‌گه‌ای برای هسته و از المان S4R برای رویه‌های کامپوزیتی و برای تحلیل ارتعاشات آزاد از حل‌گر Lanczos استفاده شده است.

نتایج به‌دست‌آمده از تئوری حاضر بدون لایه روغن با نتایج حاصل از مدل المان محدود ABAQUS در جدول ۲ برای چهار فرکانس طبیعی اول با هم مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج به‌دست‌آمده از روش مدل حاضر به نتایج نرم‌افزار ABAQUS برای شکل موده‌های مختلف بسیار نزدیک و از دقت بسیار خوبی برخوردار است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با اضافه‌شدن لایه روغن MR بین رویه‌های کامپوزیتی باعث کاهش مقدار فرکانس طبیعی پنل ساندویچی در هر چهار شکل مود اول شده و همچنین فرکانس طبیعی

$$n_{xx}^i = \frac{\alpha_i}{\alpha_{1t} + \alpha_{1b} + \alpha_{3t} + \alpha_{3b}}, \quad i = 1t, 1b, 3t, 3b \quad (19)$$

$$N_{xx}^{1t} = n_{xx}^{1t} N_{xx}^t, N_{xx}^{3t} = n_{xx}^{3t} N_{xx}^t, N_a^{1b} = n_{xx}^{1b} N_{xx}^b, N_a^{3b} = n_{xx}^{3b} N_{xx}^b$$

که در آن، ضریب α_i با روابط زیر به خواص رویه‌های بالایی و پایینی مربوط می‌شوند [۱۷]:

$$\alpha_i = \frac{A_{22i}}{A_{11i}A_{22i} - A_{12i}^2}, \quad i = 1t, 1b, 3t, 3b \quad (20)$$

برای به‌دست‌آوردن بار بحرانی کمانش کافی است در رابطه (۱۸)، ماتریس جرم را صفر و در معادلات حرکت ($N_{xx}^{1t,3t} = -N_{xx}^{1t,3t}, N_{xx}^{1b,3b} = -N_{xx}^{1b,3b}, N_{\theta\theta}^{t,b} = -N_{\theta\theta}^{t,b}$) قرار داده تا رابطه (۱۷) به صورت زیر تبدیل شود [۱۸-۱۹]:

$$([K] - N_{cr}[K_g])\{d\} = \{0\} \quad (21)$$

که در آن، d بردار ثوابت شکل مود است. K همان ماتریس سفتی و K_g ماتریس هندسی-سفتی^۱ پنل می‌باشد که در پیوست (ب) آورده شده است.

۶- صحنه‌گذاری نتایج

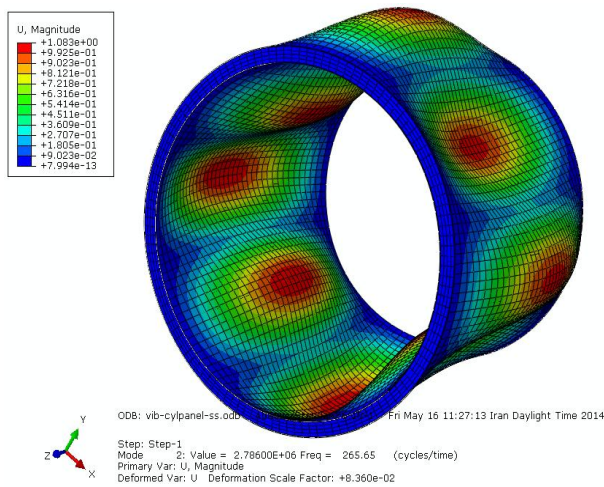
مثال ۱: به دلیل نبود مقاله در این زمینه، نتایج به‌دست‌آمده از فرمولاسیون حاضر را با نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار المان محدود ABAQUS صحنه‌گذاری شده است. مشخصات هندسی و جنس پنل استوانه‌ای با رویه‌های کامپوزیتی از جنس الیاف شیشه در زمینه پلی‌استر و هسته از جنس فوم PVC با نام HEREX C70.130 در جدول ۱ آورده شده است. ضخامت هریک از رویه‌های کامپوزیتی بالا و پایین ۴ mm می‌باشد. حال به منظور بررسی لایه روغن MR بر فرکانس طبیعی پنل ساندویچی استوانه‌ای، لایه چینی را به صورت [0 / 90 / MR / 0 / 90 / core / 0 / 90 / MR / 0 / 90] و ضخامت لایه روغن MR بالا و پایینی را هریک ۱ mm، چگالی $\rho_{MR} = 3500 \text{ kg/m}^3$ و شدت میدان مغناطیسی را در رابطه

ساندویچی با وجود لایه روغن در شکل مود ($m=1$, $n=5$) می باشد که این جابه جایی شکل مودها در سه فرکانس بعدی هم مشاهده می شود.

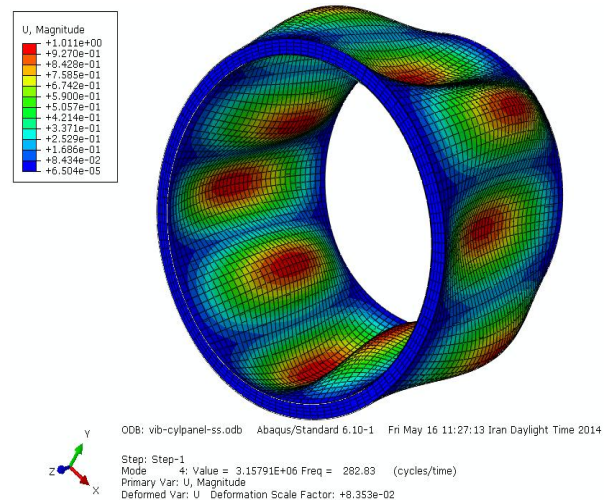
در شکل مودهای بزرگ تری رخ داده است. به طوری که کمترین مقدار فرکانس طبیعی پنل ساندویچی بدون لایه روغن در شکل مود ($m=1$, $n=4$) رخ داده، ولی برای پنل

جدول (۲): فرکانس های طبیعی بر حسب (HZ) مربوط به پنل ساندویچی استوانه ای شکل

بدون لایه روغن MR			با لایه روغن MR		
شماره مود (m,n)	Present	ABAQUSE	درصد اختلاف	شماره مود (m,n)	Present
(۱و۴)	۲۷۷/۲۸	۲۶۵/۶۵	٪۴/۴	(۱و۵)	۲۷۰/۲۸
(۱و۵)	۲۸۵/۱۴	۲۸۲/۸۳	٪۰/۸۲	(۱و۶)	۲۸۳/۱۰
(۱و۳)	۳۳۲/۳۳	۲۹۵/۵۴	٪۱۲	(۱و۴)	۲۸۶/۵۶
(۱و۶)	۳۴۵/۵۵	۲۹۸/۳۹	٪۱۲	(۱و۷)	۳۱۳/۱۱



شکل مود (۴ و ۱)



شکل مود (۵ و ۱)

شکل (۲): شکل مود اول و دوم ارتعاشات پنل ساندویچی حاصل از نرم افزار ABAQUS بدون لایه روغن MR

ساندویچی همانند مثال قبلی مطابق جدول ۱ در نظر گرفته ولی با این تفاوت که ضخامت لایه روغن MR بالا و پایینی را هر یک ۲ mm و شدت میدان مغناطیسی را $B = 300T$ می باشد. میانی هسته و طول پنل ساندویچی با وجود لایه روغن، همانند پنل ساندویچی بدون لایه روغن می باشد. مقایسه بار بحرانی کمانش محوری، فشار خارجی و داخلی پنل ساندویچی استوانه ای بدون لایه روغن حاصل از مدل حاضر با مدل المان محدود ABAQUS و با وجود لایه روغن به ترتیب در جداول

بیشترین کاهش فرکانس طبیعی پنل ساندویچی با وجود لایه روغن MR نسبت به پنل ساندویچ بدون لایه روغن MR در سومین فرکانس به مقدار ۱۳/۷۸٪ می باشد. در شکل ۲، شکل مود اول و دوم ارتعاشات پنل ساندویچی حاصل از نرم افزار ABAQUS بدون لایه روغن MR نشان داده شده است.

مثال ۲: به صحنه گذاری بار بحرانی کمانش محوری، فشار خارجی و داخلی پرداخته می شود. خواص هندسی و جنس پنل

کاهش مقدار بار کمانش محوری، فشار خارجی و داخلی پنل در هر چهار شکل مود اول کمانش شده و بار بحرانی کمانش در شکل مودهای بزرگ‌تر اتفاق افتاده است. به طوری که کمترین بار بحرانی کمانش محوری پنل ساندویچی بدون لایه روغن در شکل مود (m=6, n=8) رخ داده، ولی برای پنل ساندویچی با وجود لایه روغن در شکل مود بزرگتر (m=12, n=13) می‌باشد.

۳-۵ برای چهار شکل مود اول آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده از روش مدل حاضر به نتایج نرم‌افزار ABAQUS برای شکل مودهای مختلف بسیار نزدیک و از دقت بسیار خوبی برخوردار است. توافق نسبتاً خوبی بین نتایج برقرار است. همان‌طور که در این جداول مشاهده می‌شود با اضافه شدن لایه روغن MR بین رویه‌های کامپوزیتی باعث

جدول (۳): بار کمانش محوری مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل

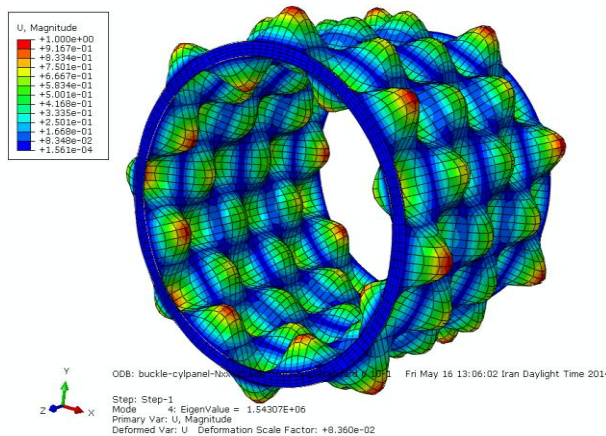
$N_{cr} (KN / m)$					
بدون لایه روغن MR			با لایه روغن MR		
شماره مود (m,n)	Present	ABAQUSE	درصد اختلاف	شماره مود (m,n)	Present
(۶و۸)	۱۵۹۸/۲	۱۵۴۳/۱	٪۳/۵	(۱۲و۱۳)	۸۲۱/۳۲
(۵و۸)	۱۶۱۴/۷	۱۵۴۶/۶	٪۴/۴	(۱۱و۱۳)	۸۲۱/۸۶
(۷و۹)	۱۶۲۴/۵	۱۵۶۱/۶	٪۴	(۱۱و۱۲)	۸۲۵/۸۱
(۷و۸)	۱۶۳۶/۸	۱۵۹۰/۴	٪۲/۹	(۱۳و۱۳)	۸۲۷/۱۸

جدول (۴): بار کمانش فشار خارجی مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل

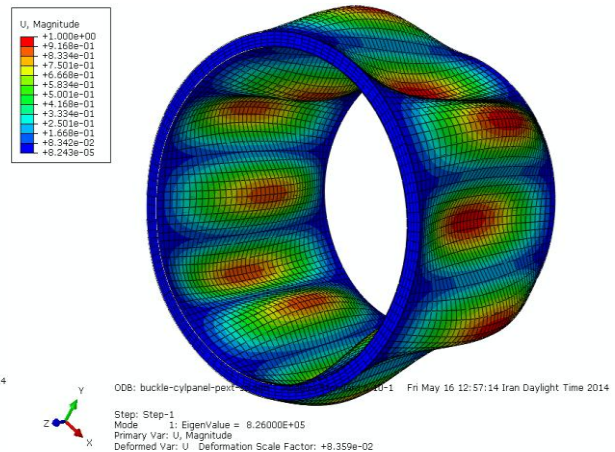
$P_{cr(external)} (KPa)$					
بدون لایه روغن MR			با لایه روغن MR		
شماره مود (m,n)	Present	ABAQUSE	درصد اختلاف	شماره مود (m,n)	Present
(۱و۶)	۸۲۲/۰۵	۸۲۶/۰۰	٪۰/۴۸	(۱و۱۰)	۵۰۲/۹۳۵
(۱و۵)	۸۵۵/۲۶	۸۷۳/۰۹	٪۲	(۱و۹)	۵۰۴/۰۹۹
(۱و۷)	۹۰۲/۶۷	۸۸۳/۷۴	٪۲/۱	(۱و۱۱)	۵۰۵/۱۱۷
(۱و۷)	۹۲۰/۹۸	۹۷۵/۹۷	٪۵/۹	(۱و۸)	۵۱۳/۱۲۸

جدول (۵): بار کمانش فشار داخلی مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل

$P_{cr(internal)} (KPa)$					
بدون لایه روغن MR			با لایه روغن MR		
شماره مود (m,n)	Present	ABAQUSE	درصد اختلاف	شماره مود (m,n)	Present
(۱و۶)	۷۱۶/۵۰	۷۷۵/۳۷	٪۸/۲	(۱و۹)	۴۳۹/۵۷۵
(۱و۷)	۷۶۱/۱۰	۸۱۵/۰۸	٪۷/۱	(۱و۱۰)	۴۴۲/۳۸۰
(۱و۵)	۷۷۷/۴۳	۸۴۲/۷۹	٪۸/۴	(۱و۸)	۴۴۴/۹۱۵
(۱و۸)	۸۴۳/۳۵	۹۴۸/۱۸	٪۱۲	(۱و۱۱)	۴۶۷/۸۰۴



شکل مود (۸ و ۶)



شکل مود (۶ و ۱)

شکل (۳): شکل مود اول بار کمانش محوری و فشار خارجی حاصل از نرم افزار ABAQUS بدون لایه روغن MR

فرکانس برحسب (HZ) و ضرایب استهلاک برای چهار مود اول ارتعاشی سازه در جدول ۷ آورده شده است. همان طور که مشاهده می شود کمترین فرکانس طبیعی پیل ساندویچی در شکل مود (m=1, n=5) رخ داده است.

جدول (۶): خواص هندسی پیل ساندویچی استوانه ای شکل

$h_c/h = 0.8, h_{t1}, b1 = h_{t3}, b3 = 2mm$ $h_{t2}, b2 = 1mm, R_c = 10h, L = 2R_c$	هندسه پیل ساندویچی
$[0/90/MR/0/90/core/0/90/MR/0/90],$ $B = 150T$	لایه چینی الیاف

مقادیر فرکانس های طبیعی و ضریب استهلاک برحسب شماره طول موج محیطی (n) برای مقادیر مختلف طول موج طولی (m) در شکل ۴ بررسی شده است. نمای دوبعدی جلو و سه بعدی شکل مود ارتعاشی مربوط به فرکانس طبیعی اول در شکل ۵ نشان داده شده است.

همان طور که مشاهده می شود فرکانس طبیعی پیل با افزایش n ابتدا کاهش و بعد از یک مقدار مشخص n، با افزایش آن مقدار فرکانس طبیعی افزایش می یابد ولی مقادیر ضرایب

همچنین کمترین بار بحرانی کمانش فشار خارجی و داخلی پیل ساندویچی بدون لایه روغن در شکل مود (m=1, n=6) اتفاق افتاده در صورتی که کمترین بار کمانش فشار خارجی و داخلی پیل ساندویچی با وجود لایه روغن، به ترتیب در شکل مود بزرگتری در (m=1, n=10) و شکل مود (m=1, n=9) رخ داده است. همچنین، این تغییر شکل مودها برای سه بار کمانش بعدی هم مشاهده می شود. در شکل ۳ شکل مود اول بار کمانش محوری و فشار خارجی حاصل از نرم افزار ABAQUS بدون لایه روغن MR آورده شده است. بیشترین کاهش بار کمانش محوری، فشار خارجی و فشار داخلی پیل ساندویچی با وجود لایه روغن MR نسبت به پیل ساندویچی بدون لایه روغن MR در چهارمین شکل مود به ترتیب به مقدار ۴۹/۴۶٪، ۴۴/۲۸٪ و ۴۴/۵۳٪ می باشد. در مدل سازی المان محدود پیل ساندویچی استوانه ای شکل در نرم افزار ABAQUS، از المان C3D8R که یک المان آجری هشت گره ای برای هسته و از المان S4R برای رویه های کامپوزیتی و برای تحلیل کمانش از حل گر Subspace استفاده شده است.

۷- نتایج و بررسی پارامترهای ارتعاشات

در این بخش خواص جنس پیل ساندویچی مانند جدول ۱ می باشد ولی خواص هندسی و لایه چینی پیل مانند جدول ۶ در نظر گرفته شده است. مقادیر فرکانس طبیعی بی بعد،

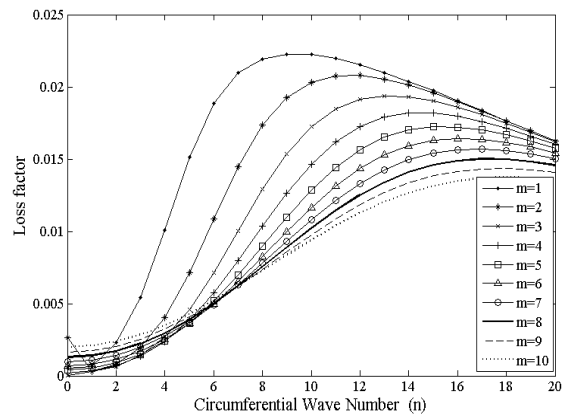
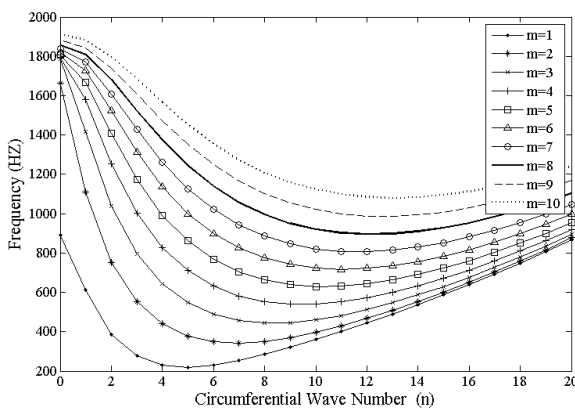
یافته است. همان‌طور که از شکل پیداست فرکانس پایه طبیعی پنل (کمترین فرکانس طبیعی) در شکل مود (m=1, n=5) رخ داده است.

استهلاک برخلاف فرکانس طبیعی در ابتدا با افزایش n، زیاد و بعد از یک مقدار مشخص n، سیر نزولی پیدا می‌کند. مقادیر فرکانس طبیعی برخلاف ضرایب استهلاک با افزایش m، افزایش

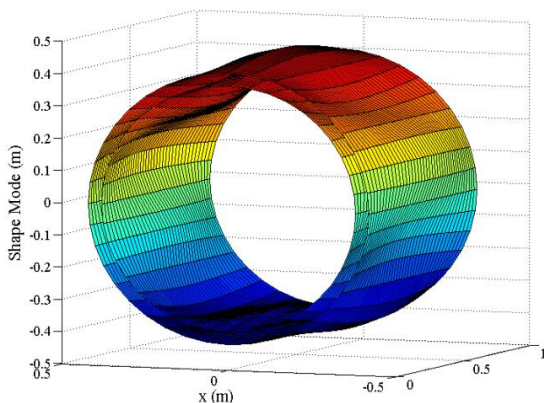
جدول (۷): فرکانس های طبیعی بی‌بعد مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای با وجود لایه روغن MR

$$\bar{\omega} = \omega L^2 (\rho / E_2)_t^{1/2} / h$$

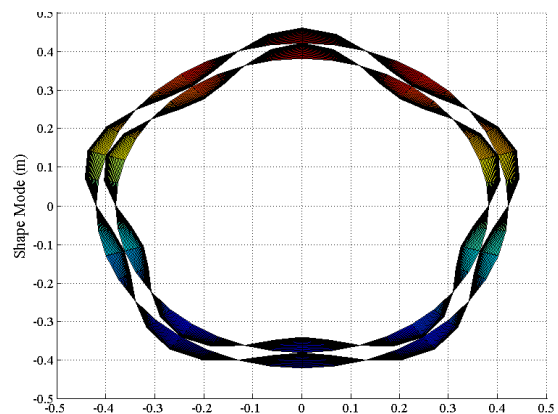
شکل مود	Frequency (HZ)	فرکانس بی‌بعد ($\bar{\omega}$)	ضریب استهلاک (η)
(m=1, n=5)	۲۱۸/۲۵۳۵	۱۰/۸۷۹۴	۰/۰۱۵۱
(m=1, n=۴)	۲۲۸/۶۳۶۸	۱۱/۳۹۶۹	۰/۰۱۰۱
(m=1, n=۶)	۲۲۹/۹۴۴۳	۱۱/۴۶۲۱	۰/۰۱۸۸
(m=1, n=۷)	۲۵۴/۰۷۱۴	۱۲/۶۶۴۸	۰/۰۲۰۹



شکل (۴): فرکانس های طبیعی و ضرایب استهلاک بر حسب شماره طول موج محیطی



نمای سه‌بعدی شکل مود (۵ و ۱)



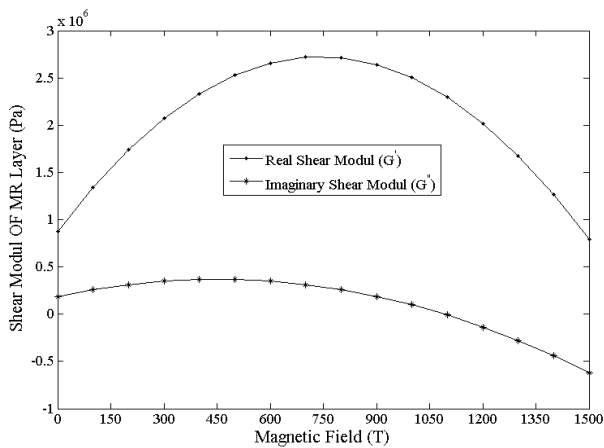
نمای دوبعدی جلوی شکل مود (۵ و ۱)

شکل (۵): نمای دو بعدی جلو و سه‌بعدی شکل مود ارتعاشی مربوط به فرکانس طبیعی اول

۷-۱- اثر شدت میدان مغناطیسی

۸-۶ برای چهار شکل مود اول آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش میدان مغناطیسی، مقادیر چهار

تأثیر میدان مغناطیسی بر فرکانس طبیعی (HZ)، ضریب استهلاک و مدول برشی لایه روغن MR به ترتیب در اشکال



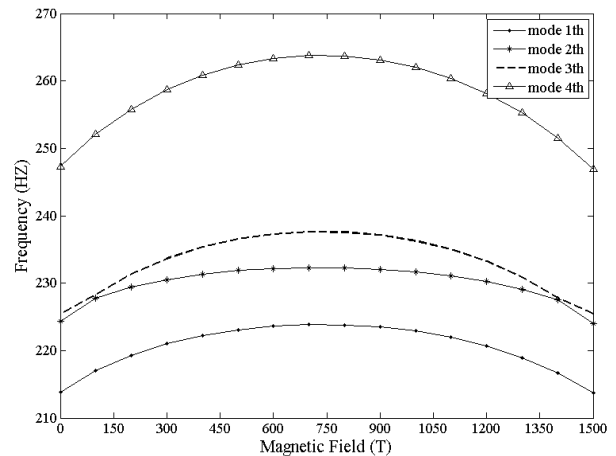
شکل (۸): تأثیر میدان مغناطیس بر مدول برشی لایه‌ی روغن MR

۷-۲- اثر نسبت ضخامت لایه روغن MR به ضخامت کل پنل (h_{MR}/h)

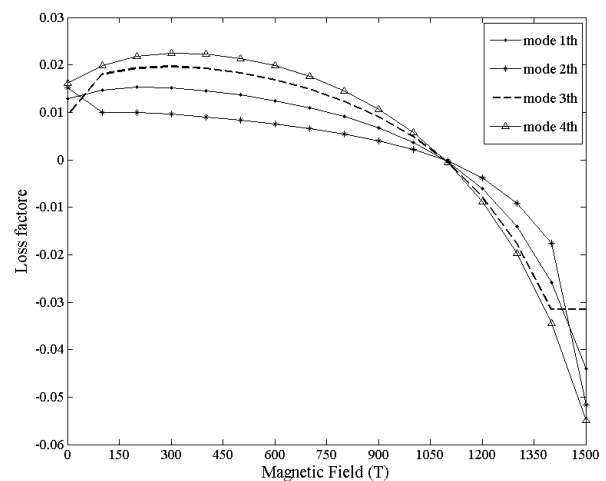
در این بخش به منظور بررسی اثر نسبت ضخامت لایه روغن MR به ضخامت کل پنل (h_{MR}/h) بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک، ضخامت هسته ($h_c=0.032$ m)، شعاع میانی هسته ($R_c=0.4$ m)، طول پنل ($L=0.8$ m) و ضخامت هریک از رویه‌های کامپوزیتی بالا و پایین ($h_{1,1b} = h_{3,1,3b} = 2$ mm) می‌باشد. تأثیر نسبت ضخامت لایه روغن MR به ضخامت کل پنل بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک برای چهار شکل مود اول به ترتیب در شکل ۹ و شکل ۱۰ آورده شده است.

همان‌طور که از شکل ۹ مشاهده می‌شود در ابتدا با افزایش ضخامت لایه روغن MR (h_{MR}) به دلیل افزایش سفتی پنل مقدار فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد ولی بعد از نسبت $(h_{MR}/h=0.003)$ با افزایش ضخامت لایه روغن اثر ویسکوزیته روغن بر سفتی پنل غالب شده در نتیجه باعث کاهش فرکانس طبیعی پنل می‌شود. ضریب استهلاک مطابق شکل ۱۰ با افزایش ضخامت لایه روغن افزایش می‌یابد و بعد از یک مقدار معین نسبت (h_{MR}/h) تقریباً ثابت می‌ماند.

فرکانس طبیعی اول پنل در ابتدا به دلیل افزایش قسمت حقیقی مدول برشی لایه روغن MR (G') در شکل ۸، تا مقدار تقریباً ۷۵۰ تسلا افزایش و با بیشتر شدن مقدار میدان مغناطیسی به دلیل کاهش G' ، مقادیر فرکانس طبیعی سیر نزولی پیدا می‌کند. تغییرات رفتار ضرایب استهلاک پنل بر حسب میدان مغناطیسی مطابق شکل ۷، همانند تغییرات قسمت موهومی مدول برشی لایه روغن (G'') در شکل ۸ می‌باشد. پس می‌توان نتیجه گرفت رفتار تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت حقیقی مدول برشی لایه روغن MR و رفتار تغییرات ضریب استهلاک بر حسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت موهومی مدول برشی لایه روغن MR می‌باشد.

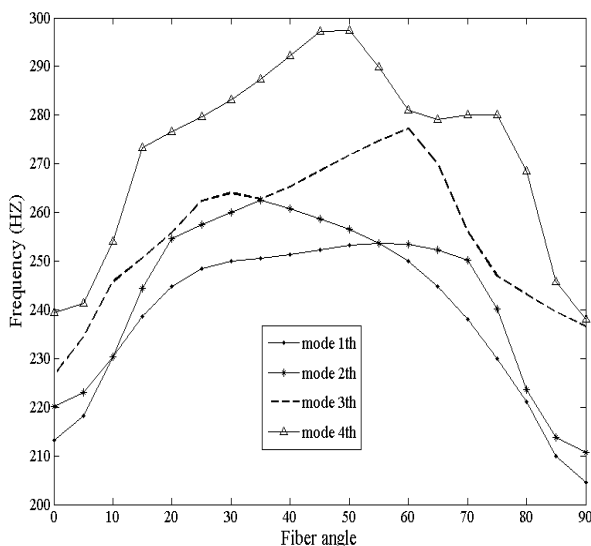


شکل (۶): تأثیر میدان مغناطیس بر فرکانس طبیعی (HZ)

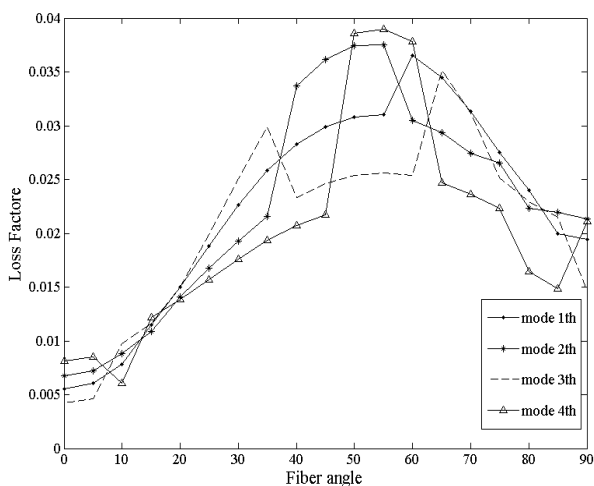


شکل (۷): تأثیر میدان مغناطیس بر ضریب استهلاک

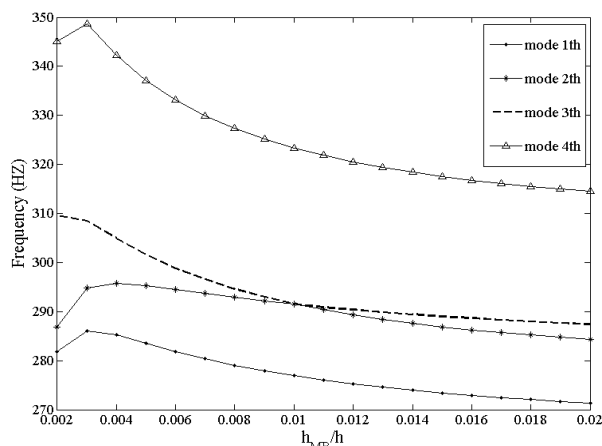
در ابتدا افزایش می‌یابد و بعد از یک مقدار معین از زاویه الیاف، با بیشتر شدن زاویه الیاف به دلیل کاهش سفتی پنل مقدار فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد، البته این مقدار مشخصی از زاویه الیاف که رفتار نمودار تغییر می‌کند برای شکل مودهای مختلف با هم متفاوت می‌باشد. رفتار تغییرات مقادیر ضرایب استهلاک برای چهار شکل مود اول بر حسب زاویه الیاف مطابق شکل ۱۲ تقریباً همانند فرکانس طبیعی می‌باشد، البته سیر صعودی و نزولی نمودار ضریب استهلاک به پیوستگی نمودار فرکانس طبیعی نمی‌باشد.



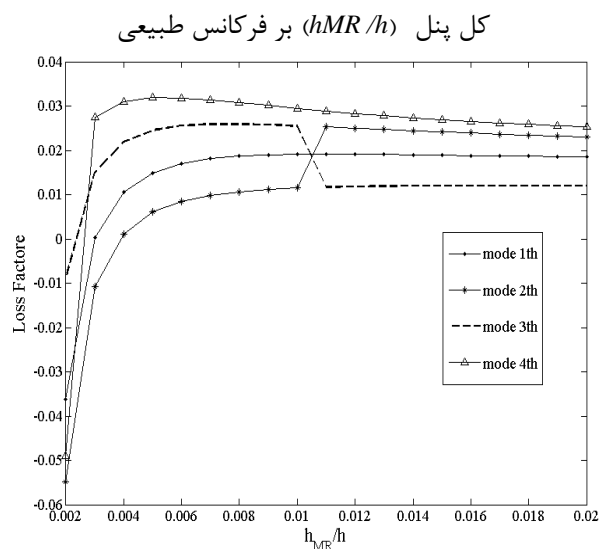
شکل (۱۱): تأثیر زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی



شکل (۱۲): تأثیر زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر ضریب استهلاک



شکل (۹): تأثیر نسبت ضخامت لایه روغن MR به ضخامت



شکل (۱۰): تأثیر نسبت ضخامت لایه روغن MR به ضخامت کل پنل (h_{MR}/h) بر ضریب استهلاک

۷-۳- اثر زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی

در این قسمت به بررسی زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پنل پرداخته می‌شود. مشخصات هندسی و جنس پنل ساندویچی مطابق جدول ۶ در نظر گرفته شده و ترتیب لایه چینی به صورت $[\theta / -\theta / MR / \theta / \theta / \theta / \theta / MR / \theta]$ می‌باشد. تأثیر زاویه الیاف بر فرکانس طبیعی بر حسب (HZ) و ضریب استهلاک به ترتیب در شکل ۱۱ و شکل ۱۲ برای چهار شکل مود اول آورده شده است.

همان‌طور که مطابق شکل ۱۱ مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی پنل با افزایش زاویه الیاف، به دلیل افزایش سفتی پنل

۸- نتایج و بررسی پارامترهای کمانش

در این بخش خواص جنس پنل ساندویچی مانند جدول ۱ می‌باشد ولی خواص هندسی و لایه چینی پنل مانند جدول ۸ در نظر گرفته شده است. مقادیر بار کمانش محوری برحسب (KN/m) بی‌بعد و ضریب استهلاک در جدول ۹ و بار کمانش فشار خارجی برحسب (KP/m^2) بی‌بعد و ضریب استهلاک در جدول ۱۰ آورده شده است.

همان‌طور که از جداول ۹-۱۰ مشاهده می‌شود کمترین بار بحرانی کمانش پنل ساندویچی در شکل مود $(m=13, n=13)$ و کمترین بار کمانش فشار خارجی در شکل مود $(m=1, n=11)$ رخ داده است. نمای دوبعدی جلوی و سه‌بعدی شکل مودهای کمانش محوری، کمانش فشار خارجی پنل ساندویچی برای شکل مود اول کمانش به ترتیب در شکل ۱۵ و ۱۶ نشان داده شده است.

جدول (۸): خواص هندسی پنل ساندویچی استوانه‌ای شکل

$h_c/h = 0.8, h_{t1, b1} = h_{t3, b3} = 2mm$	هندسه پنل
$h_{t2, b2} = 2mm, R_c = 10h, L = 2R_c$	ساندویچی
$[0 / 90 / MR / 0 / 90 / core / 0 / 90 / MR / 0 / 90]$, $B = 300T$	لایه چینی الیاف

مقادیر بار کمانش محوری (N/m) ، ضریب استهلاک در شکل ۱۳ برحسب شماره طول موج محیطی (n) برای مقادیر مختلف طول موج طولی (m) بررسی شده است. همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود بار کمانش محوری پنل با افزایش n ابتدا کاهش و بعد از یک مقدار مشخص n با افزایش آن مقدار بار کمانش محوری افزایش می‌یابد، البته برای مقادیر بزرگ‌تر طول موج طولی (m) تقریباً بعد از $(m=8)$ مقدار بار بحرانی کمانش به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

بار کمانش فشار خارجی پنل با توجه به شکل ۱۴ با افزایش n برای تمامی مقادیر مختلف طول موج طولی (m) به طور پیوسته کاهش می‌یابد و تقریباً در مقادیر بزرگ‌تر n ثابت می‌شود. البته مقدار بار کمانش فشار خارجی با افزایش m افزایش می‌یابد. ولی مقادیر ضرایب استهلاک بار بحرانی کمانش در ابتدا با افزایش n زیاد و بعد از یک مقدار مشخص n سیر نزولی پیدا می‌کند. مقدار ضرایب استهلاک با افزایش m کاهش یافته است. همان‌طور که از شکل‌ها پیداست کمترین بار بحرانی کمانش در شکل مودهای بزرگ‌تر رخ داده است.

جدول (۹): بار کمانش محوری مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای با وجود لایه روغن MR

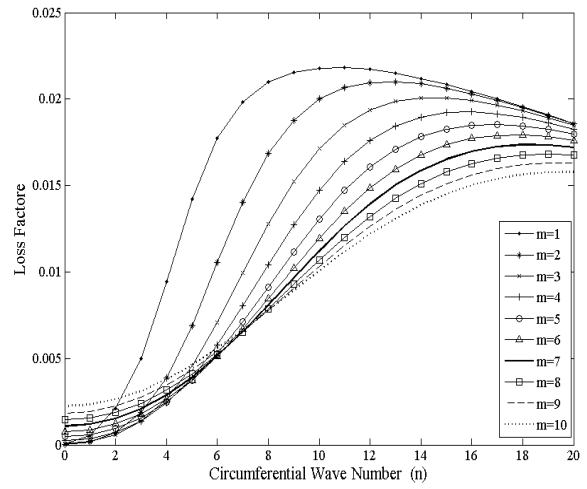
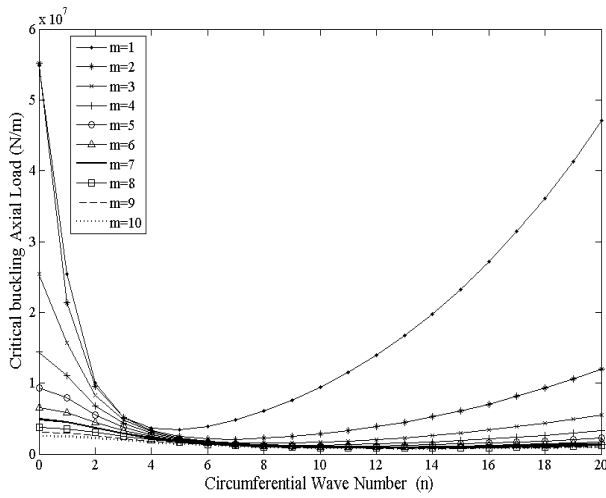
$$\bar{N}_{cr} = 100 \times N_{cr} R_e^2 / (E_l h^3), R_e = R_{t1} + h_{t1} / 2$$

شکل مود	N_{cr} (KN/m)	\bar{N}_{cr}	η (ضریب استهلاک)
$(m=13, n=13)$	۷۰۲/۱۴۰	۰/۹۸۴۸	۰/۰۱۱۸
$(m=12, n=12)$	۷۱۳/۳۰۹	۱/۰۰۰۵۳۹	۰/۰۱۲۲
$(m=13, n=12)$	۷۱۷/۸۲۶	۱/۰۰۶۸۷۵	۰/۰۱۱۲
$(m=12, n=12)$	۷۲۸/۴۵۴	۱/۰۲۱۷۸۲	۰/۰۱۱۵

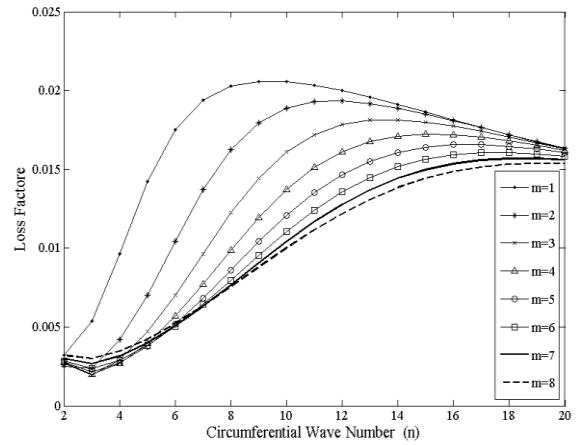
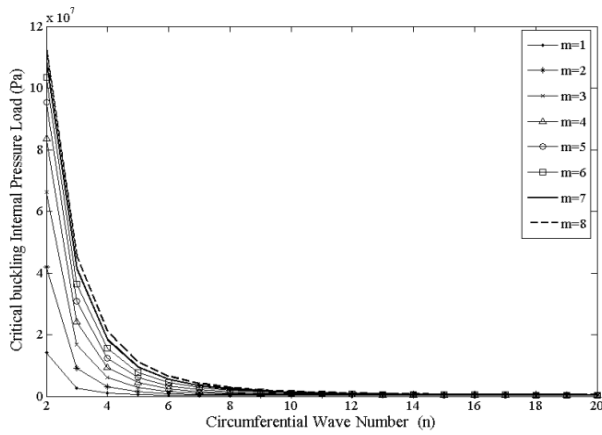
جدول (۱۰): بار کمانش فشار خارجی مربوط به پنل ساندویچی استوانه‌ای با وجود لایه روغن MR

$$\bar{P}_{cr} = 100 \times P_{cr} R_e^3 / (E_l h^3), R_e = R_{t1} + h_{t1} / 2$$

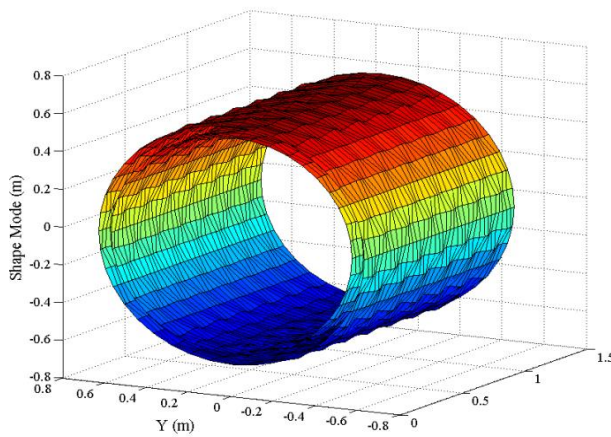
شکل مود	$P_{cr(external)}$ (Kpa)	$\bar{P}_{cr(external)}$	η (ضریب استهلاک)
$(m=1, n=11)$	۳۷۷/۰۷۱	۰/۵۲۸۹	۰/۰۱۸۹
$(m=1, n=10)$	۳۸۲/۲۶۴	۰/۵۳۶۲	۰/۰۱۹۲
$(m=1, n=9)$	۳۸۹/۷۶۴	۰/۵۴۶۷	۰/۰۱۹۳
$(m=1, n=8)$	۴۰۲/۴۹۰	۰/۵۶۴۶	۰/۰۱۹۱



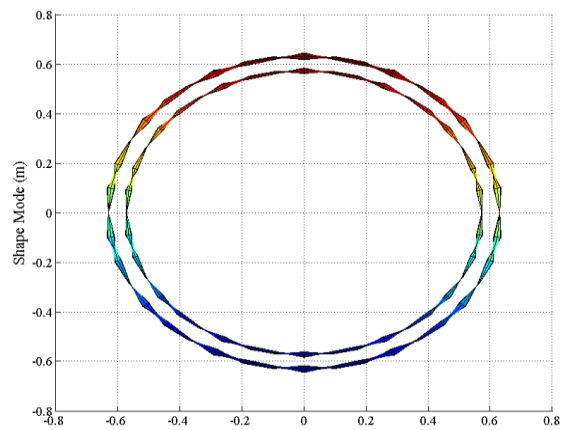
شکل (۱۳): بار بحرانی کمانش محوری و ضرایب استهلاک بر حسب شماره طول موج محیطی



شکل (۱۴): بار بحرانی کمانش فشار خارجی و ضرایب استهلاک بر حسب شماره طول موج محیطی

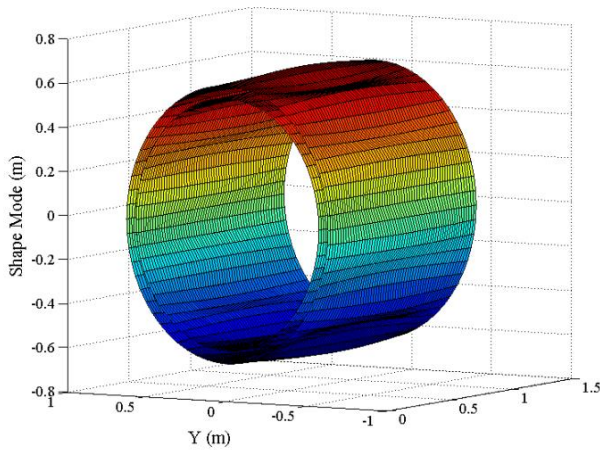


نمای سه‌بعدی شکل مود (۱۳ و ۱۳)

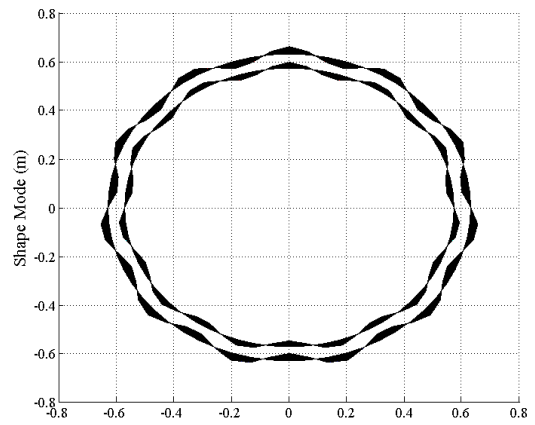


نمای دوبعدی جلوی شکل مود (۱۳ و ۱۳)

شکل (۱۵): نمای جلو و سه‌بعدی شکل مود اول کمانش مربوط به بار محوری

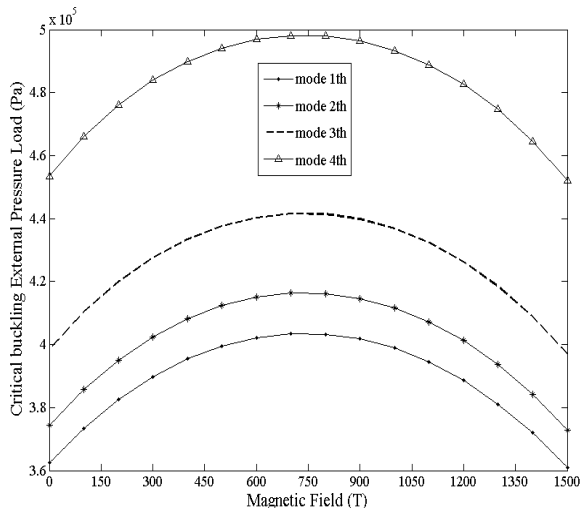


نمای سه‌بعدی شکل مود (۱ و ۱)



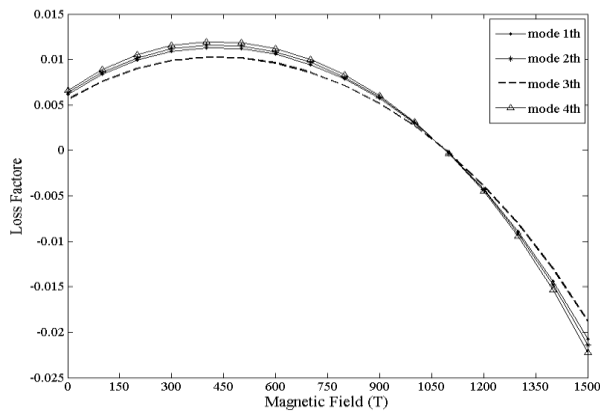
نمای دوبعدی جلوی شکل مود (۱ و ۱)

شکل (۱۶): نمای جلو و سه‌بعدی شکل مودهای اول کمانش مربوط به فشار خارجی



شکل (۱۸): تأثیر میدان مغناطیس بر بار بحرانی کمانش فشار

خارجی بر حسب (Pa)

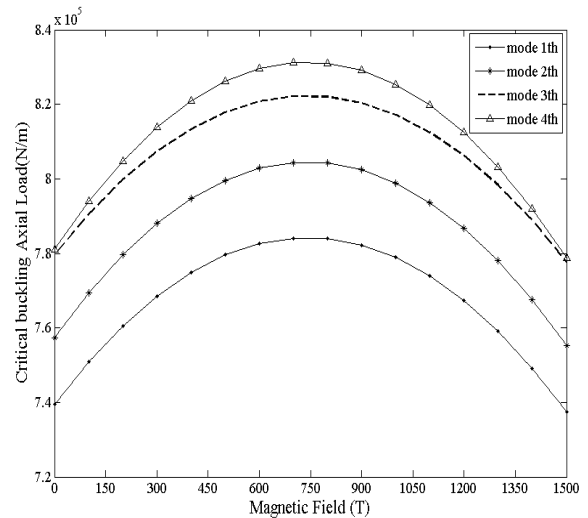


شکل (۱۹): تأثیر میدان مغناطیس بر ضریب استهلاک بار

کمانش محوری

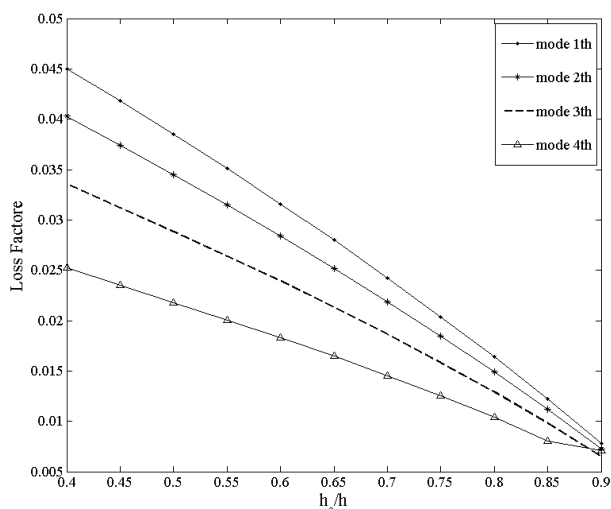
۸-۱- اثر شدت میدان مغناطیسی

تأثیر میدان مغناطیسی بر بار کمانش محوری برحسب (N/m) و بار کمانش فشار خارجی برحسب (Pa)، ضریب استهلاک بار محوری به ترتیب در اشکال ۱۷-۱۹ برای چهار شکل مود اول کمانش آورده شده است. همان‌طور که از شکل‌ها می‌توان فهمید همانند فرکانس طبیعی که قبلاً اشاره شد، می‌توان نتیجه گرفت رفتار تغییرات بار بحرانی کمانش برحسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت حقیقی مدول برشی لایه روغن MR و رفتار تغییرات ضریب استهلاک برحسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت موهومی مدول برشی لایه روغن MR می‌باشد.



شکل (۱۷): تأثیر میدان مغناطیس بر بار بحرانی کمانش

محوری برحسب (N/m)



شکل (۲۲): تأثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل بر ضریب استهلاک بار کمانش فشار خارجی (h_c/h)

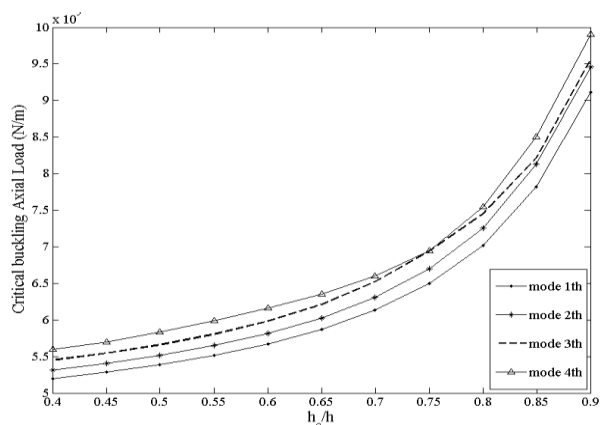
۹- نتیجه گیری

مقدار فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش پنل ساندویچی با وجود لایه روغن MR کاهش و در شکل مودهای بزرگتری رخ می‌دهد. مقادیر فرکانس طبیعی پنل برخلاف ضرایب استهلاک با افزایش طول موج طولی (m)، افزایش یافته ولی با افزایش طول موج محیطی (n) ابتدا کاهش و بعد از یک مقدار مشخص n افزایش می‌یابد. بار کمانش محوری پنل با افزایش طول موج محیطی (n) در ابتدا کاهش و بعد از یک مقدار مشخص n، با افزایش آن مقدار بار کمانش محوری افزایش ولی در طول موج‌های طولی (m) بزرگتر با افزایش طول موج محیطی (n) به طور پیوسته کاهش و تقریباً ثابت می‌ماند. بار کمانش فشار خارجی پنل با افزایش n برای تمامی مقادیر مختلف طول موج طولی (m) به طور پیوسته کاهش می‌یابد و تقریباً در مقادیر بزرگتر n ثابت می‌شود. رفتار تغییرات فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش برحسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت حقیقی مدول برشی لایه روغن MR و رفتار تغییرات ضریب استهلاک برحسب میدان مغناطیسی مانند رفتار قسمت موهومی مدول برشی لایه روغن MR می‌باشد. مقدار فرکانس طبیعی با افزایش ضخامت لایه روغن MR (h_{MR}) کاهش می‌یابد ولی ضریب استهلاک با افزایش ضخامت لایه روغن افزایش می‌یابد و بعد از یک مقدار معین نسبت (h_{MR}/h) تقریباً ثابت می‌ماند. فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پنل با افزایش زاویه الیاف، به دلیل افزایش سفتی پنل در ابتدا افزایش می‌یابد و بعد

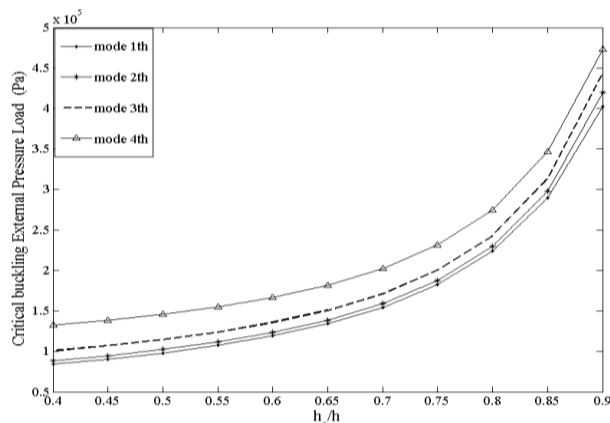
۸-۲- اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل (h_c/h)

در این بخش به بررسی اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل (h_c/h) بر بار کمانش محوری برحسب (N/m)، بار کمانش فشار خارجی (Pa) و ضریب استهلاک فشار خارجی به ترتیب در اشکال ۲۰-۲۲ برای چهار شکل مود اول کمانش پرداخته شده است. شعاع میانی هسته ($R_c = 1 m$)، طول پنل ($L = 2 m$) و ضخامت هریک از لایه‌های روغن MR بالا و پایین ($h_{2t} = h_{2b} = 2 mm$) می‌باشد.

همان‌طور که از اشکال ۲۰-۲۱ مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت هسته (h_c) به دلیل افزایش سفتی پنل مقدار بار کمانش محوری برحسب (N/m) و بار بحرانی کمانش فشار خارجی افزایش می‌یابد. ضریب استهلاک بار بحرانی کمانش فشار خارجی مطابق شکل ۲۲ با افزایش ضخامت هسته به طور پیوسته برای چهار شکل مود اول کاهش یافته است.



شکل (۲۰): تأثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل بر بار بحرانی کمانش محوری برحسب (N/m) (h_c/h)



شکل (۲۱): تأثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پنل بر بار بحرانی کمانش فشار خارجی (Pa) (h_c/h)

Partially Treated With Magnetorheological Fluid", *Smart Materials and Structures*, No. 19, (15pp), 2010.

10. Rajamohan, V., and Ramamoorthy, M. "Dynamic Characterization of Non-homogeneous Magnetorheological Fluids Based Multi-Layer Beam", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 110-116, pp. 105-112, 2012.
11. Rajamohan, V., Sundararaman, V., and Govindarajan, B. "Finite Element Vibration Analysis of a Magnetorheological Fluid Sandwich Beam", *J. Procedia. Eng.* Vol. 64 , pp. 603-6012, 2013.
12. Manoharan, R., Vasudevan, R., and Jeevanantham, A.K. "Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate", *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 603-6012, 2014.
13. Ghajar, R., Malekzadeh, K., and Gholami, M. "Dynamic Response Analysis of Doubly Curved Composite Shells Subjected to Low Velocity Impact Using Two Models of Complete and Improved Spring-Mass", *Aerospace Mechanics Emam Hossien Journal.*, Vol. 10, No. 4, pp. 1-12, 2014 (In Persian).
14. Li, W. H., Chen, G., and Yeo, S. H. "Viscoelastic Properties of MR Fluids", *Smart Materials and Structures*, No. 8, pp. 460-468, 1999.
15. Ghajar, R., Malekzadeh, K., and Gholami, M. "Analysis of Dynamic Response of Doubly Curved Composite Laminates Shells Initially Stressed Under Low Velocity Impact", *Mechanics Eng Tabriz Journal.*, Vol. 45, No. 4, pp. 67-79, 2015(In Persian).
16. Khalili, S.M.R., Malekzadeh, K., Davar, and A., Mahajan, P. "Dynamic Response of Pre-Stressed Fiber Metal Laminate (FML) Circular Cylindrical Shells Subjected to Lateral Pressure Pulse Loads", *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 1308-1317, 2010.
17. Frostig, Y. "Buckling of Sandwich Panels With a Flexible Core-High-Order Theory", *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, No. 3, pp. 183-204, 1998.
18. Fares, M. E., and A. M. Zenkour. "Buckling and Free Vibration of Non-Homogeneous Composite Cross-ply Laminated Plates With Various Plate Theories", *Composite Structures*, Vol. 44, No. 4, pp. 279-287, 1999.

از یک مقدار معین از زاویه الیاف، با بیشتر شدن زاویه الیاف به دلیل کاهش سفتی پنل مقدار فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. با افزایش ضخامت هسته (h_c) به دلیل افزایش سفتی پنل مقدار بار بحرانی کماتش افزایش ولی ضریب استهلاک بار بحرانی کماتش با افزایش ضخامت هسته به طور پیوسته کاهش یافته است.

۱۰- مراجع

1. Harland, N.R., Mace, B.R. and Jones, R.W. "Adaptive-Passive Control of Vibration Transmission in Beams Using Electro/Magnetorheological Fluid Filled Inserts", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 2, pp. 209-220, 2001.
2. Mace, B. R., Jones, R.W., and Harland N.R. "Wave Transmission Through Structural Inserts", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 109, pp. 1417- 1435, 2001.
3. Yeh, Jia-Yi. "Vibration Analysis of The Annular Plate With Electrorheological Fluid Damping Treatment", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43 , No. 11, pp. 965-974, 2007.
4. Yeh, Jia-Yi, Et Al. "Damping and Vibration Analysis of Polar Orthotropic Annular Plates With ER Treatment", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 325 , No. 1 , pp. 1-13, 2009.
5. Rajamohan, V., Ramin S., and Subhash, R. "Vibration Analysis of a Multi-layer Beam Containing Magnetorheological Fluid", *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 1, pp. 15-33, 2010.
6. Rajamohan, V., Ramin S., and Subhash, R. "Vibration Analysis of a Partially Treated Multi-layer Beam With Magnetorheological Fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 17, pp. 3451-3469, 2010.
7. Lara-Prieto, V.N., Parkin, R., Jackson, M., Silberschmidt, V., and Keszy, Z. "Vibration Characteristics of MR Cantilever Sandwich Beams: Experimental study", *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, (9pp), 2010.
8. Rajamohan, V., Sedaghati, R., and Rakheja, S. "Optimal Vibration Control of Beams With Total and Partial MR Fluid Treatments", *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 11, (12pp), 2011.
9. Rajamohan, V., Sedaghati, R., Rakheja, S. "Optimum Design of a Multi-layer Beam

پیوست (ب) :

بعضی از درایه‌های ماتریس سفتی-هندسی :

$$Kg(1,1) = -\frac{P_{cr}^t}{R_{lt}} n^2, \quad Kg(1,9) = Kg(9,1) = P_{cr}^t \alpha_m$$

$$Kg(6,6) = -\left(n_x^{1b} N_a^b \alpha_m^2 + \frac{P_{cr}^b}{R_{lb}} n^2 \right)$$

$$Kg(6,10) = Kg(10,6) = -\frac{P_{cr}^b}{R_{lb}} n^2$$

$$Kg(10,10) = -\left(n_x^{1b} N_a^b + n_x^{3b} N_a^b \right) \alpha_m^2 - \frac{P_{cr}^b}{R_{lb}} n^2$$

$$N_a^{1t,3t} = N_{xx}^{i1t,3t}, \quad N_a^{1b,3b} = N_{xx}^{i1b,3b}, \quad P_{cr}^t = \frac{N_{\theta\theta}^{i1t}}{R_{lt}}, \quad P_{cr}^b = \frac{N_{\theta\theta}^{i1b}}{R_{lb}}$$

$$N_a^{1t} = n_x^{1t} N_a^t, \quad N_a^{3t} = n_x^{3t} N_a^t, \quad N_a^{1b} = n_x^{1b} N_a^b, \quad N_a^{3b} = n_x^{3b} N_a^b$$

19. Matsunaga, Hi. "Vibration and Buckling of Cross-Ply Laminated Composite Circular Cylindrical Shells According to a Global Higher-Order Theory", Int. Journal of Mechanical Sciences, Vol. 49, No. 9, pp. 1060-1075, 2007.
20. Malekzadeh, K., and Gholami, M. "Dynamic Response of the Curved Composite Shells Subjected to Low-Velocity Multi Mass Impact", Aerospace Mechanics Emam Hossain Journal., Vol. 10, No. 3, pp. 73-88, 2013(In Persion).

پیوست (الف) :

بعضی از درایه‌های ماتریس سفتی :

$$K(1,1) = A_{11}^{lt} \times \alpha_m^2 + \frac{n^2}{R_{11}^2} \left[A_{66}^{lt} + 2c_{1t} B_{66}^{lt} + c_{1t}^2 D_{66}^{lt} \right] + \frac{G_{mt}}{h_{2t}}$$

$$K(11,11) = D_{11}^{lt} \alpha_m^2 + \left(\frac{n}{R_{lt}} \right)^2 D_{66}^{lt} + K_s A_{55}^{lt}$$

$$K(19,23) = \alpha_m \left[-8 \frac{g_1^{cxz}}{h_c^2} - 8 \frac{g_2^{cxz}}{R_c h_c^2} + 32 \frac{g_3^{cxz}}{h_c^4} + 32 \frac{g_4^{cxz}}{R_c h_c^4} \right]$$

$$K(21,13) = \frac{\alpha_m n}{R_c} h_{3t} \left[\begin{aligned} & \frac{g_2^{cxz}}{h_c^2} + 2 \frac{g_3^{cxz}}{h_c^3} - 4 \frac{g_4^{cxz}}{h_c^4} - 8 \frac{g_5^{cxz}}{h_c^5} \\ & + \frac{g_3^{cxz}}{R_c h_c^2} + 2 \frac{g_4^{cxz}}{R_c h_c^3} - 4 \frac{g_5^{cxz}}{R_c h_c^4} - 8 \frac{g_6^{cxz}}{R_c h_c^5} \end{aligned} \right]$$

بعضی از درایه‌های ماتریس جرم :

$$M(1,1) = I_0^{lt} + \frac{I_{mt}}{h_{2t}^2}, \quad M(2,12) = I_1^{lb} - \frac{I_{mb} d_b}{h_{2b}^2}$$

$$M(8,22) = \left(\frac{2I_3^c}{h_c^2} - \frac{4I_4^c}{h_c^3} - \frac{8I_5^c}{h_c^4} + \frac{16I_6^c}{h_c^5} \right)$$

$$M(10,10) = I_0^{3b} + I_0^{1b} + \left(\frac{I_2^c}{h_c^2} - \frac{4I_3^c}{h_c^3} + \frac{4I_4^c}{h_c^4} \right)$$

$$M(23,23) = \left(I_0^c - \frac{8I_2^c}{h_c^2} + \frac{16I_4^c}{h_c^4} \right)$$