

تحلیل غیرخطی حرارتی - مکانیکی پنل استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی مدرج تابعی

محمد اسماعیل گل‌مکانی^۱ و الناز رحیمی^۲

گروه مهندسی مکانیک

واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۰۷)

چکیده

در این تحقیق تحلیل غیرخطی خمش پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی تحت بار عرضی یکنواخت مکانیکی و گرادیان حرارتی در راستای شعاعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش‌های غیرخطی فون کارمن استخراج شده‌اند. چهار نوع توزیع یکنواخت و مدرج تابعی برای نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت پنل در نظر گرفته شده است. دستگاه معادلات غیرخطی کوپل به‌دست‌آمده با استفاده از ترکیب روش‌های عددی رهایی پویا و اختلاف محدود برای چیدمان‌های مختلفی از شرایط مرزی ساده و گیردار حل گشته‌اند. به منظور اعتبار سنجی دقت و صحت روش حاضر، برخی نتایج به‌دست آمده با موارد موجود در دیگر مقالات و همچنین نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس مقایسه شده است. در مطالعه پارامتری انجام شده تأثیر پارامترهایی همچون توزیع نانولوله‌های کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی، کسر حجمی نانولوله‌ها و زاویه دهانه پنل بر جابجایی شعاعی پوسته و منته‌های تنش بررسی شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از این است که برای هر دو شرط مرزی ساده و گیردار بیشترین و کمترین مقادیر خیز بترتیب مربوط به چیدمان های O و X نانولوله‌های کربنی می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: پنل نانو کامپوزیتی، نانولوله کربنی، خمش غیرخطی، رهایی پویا

Nonlinear Thermo-Elastic Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Cylindrical Panel

M.E. Golmakani and E. Rahimi

Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran

(Received: 31/January/2016; Accepted: 26/January/2017)

Abstract

In this study, nonlinear bending analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite (FG-CNTRC) cylindrical panels subjected to a uniform transverse mechanical load and thermal gradient along the radial direction is investigated. The equilibrium equations are derived based on first-order shear deformation shell theory (FSDT) and nonlinear von Karman strains. Four types of uniform and functionally graded distributions of the reinforcement along the thickness direction of panels are considered. The nonlinear coupled equations of motion are solved by combination of dynamic relaxation (DR) and finite difference methods for different combinations of simply supported and clamped boundary conditions. In order to verify the current work, some obtained results are compared with the solutions reported in the literature and also ABAQUS finite element packages. In the presented parametric study, the effects of distribution of carbon nanotubes (CNTs), thickness-to-radius and length-to-radius ratios, boundary conditions, volume fraction of CNTs and panel angle is considered on the deflection and stress resultants in detail. The results show that FG-O and FG-X distributions of CNTs have the maximum and minimum values of deflection, respectively, for both simply supported and clamped boundary conditions.

Keywords: Nano-composite panel, Carbon nanotube, Nonlinear bending, Dynamic relaxation.

۱- استادیار: m.e.golmakani@mshdiau.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: elnazrahimi364@yahoo.com

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی^۱ از صفحات کربن به ضخامت یک اتم ساخته شده‌اند. این مواد در دهه گذشته به دلیل خواص ویژه و منحصر به فرد آنها از جمله مدول یانگ و استحکام کششی بالا، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته‌اند. نانولوله‌ها دارای مدول یانگی تقریباً ۶ برابر فولاد هستند و به عنوان تقویت‌کننده در کامپوزیت‌ها کاربرد بسیاری دارند [۳-۱]. به طوری که تحقیقات آزمایشگاهی و تئوری گوناگون نشان داده است که اضافه کردن مقدار کمی از نانولوله‌های کربنی می‌تواند خواص مکانیکی، الکتریکی و حرارتی کامپوزیت‌های پایه پلیمری را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش دهد [۴]. اگرچه این مطالعات در تعیین خواص نانوکامپوزیت‌ها مفید هستند ولی استفاده آنها در سازه‌های واقعی هدف نهایی برای توسعه این مواد پیشرفته است. در نتیجه، بررسی رفتارهای مختلف کامپوزیت‌های تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی در سازه‌های واقعی ضروری به نظر می‌رسد. از این رو بسیاری از تحقیقات به کاربرد نانولوله‌های کربنی در سازه‌های واقعی معطوف گردیده است. صالحی خوجین و جلیلی [۵] کمانش کامپوزیت پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی برن نیتريت تحت بارهای مکانیکی، الکتریکی و حرارتی را بررسی کردند. کووان و همکارانش [۶] تغییر شکل و تنش برشی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را مورد بررسی قرار دادند. شن [۷] به تحلیل رفتار غیرخطی خمش صفحات کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی در یک محیط حرارتی پرداخت. او دریافت رفتار غیرخطی خمش، در حالت توزیع مدرج تابعی نانولوله‌های کربنی بهبود می‌یابد. وانگ و شن [۸] رفتار ارتعاشی غیرخطی یک صفحه کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را بر روی یک بستر الاستیک در یک محیط حرارتی مورد بررسی قرار دادند. آنها مشاهده کردند که با افزایش کسر حجمی نانولوله‌ها نسبت فرکانس غیرطبیعی به طبیعی افزایش می‌یابد. پینگ و همکارانش [۹] به تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از روش المان محدود و تئوری برشی مرتبه اول صفحات پرداختند. وانگ و شن [۱۰] پاسخ دینامیکی غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را بر روی یک بستر الاستیک در محیط حرارتی بررسی کردند. علی بیگلو و لیو [۱۱] رفتار حرارتی- مکانیکی صفحات

کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با استفاده از حل الاستیسیته سه‌بعدی بررسی کردند. فرمیکا و همکارانش [۱۲] رفتار ارتعاشی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با به کار بردن یک مدل پیوسته معادل، بر اساس روش موری- تاناکا مورد بررسی قرار دادند. علی بیگلو [۱۳] با استفاده از نظریه‌ی سه‌بعدی الاستیسیته، رفتار خمش یک صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی که با لایه نازک پیزوالکتریک احاطه شده است را تحت بار مکانیکی یکنواخت و با شرط مرزی ساده بررسی کردند. لی و همکارش [۱۴] تحلیل کمانش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بار مکانیکی صفحه‌ای و با استفاده از روش مش کرنال و تئوری برشی مرتبه اول بررسی کردند. شن و ژانگ [۱۵] رفتار کمانش حرارتی یک صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌ی کربنی را مطالعه کردند. آنها خواص نانولوله‌ها را وابسته به دما فرض کردند و با استفاده از روش دینامیک مولکولی خواص مواد را به دست آوردند. ژانگ و همکارانش [۱۶] تحلیل غیرخطی تغییرشکل بزرگ پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بارگذاری مکانیکی یکنواخت انجام دادند. شوشتری و رفیعی [۱۷] رفتار کمانش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی را مورد بررسی قرار دادند. مهرآبادی و همکارانش [۱۸] تحلیل کمانش مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای باز تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره را انجام دادند. آنها برای تعیین خواص پوسته کامپوزیتی تقویت شده از قانون اصلاح شده مخلوط‌ها استفاده کردند و تأثیر مشخصات هندسی پوسته و خواص فیزیکی را بر بار بحرانی مورد بررسی قرار دادند. ژو و همکارانش [۱۹] خمش خطی و ارتعاش آزاد یک صفحه کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را با روش المان محدود بررسی کردند. آنها معادلات تعادل حاکم بر خمش غیرخطی را بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و روابط جابجایی فون کارمن نوشتند و خواص مواد در امتداد ضخامت پنل را بر اساس مدل موری- تاناکا تعیین کردند. شن و ژانگ [۲۰] تحلیل غیرخطی ارتعاشات پنل استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را در محیط حرارتی انجام دادند. رامینیا و همکارانش [۲۱] پاسخ ارتعاشات غیرخطی پوسته کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بارهای حرارتی و مکانیکی بررسی کردند.

$$\begin{aligned}
 V_{CNT(z)} &= 2 \left(2 \frac{|z|}{h} \right) V_{CNT}^* & \text{FG-X} \\
 V_{CNT(z)} &= \left(1 + 2 \frac{z}{h} \right) V_{CNT}^* & \text{FG-V} \\
 V_{CNT(z)} &= 2 \left(1 - 2 \frac{z}{h} \right) V_{CNT}^* & \text{FG-O}
 \end{aligned}$$

$$V_{CNT}^* = \frac{w_{CNT}}{w_{CNT} + \left(\frac{\rho_{CN}}{\rho_m} \right) - \left(\frac{\rho_{CN}}{\rho_m} \right) w_{CNT}} \quad (1)$$

$$V^m = 1 - V_{CNT}$$

در معادلات بالا زیر نویس‌های CNT و m به ترتیب مربوط به نانولوله‌های کربنی تک جداره و ماتریس می‌باشند. همچنین کمیت‌های ρ, W, V به ترتیب بیانگر کسر حجمی، کسر جرمی و دانسیته هستند. طبق قانون مخلوط‌ها برای خواص مواد روابط زیر پیشنهاد شده است $[V]$:

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E_m \\
 \frac{\eta_2}{E_{22}} &= \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E_m} \\
 \frac{\eta_3}{G_{12}} &= \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G_m}
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$v_{12} = V_{CNT}^* v_{12}^{CNT} + V_m v_m^m \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{11} &= V_{CNT} \alpha_{11}^{CN} + V_m \alpha_m^m \\
 \alpha_{22} &= \left(1 + v_{12}^{CNT} \right) V_{CNT} \alpha_{22}^{CN} + \left(1 + v_m^m \right) V_m \alpha_m^m - v_{12} \alpha_{11}
 \end{aligned} \quad (4)$$

که در روابط بالا، E_{11} و E_{22} مدول الاستیسیته صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در جهت‌های اصلی هستند. گفتنی است که α_{ij} ضریب انبساط حرارتی و η_{ij} ضرایب تاثیر نانولوله‌های کربنی نامیده می‌شوند. همچنین G مدول برشی و ν نسبت پواسن می‌باشد. نحوه قرارگیری نانولوله‌ها در پل استوانه‌ای برای چیدمان‌های یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-X, FG-O, FG-V) در راستای طولی می‌باشد. گفتنی است که جهت x محور طولی پل و جهت y راستای محیطی (θ) می‌باشد که در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این تحقیق برای اولین بار تحلیل غیرخطی خمش پل استوانه‌ای تقویت شده با توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی تحت بارهای حرارتی و مکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و روابط غیرخطی کرنش - تغییر مکان فون کارمن استخراج شده است. نانولوله‌های کربنی به صورت یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-V و FG-O, FG-X) در امتداد ضخامت پل کامپوزیتی توزیع شده‌اند و خواص مکانیکی پل نانوکامپوزیتی با استفاده از قانون اصلاح شده اختلاط تعیین شده است. دستگاه معادلات غیرخطی کوپل به دست آمده با استفاده از ترکیب روش‌های عددی رهایی پویا و اختلاف محدود مرکزی برای چیدمان‌های مختلفی از شرایط مرزی ساده و گیردار حل گشته‌اند. نتایج حل حاضر با مقاله‌ای مشابه در این زمینه و همچنین نرم‌افزار المان محدود آباکوس مقایسه شده است و مطابقت خوب به دست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به کار رفته می‌باشد. در مطالعه پارامتری انجام شده تأثیر پارامترهایی همچون توزیع نانولوله‌های کربنی، نسبت‌های ضخامت به شعاع و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولوله‌ها و تغییر زاویه دهانه پل بر جابجایی شعاعی پوسته و منتجه‌های تنش و لنگر بررسی شده است.

۲ - معادلات حاکم

در این قسمت روابط حاکم بر خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با چیدمان‌های مختلفی از نانولوله‌های کربنی، معادلات میدان دما در راستای ضخامت پل، هندسه پل در دستگاه مختصات مورد استفاده و معادلات تعادل با شرایط مرزی گوناگون ارائه می‌گردد.

۲-۱- خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

در این تحقیق برای تعیین خواص مواد نانو کامپوزیت تقویت شده از قانون اختلاط استفاده شده است. روابط مربوط به کسر حجمی نانولوله‌های کربنی برای دو حالت چیدمان یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-X, FG-O, FG-V) به صورت زیر می‌باشند $[V]$:

$$V_{CNT} = V_{CNT}^* \quad \text{UD}$$

گفتنی است که K_m و K_{CNT} به ترتیب ضریب هدایت حرارتی نانولوله‌های کربنی و بستر پلیمری می‌باشند. به طوری که $K_{CNT} = 100 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ می‌باشد. همچنین R_k واسط مقاومت حرارتی بین نانولوله‌های کربنی و بستر پلیمری می‌باشد که مقدار آن برابر $8.3 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ K/W}$ در نظر گرفته شده است. P نسبت ابعادی نانولوله‌های کربنی است و از رابطه $\left(P = \frac{L_{CNT}}{d_{CNT}} \right)$ حاصل می‌شود. شرایط مرزی دما در سطح داخلی و خارجی پنل به صورت ذیل است:

$$T\left(x, y, -\frac{h}{2}\right) = T_{in} \quad (8)$$

$$T\left(x, y, \frac{h}{2}\right) = T_{out}$$

با جای‌گذاری شرط مرزی، معادله انتقال حرارت را می‌توان بدین شکل نوشت:

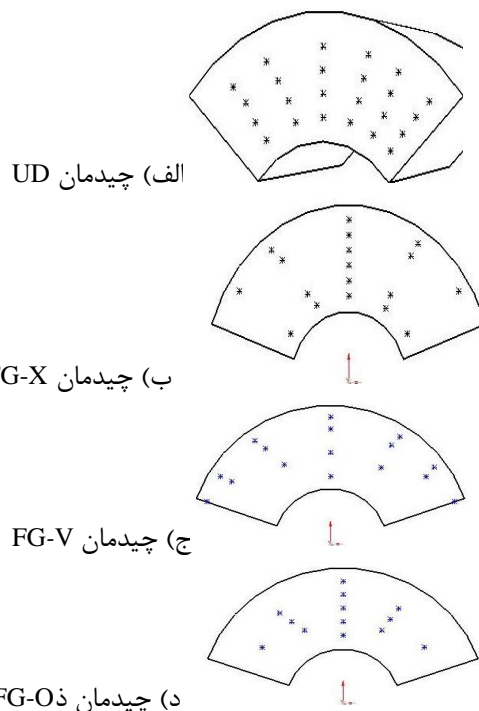
$$T(z) = T_{in} + (T_{out} - T_{in}) \left(\frac{\int_{-\frac{h}{2}}^z k(z) dz}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} k(z) dz} \right) \quad (9)$$

۲-۳- میدان تغییر مکان

هندسه پنل استوانه‌ای به طول L ، شعاع a ، ضخامت h و زاویه دهانه α و دستگاه مختصات مورد استفاده در شکل ۲ نشان داده شده است. برای یک پنل استوانه‌ای با توجه به تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، میدان تغییر مکان برای هر نقطه از پنل به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (10)$$

که در رابطه بالا u ، v و w به ترتیب تغییر مکان‌های پنل استوانه‌ای در جهات x ، y و z هستند. همچنین v_0 ، w_0 و u_0 به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در جهت‌های y ، z و x می‌باشند. φ_y و φ_x نیز دوران صفحه میانی به ترتیب حول محور x و y می‌باشد.



شکل (۱): نحوه توزیع نانولوله‌های کربنی برای پنل

۲-۲- میدان دمایی

با فرض این‌که تغییرات دما در راستای ضخامت پنل رخ می‌دهد، معادله انتقال حرارت در امتداد ضخامت بدین صورت نوشته می‌شود [۱۱].

$$-\frac{d}{dz} \left(K(z) \frac{dT}{dz} \right) = 0 \quad (5)$$

در رابطه (۵)، $K(z)$ ضریب هدایت حرارتی ماده نانو کامپوزیتی می‌باشد و بسته به شکل توزیع نانولوله‌های کربنی این ضریب دارای روابط زیر است [۱۱]:

$$\begin{aligned} \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + D && \text{(UD-CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2Dz && \text{(FG-V CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2D(1 - 2|z|) && \text{(FG-O CNTRC)} \\ \frac{K(z)}{K_m} &= 1 + 2D(2|z|) && \text{(FG-X CNTRC)} \end{aligned} \quad (6)$$

در روابط بالا D به صورت زیر می‌باشد:

$$D = \frac{PV_{CNT}^*}{3} \times \frac{K_{CNT}}{P + \frac{2a_k K_{CNT}}{d K_m}}, \quad a_k = R_k K_m \quad (7)$$

به طوری که

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \quad (۱۳)$$

منتجه‌های نیرو و گشتاور نیز توسط معادلات زیر به تنش‌های داخلی وابسته هستند.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{\theta\theta} \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{\theta\theta} \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} z dz,$$

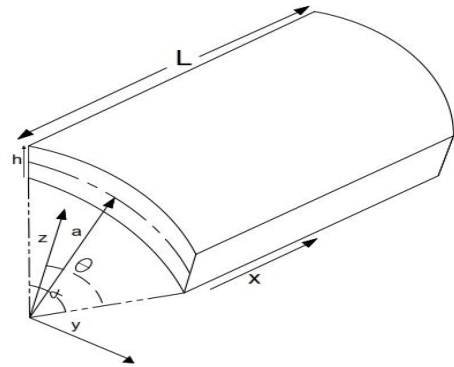
$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = k_s \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} Q_{55} \\ Q_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} dz \quad (۱۴)$$

که در آن، k_s ضریب تصحیح برشی نامیده می‌شود و مقدار آن را ۰/۸۳۳ در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری روابط (۱۱) تا (۱۳) در معادلات (۱۴) نتیجه‌های نیرو و گشتاور به شکل ماتریسی به دست می‌آیند.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{\theta\theta} \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & A_{21} & A_{26} \\ A_{12} & A_{11} & A_{16} \\ A_{26} & A_{16} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{22} & B_{21} & B_{26} \\ B_{12} & B_{11} & B_{16} \\ B_{26} & B_{16} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{xx}^0 \\ k_{\theta\theta}^0 \\ k_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^{Th} \\ N_\theta^{Th} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۱۵)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{\theta\theta} \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & A_{21} & A_{26} \\ A_{12} & A_{11} & A_{16} \\ A_{26} & A_{16} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{22} & D_{21} & D_{26} \\ D_{12} & D_{11} & D_{16} \\ D_{26} & D_{16} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{xx}^0 \\ k_{\theta\theta}^0 \\ k_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x^{Th} \\ M_\theta^{Th} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۱۶)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = k_s \begin{bmatrix} A_{55} & 0 \\ 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} \quad (۱۷)$$



شکل (۲): هندسه پنل استوانه‌ای و سیستم مختصات آن

معادلات کرنش- تغییر مکان بر اساس تئوری غیرخطی فون کارمن برای یک پنل استوانه‌ای به صورت رابطه زیر بیان می‌شود [۱۶].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{1}{a} \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a} \frac{\partial \varphi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (۱۱)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{a} \left(\frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{w_0}{a} \right) + \frac{1}{2a^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right)^2 \\ \frac{1}{a} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right) \\ \varphi_\theta + \frac{1}{a} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} \\ \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

روابط تنش- کرنش نیز با به کارگیری نمادگذاری اندیسی به صورت ذیل نوشته می‌گردد.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{11}(z) & Q_{12}(z) & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12}(z) & Q_{22}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}(z) \end{Bmatrix} * \quad (۱۲)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{x\theta} \\ \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} T(z)$$

معادلات تعادل را می‌توان از طریق مینیمم‌سازی انرژی بر اساس تئوری برشی مرتبه اول توسط روابط زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} a \frac{dN_x}{dx} + \frac{dN_{x\theta}}{d\theta} &= 0 \\ a \frac{dN_{x\theta}}{dx} + \frac{dN_\theta}{d\theta} &= 0 \\ N_\theta - aN_x \frac{d^2w}{dx^2} - 2N_{x\theta} \frac{d^2w}{dx d\theta} - a \frac{dQ_x}{dx} &= 0 \quad (21) \\ -\frac{N_\theta}{a} \frac{d^2w}{d\theta^2} - \frac{dQ_\theta}{d\theta} - q &= 0 \\ Q_x - \frac{dM_x}{dx} - \frac{1}{a} \frac{dM_{x\theta}}{d\theta} &= 0 \\ Q_\theta - \frac{dM_{x\theta}}{dx} - \frac{1}{a} \frac{dM_\theta}{d\theta} &= 0 \end{aligned}$$

۴-۲- شرایط مرزی

شرایط مرزی ذیل برای چهار لبه پِنل مورد بررسی قرار گرفته است:

تکیه‌گاه SSSS

$$\begin{aligned} u = w = M_x = \varphi_\theta = 0 & \quad (x = 0, L) \quad (22) \\ u = w = M_\theta = \varphi_x = 0 & \quad (y = 0, \alpha) \end{aligned}$$

تکیه‌گاه CCCC

$$\begin{aligned} u = w = \varphi_x = \varphi_\theta = 0 & \quad (x = 0, L) \quad (23) \\ u = w = \varphi_\theta = \varphi_x = 0 & \quad (y = 0, \alpha) \end{aligned}$$

تکیه‌گاه SCSC

$$\begin{aligned} u = w = M_x = \varphi_\theta = 0 & \quad (x = 0, L) \quad (24) \\ u = w = \varphi_\theta = \varphi_x = 0 & \quad (y = 0, \alpha) \end{aligned}$$

تکیه‌گاه CSCS

$$\begin{aligned} u = w = \varphi_\theta = \varphi_x = 0 & \quad (x = 0, L) \quad (25) \\ u = w = M_x = \varphi_\theta = 0 & \quad (y = 0, \alpha) \end{aligned}$$

۳- روش رهایی پویا

حل معادلات غیرخطی با روش‌های تحلیلی در اکثر مواقع دشوار است. بنابراین استفاده از روش‌های عددی در بسیاری از موارد پیشنهاد شده است. استفاده از روش عددی رهایی پویا به دهه اول قرن بیستم باز می‌گردد. بر اساس روش رهایی پویا یک سیستم استاتیکی با افزودن نیروهای فرضی اینرسی و دمپینگ به یک فضای مجازی دینامیکی انتقال می‌یابد [۲۲]:

$$[M]^n \{\ddot{X}\}^n + [C]^n \{\dot{X}\}^n + [K]^n \{X\}^n = \{P(t)\}^n \quad (25)$$

در روابط بالا ماتریس‌های سفتی کششی، سفتی اتصال خمش-کشش و سفتی خمشی و ماتریس ضرایب نیروهای برشی به ترتیب با روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, Z, Z^2) dZ \quad (i, j = 1, 2, 6) \\ A_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz \quad (ij = 44, 55) \quad (18) \end{aligned}$$

همچنین $\{M\}^{th}$ و $\{N\}^{th}$ منتجه‌های نیروهای حرارتی و گشتاورهای حرارتی به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_x^{th} \\ N_y^{th} \end{Bmatrix} &= \int_{h/2}^{-h/2} \begin{bmatrix} Q_{11}\alpha_{11} & Q_{12}\alpha_{22} \\ Q_{12}\alpha_{11} & Q_{22}\alpha_{22} \end{bmatrix} T(z) dz \\ \begin{Bmatrix} M_x^{th} \\ M_y^{th} \end{Bmatrix} &= \int_{h/2}^{-h/2} \begin{bmatrix} Q_{11}\alpha_{11} & Q_{12}\alpha_{22} \\ Q_{12}\alpha_{11} & Q_{22}\alpha_{22} \end{bmatrix} T(z) z dz \end{aligned} \quad (19)$$

بنابراین، منتجه‌های تنش و لنگر بر حسب میدان جابجایی به صورت ذیل تعریف می‌گردند:

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) + A_{12} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{dv}{d\theta} + \frac{w}{a} \right) + \frac{1}{2a^2} \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^2 \right) \\ &+ B_{11} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{B_{12}}{a} \left(\frac{d\psi}{d\theta} \right) - N_x^{Th} \\ M_x &= B_{11} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) + B_{12} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{dv}{d\theta} + \frac{w}{a} \right) + \frac{1}{2a^2} \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^2 \right) \\ &+ D_{11} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{D_{12}}{a} \left(\frac{d\psi}{d\theta} \right) - M_x^{Th} \\ N_\theta &= A_{12} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) + A_{22} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{dv}{d\theta} + \frac{w}{a} \right) + \frac{1}{2a^2} \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^2 \right) \\ &+ B_{12} \frac{d\varphi}{dx} + B_{22} \frac{1}{a} \frac{d\psi}{d\theta} - N_\theta^{Th} \\ M_\theta &= B_{12} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) + B_{22} \left(\frac{1}{a} \left(\frac{dv}{d\theta} + \frac{w}{a} \right) + \frac{1}{2a^2} \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^2 \right) \\ &+ D_{12} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) + D_{22} \left(\frac{d\psi}{d\theta} \right) - M_\theta^{Th} \\ N_{x\theta} &= A_{66} \left(\frac{1}{a} \frac{du}{d\theta} + \frac{dv}{dx} + \frac{1}{a} \frac{dw}{dx} \frac{dw}{d\theta} \right) + B_{66} \left(\frac{1}{a} \frac{d\varphi}{d\theta} + \frac{d\psi}{dx} \right) \\ M_{x\theta} &= B_{66} \left(\frac{1}{a} \frac{du}{d\theta} + \frac{dv}{dx} + \frac{1}{a} \frac{dw}{d\theta} \frac{dw}{dx} \right) + D_{66} \left(\frac{1}{a} \frac{d\varphi}{d\theta} + \frac{d\psi}{dx} \right) \\ Q_x &= A_{44} \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right) \\ Q_\theta &= A_{55} \left(\psi + \frac{1}{a} \frac{dw}{d\theta} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{[M]}{\Delta t} - \frac{[C]}{2}\right)}{\left(\frac{[M]}{\Delta t} + \frac{[C]}{2}\right)} \{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{([P] - [K])\{x\}}{\Delta t} \quad (29)$$

$$\{x\}^{n+1} = \{x\}^n + \Delta t \{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}} \quad (30)$$

روش رهایی پویا به طور کلی ناپایدار است. بنابراین، بایستی مقادیر مناسبی برای جرم، دمپینگ و گام زمانی انتخاب شود تا نتایج همگرایی این روند تکراری تضمین شود. برای داشتن معادلات تکرار صریح، ماتریس جرمی مجازی باید قطری در نظر گرفته شود. طبق تئوری گرشگورین، ماتریس [M] بر اساس رابطه زیر تعریف می‌گردد [۲۴]:

$$m_{ii} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_{j=1}^n |k_{ij}| \quad (31)$$

که در آن، درایه‌های ماتریس سفتی k عبارتند از:

$$k = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (32)$$

در رابطه بالا $\varphi_x, \varphi_\theta, w, v, x=u$ و سمت چپ معادله تعادل می‌باشد. طبق رابطه (۲۷) ماتریس دمپینگ به ماتریس جرمی وابسته خواهد شد [۲۵].

$$C = c [M] \quad (33)$$

مراتب الگوریتم رهایی پویا با جزئیات آن در مرجع [۲۳] آورده شده است.

۴- نتایج

برای بررسی صحت و دقت خمش غیرخطی پنل استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی تحت بار مکانیکی، نتایج به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر با پاسخ‌های گزارش شده توسط ژانگ و همکارانش [۱۶] که بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و روش ریتز حل شده است، مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج برای مقدار خیز ماکزیمم بر حسب افزایش بار برای پنل با ابعاد $L=10\text{cm}$, $h=0.2\text{cm}$, $a=100\text{cm}$ و $\theta = 0.1\text{rad}$ بدست آمده که در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده از روش رهایی پویا مطابقت بسیار خوبی (در حدود خطای ۰.۲٪) با

در این رابطه $[M]^n$, $[C]^n$, $\{\dot{x}\}^n$ و $\{x\}^n$ به ترتیب ماتریس‌های جرم و دمپینگ مجازی و بردارهای شتاب و سرعت مجازی در تکرار n ام می‌باشند، همچنین $\{x\}$ بردار جابجایی می‌باشد. لذا با توجه به صریح بودن روش حل حاضر، معادلات تعادل (۲۰) را که از نوع مسائل با مقدار مرزی مشخص می‌باشند، باید به فرمت مسائلی با مقدار اولیه معین در آورد. برای انجام این کار ترم‌های اینرسی و دمپینگ را به صورت زیر به سمت راست معادله (۲۱) می‌افزاییم.

$$\begin{aligned} a \frac{dN_x}{dx} + \frac{dN_{x\theta}}{d\theta} &= m_u \frac{d^2 u}{dt^2} + C_u \frac{du}{dt} \\ a \frac{dN_{x\theta}}{dx} + \frac{dN_\theta}{d\theta} &= m_v \frac{d^2 v}{dt^2} + C_v \frac{dv}{dt} \\ N_\theta - a N_x \frac{d^2 w}{dx^2} - 2N_{x\theta} \frac{d^2 w}{dx d\theta} - a \frac{dQ_x}{dx} - \\ \frac{N_\theta}{a} \frac{d^2 w}{d\theta^2} - \frac{dQ_\theta}{d\theta} - q &= m_w \frac{d^2 w}{dt^2} + C_w \frac{dw}{dt} \\ Q_x - \frac{dM_x}{dx} - \frac{1}{a} \frac{dM_{x\theta}}{d\theta} &= m_{\varphi_x} \frac{d^2 \varphi_x}{dt^2} + C_{\varphi_x} \frac{d\varphi_x}{dt} \\ Q_\theta - \frac{dM_{x\theta}}{dx} - \frac{1}{a} \frac{dM_\theta}{d\theta} &= m_{\varphi_\theta} \frac{d^2 \varphi_\theta}{dt^2} + C_{\varphi_\theta} \frac{d\varphi_\theta}{dt} \end{aligned} \quad (26)$$

در سمت راست معادله بالا با استفاده از روش تفاضل محدود، بردارهای سرعت و شتاب را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۲۳].

$$\begin{aligned} \{\ddot{x}\}^n &= \frac{\{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}} - \{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \\ \{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}} &= \frac{\{x\}^n - \{x\}^{n-1}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (27)$$

که در رابطه بالا، Δt بیانگر گام زمانی مجازی می‌باشد. بر طبق مقدار میانگین، سرعت را می‌توان به شکل زیر بیان کرد [۲۱]:

$$\{\dot{x}\}^n = \frac{\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}} + \{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}}}{2} \quad (28)$$

با جایگذاری معادله (۲۷) و (۲۸) در معادله (۲۶) و ساده‌سازی آن، سرعت در گام $(n+1/2)$ و جابجایی در گام $(n+1)$ به‌دست می‌آید که به صورت زیر قابل تعریف است:

در مثال بعدی نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر با نتایج نرم افزار اجزا محدود آباکوس مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج برای یک پنل کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی تحت شرایط تکیه گاهی SSSS در اثر بارگذاری فشار داخلی، در دو حالت توزیع یکنواخت UD و توزیع مدرج تابعی داخلی و V و X به دست آمده است. خواص نانولوله ها کربنی تک جداره از نوع (۱۰*۱۰) در دمای اتاق و $V_{CNT}^* = 0.17$ به دست آورده شده است. مشخصات هندسی و خواص ماده کامپوزیتی نیز به شرح زیر می باشد:

$$a=50\text{cm}, h=1\text{cm}, L=100\text{cm}, E^m = 2.5\text{GPa},$$

$$\theta = 180$$

$$G^m = 0.933\text{Gpa}, E_{11}^{CN} = 5.6466(\text{TPa}),$$

$$E_{22}^{CN} = 7.0800(\text{TPa}), G_{12}^{CN} = 1.944(\text{TPa})$$

$$V_{CN}^* = 0.12 \quad \eta_1 = 0.137 \quad \eta_2 = 1.022$$

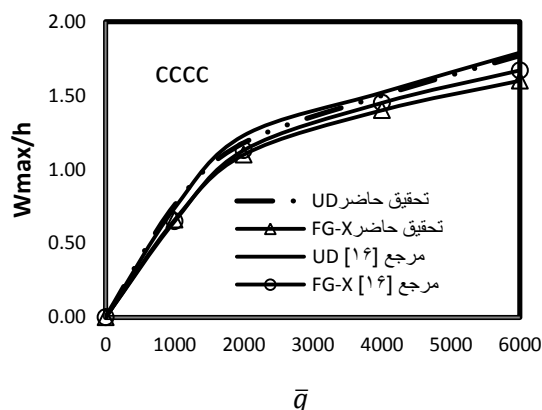
$$V_{CN}^* = 0.17 \quad \eta_1 = 0.142 \quad \eta_2 = 1.626$$

$$V_{CN}^* = 0.28 \quad \eta_1 = 0.141 \quad \eta_2 = 1.585$$

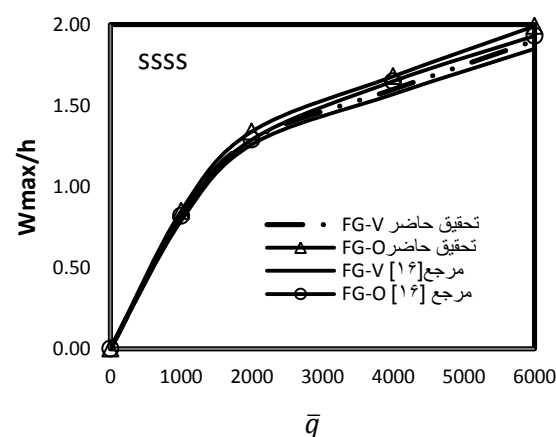
$$\bar{N}_x = \frac{N_x r_i^2}{Eh^3}, \bar{M}_x = \frac{M_x r_i^2}{Eh^4}, \bar{q} = \frac{qr^4}{Eh^4}$$

برای خیز ماکزیم شعاعی، نتایج حاصل از روش حل عددی رهایی پویا با نتایج حاصل از نرم افزار اجزا محدود آباکوس مقایسه و در جدول ۱ بیان شده است. همان طور که مشاهده می شود نتایج به دست آمده از روش رهایی پویا مطابقت بسیار خوبی با نتایج حاصل از نرم افزار اجزا محدود آباکوس دارد.

نتایج حاصل از تحقیق ژانگ و همکارانش [۱۶] دارد. همان طور که ملاحظه می شود برای هر دو شرط مرزی بیشترین مقدار خیز مربوط به چیدمان O و کمترین مقدار جابجایی عمودی مربوط به چیدمان X می باشد.



شکل (۳): مقایسه پاسخ خمش غیرخطی پنل کامپوزیتی تقویت شده به دست آمده از روش حاضر و مرجع [۱۶]



شکل (۴): مقایسه پاسخ خمش غیرخطی پنل کامپوزیتی تقویت شده به دست آمده از روش حاضر و مرجع [۱۶]

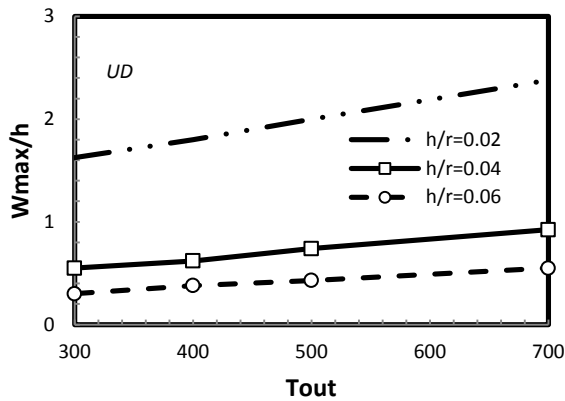
جدول (۱): مقایسه بین ماکزیم خیز بی بعد به دست آمده از تحلیل غیرخطی حاضر و نرم افزار آباکوس شرط مرزی SSSS

UD			FG-V			FG-X			\bar{q}
خطا	آباکوس	پژوهش حاضر	خطا	آباکوس	پژوهش حاضر	خطا	آباکوس	پژوهش حاضر	
٪۷	۱/۰۰۱	۱/۰۸۷	٪۱	۱/۳۶۷	۱/۳۸۶	٪۱	۱/۰۸۲	۱/۰۹۶	۱۲۵۰۰
٪۱	۲/۱۵۲	۲/۱۷۶	٪۶	۲/۶۰۱	۲/۷۸۳	٪۳	۲/۰۸۴	۲/۱۶۲	۲۵۰۰۰
٪۱	۳/۲۵۵	۳/۲۶۳	٪۴	۳/۹۹۵	۴/۱۷۶	٪۶	۳/۰۰۵	۳/۲۱۹	۵۰۰۰۰

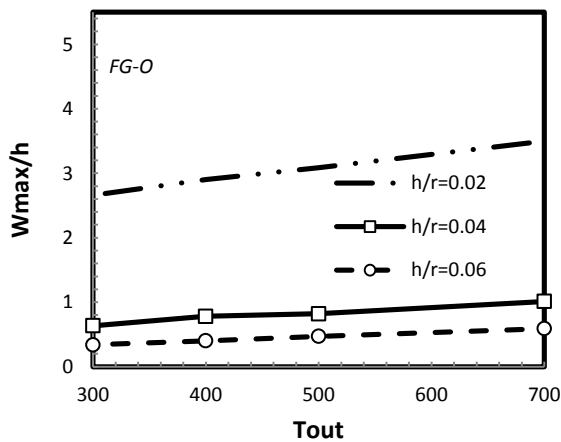
می دهند. با توجه به شکل های ۵ و ۶ ملاحظه می شود که برای هر دو شرط مرزی بیشترین مقدار خیز ماکزیم مربوط به چیدمان FG-O و کمترین مقدار خیز مربوط به چیدمان X است. دلیل این امر می تواند این باشد که در حالت X تراکم

شکل های ۵ و ۶ خیز ماکزیم بی بعد را برای پنل با ابعاد $a = 50\text{cm}$, $h = 2\text{cm}$, $L = 100\text{cm}$, $\theta = 30$ مکانیکی ثابت با مقدار $\bar{q} = 6000$ برحسب تغییر بار حرارتی بترتیب برای دو شرط مرزی تکیه گاه CCCC و SSSS نشان

تغییرات خیز برای حالتی که شعاع پوسته ثابت است و فقط ضخامت h تغییر می‌کند، برای نسبت‌های $h/a = 0.04$ ، $h/a = 0.06$ تا $h/a = 0.02$ به دست آورده شده است. برای شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC با افزایش ضخامت از $h/a = 0.02$ تا $h/a = 0.06$ میزان کاهش خیز برای چیدمان UD، FG-O، FG-V، FG-X و به ترتیب ۰.۷۹٪، ۰.۷۱٪، ۰.۸۶٪ و ۰.۸۷٪ و با شرط مرزی SSSS به ترتیب ۰.۸۱٪، ۰.۷۷٪، ۰.۷۲٪ و ۰.۸۷٪ می‌باشد. لذا می‌توان گفت برای هر دو شرط مرزی بیشترین مقدار کاهش خیز مربوط به چیدمان X با ۰.۸۷٪ کاهش و کمترین مقدار افت خیز برای شرط مرزی CCCC مربوط به چیدمان O با ۰.۷۱٪ می‌باشد. این در حالی است که برای شرط مرزی SSSS مربوط به چیدمان V با ۰.۷۷٪ است. گفتنی است با افزایش ضخامت، صلبیت خمشی صفحه بالا رفته و موجب کاهش خیز گشته است.

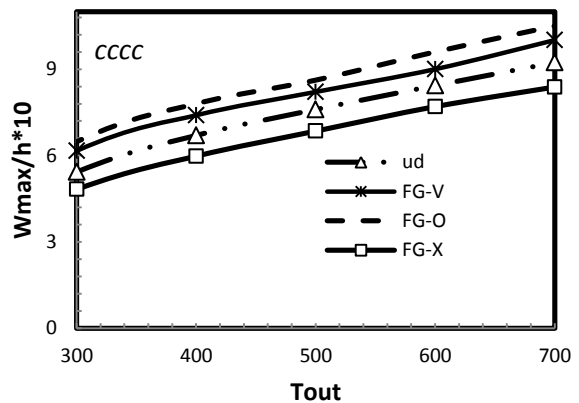


شکل (۷): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان UD در شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC

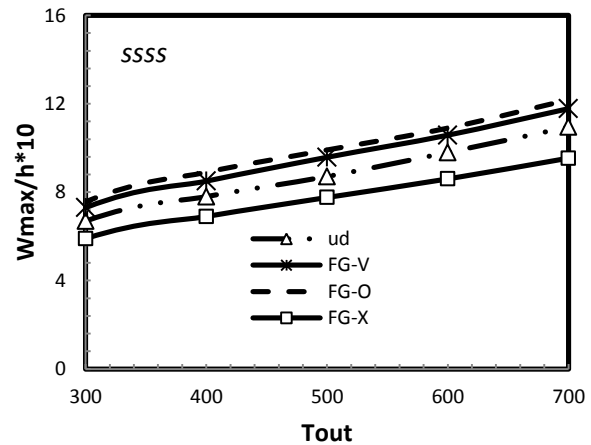


شکل (۸): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-O در شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC

نانولوله‌ها در لایه‌های بالایی و پایینی $Z=0$ نسبت به حالت O و V بیشتر می‌باشد که این امر باعث استحکام بیشتر در برابر تغییر شکل می‌شود. این در حالی است که توزیع تابعی O بیشترین تراکم نانولوله‌ها را در سطح میانی دارد. بنابراین، مقاومت کمتری در مقابل کاهش خیز از خود نشان می‌دهد. همچنین اختلاف خیز بین دو چیدمان V و O در شرط مرزی CCCC بیشتر از SSSS می‌باشد.

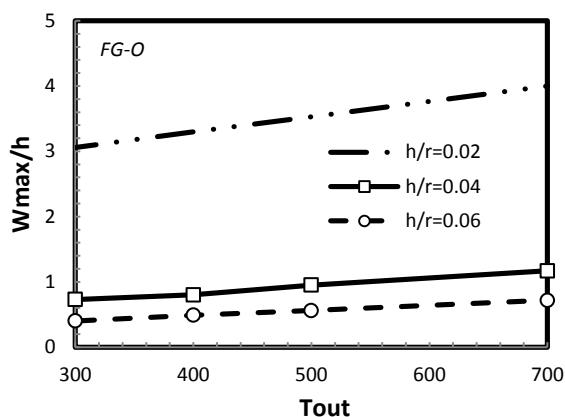


شکل (۵): خیز ماکزیمم بی بعد بر حسب تغییر بار حرارتی CCCC و $V_{CNT}^* = 0.17$

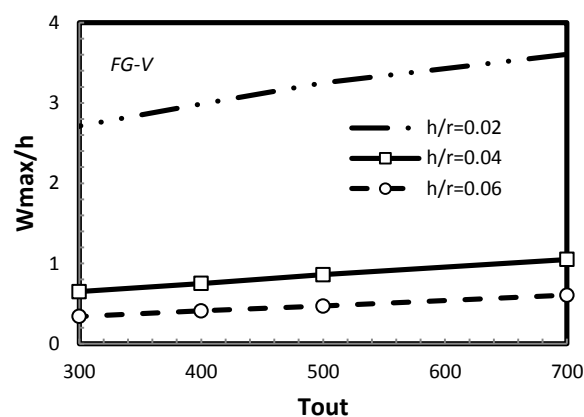


شکل (۶): خیز ماکزیمم بی بعد بر حسب تغییر بار حرارتی SSSS و $V_{CNT}^* = 0.17$

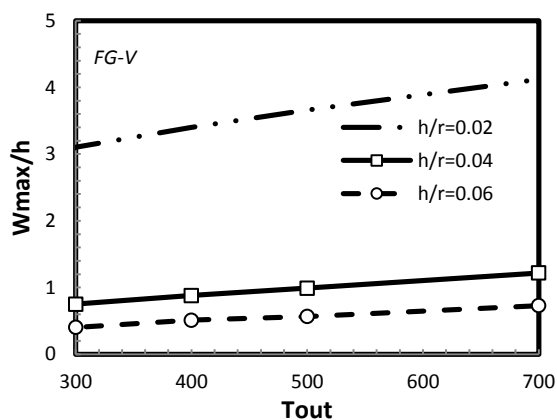
شکل‌های ۷ تا ۱۴ تاثیر ضخامت بر تغییرات جابجایی شعاعی را بر حسب بار حرارتی برای حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌ها برای شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC و SSSS نشان می‌دهند. ابعاد پنل مورد نظر $\theta = 30$ ، $r = 50$ cm، $L = 100$ cm و تحت بار مکانیکی بی بعد $\bar{q} = 6000$ می‌باشد. توزیع نانولوله‌ها برای کسر حجمی $V_{CNT}^* = 0.17$ در نظر گرفته شده است و



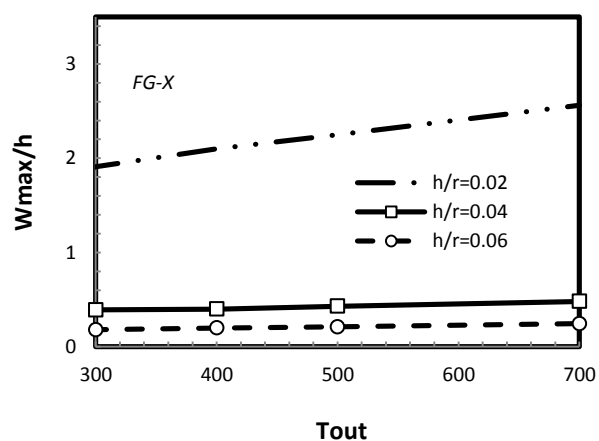
شکل (۱۲): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-O در شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS



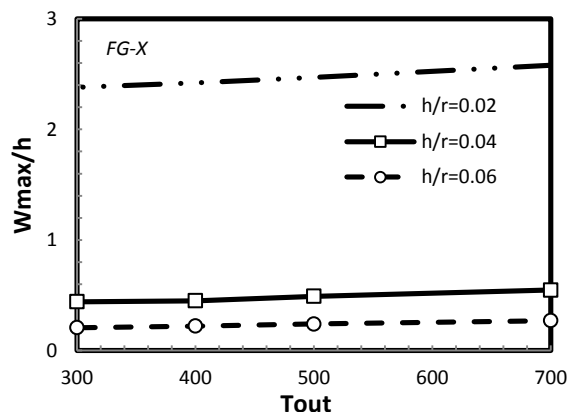
شکل (۹): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-V در شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC



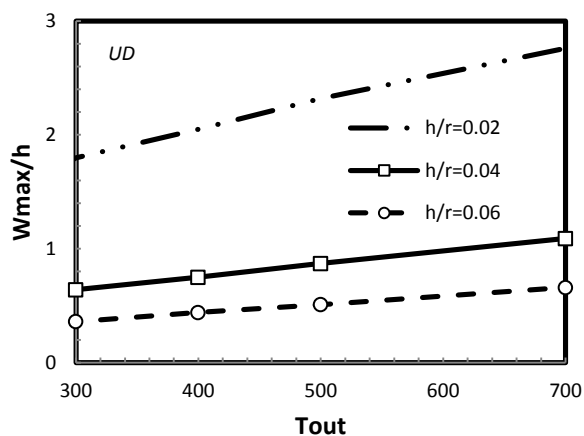
شکل (۱۳): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-V در شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS



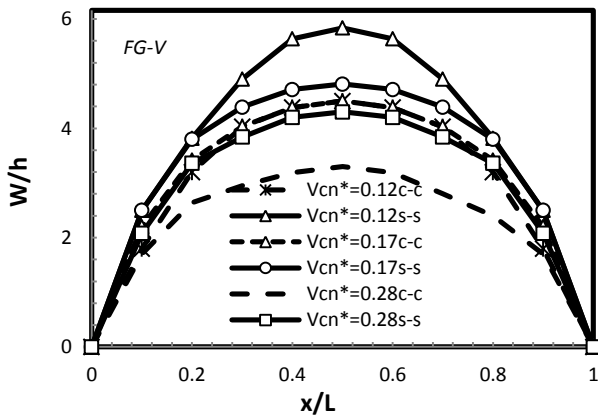
شکل (۱۰): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-X در شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC



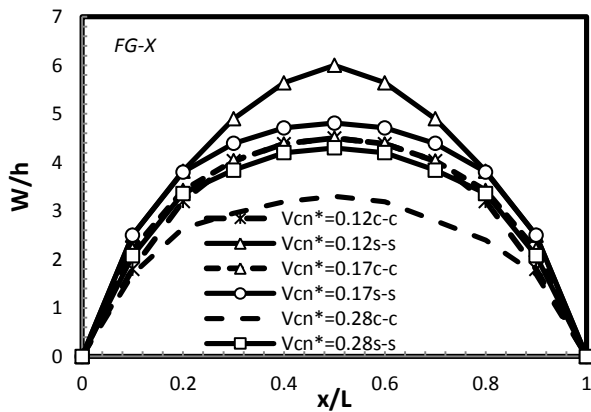
شکل (۱۴): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان FG-X در شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS



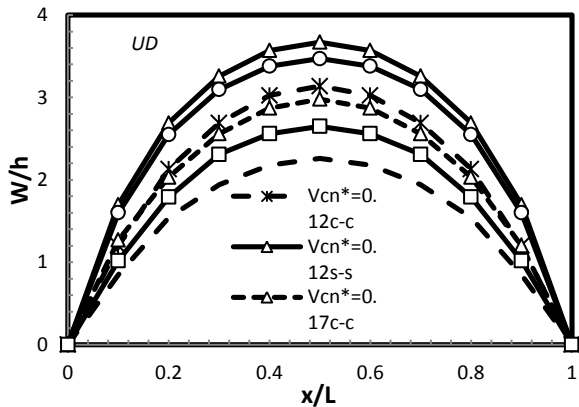
شکل (۱۱): مقایسه تاثیر ضخامت بر تغییرات خیز بر حسب طول برای چیدمان UD در شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS



شکل (۱۶): تغییر خیز بر حسب طول برای کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها مربوط به چیدمان FG-V



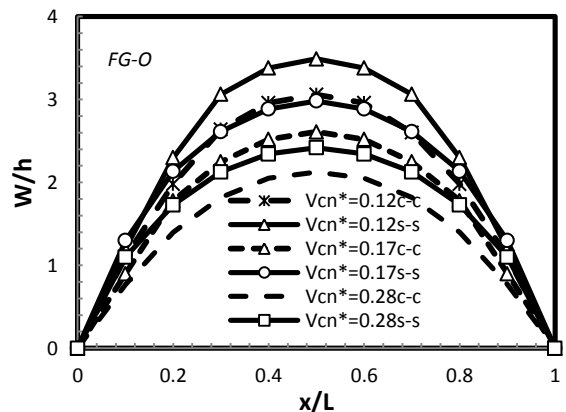
شکل (۱۷): تغییر خیز بر حسب طول برای کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها مربوط به چیدمان FG-X



شکل (۱۸): تغییر خیز بر حسب طول برای کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها مربوط به چیدمان UD

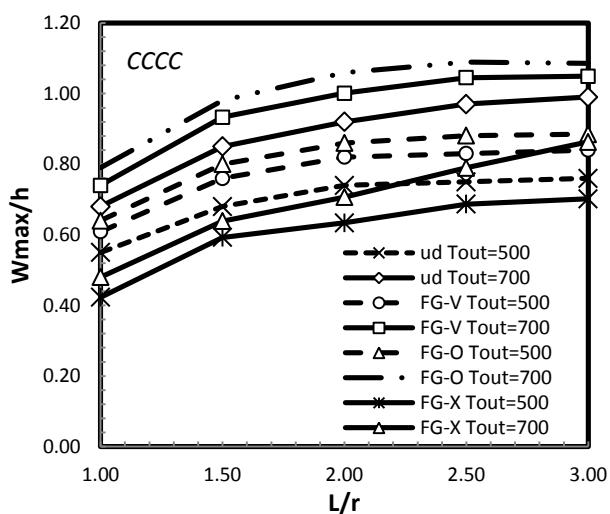
از نمودارهای بالا پیداست که افزایش مداوم کسر حجمی نانولوله‌ها موجب ازدیاد صلبیت خمشی پوسته و کاهش خیز آن نمی‌گردد.

شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ تغییرات خیز بر حسب طول برای کسر حجمی‌های مختلف برای دو شرط مرزی SSSS و CCCC یک پنل با شرایط هندسی $r = 50\text{cm}$ ، $h = 1\text{cm}$ ، $\theta = 30$ و تحت فشار داخلی $\bar{q} = 6000$ و $L = 100\text{cm}$ و $T_{out} = 500$ می‌باشد. از مقایسه این نمودارها می‌توان فهمید که برای شرط مرزی CCCC با افزایش کسر حجمی از ۰/۱۲ به ۰/۱۷ برای چیدمان نانولوله‌ها به صورت UD، FG-X، FG-V، FG-O به ترتیب ۰/۲۶، ۰/۳۳، ۰/۳۳ و ۰/۳۳٪ کاهش خیز را خواهیم داشت و برای افزایش کسر حجمی از ۰/۱۷ به ۰/۲۸ به ترتیب ۰/۳۰، ۰/۶۹، ۰/۳۱ و ۰/۲۰٪ کاهش خیز مشاهده می‌شود. همچنین با تغییر شرط مرزی به صورت تکیه‌گاه SSSS با افزایش کسر حجمی از ۰/۱۲ به ۰/۱۷ برای چیدمان نانولوله‌ها به صورت UD، FG-X، FG-V، FG-O به ترتیب ۰/۲۳، ۰/۶۷، ۰/۱۴ و ۰/۲۸٪ کاهش خیز مشاهده می‌شود و برای افزایش کسر حجمی از ۰/۱۷ به ۰/۲۸ به ترتیب ۰/۷۰، ۰/۲۵، ۰/۱۶٪ کاهش خیز ملاحظه می‌گردد. با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت برای تغییر کسر حجمی از ۰/۱۲ به ۰/۱۷ برای شرط مرزی CCCC بیشترین کاهش خیز مربوط به چیدمان‌های UD، V، X و به میزان ۰/۳۳٪ و کمترین کاهش خیز مربوط به O با مقدار ۰/۲۶٪ می‌باشد. این در حالی است که برای شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS بیشترین کاهش خیز مربوط به چیدمان V با مقدار ۰/۶۷٪ و کمترین کاهش خیز مربوط به چیدمان X به میزان ۰/۱۴٪ می‌باشد. برای تغییر کسر حجمی از ۰/۱۷ به ۰/۲۸ نیز برای هر دو شرط مرزی بیشترین کاهش خیز مربوط به چیدمان V به مقدار ۰/۷۰٪ و کمترین کاهش خیز مربوط به UD به میزان ۰/۱۶٪ می‌باشد.



شکل (۱۵): تغییر خیز بر حسب طول برای کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها مربوط به چیدمان FG-O

حرارتی از ۷۰۰ تا ۵۰۰ درجه برای نسبت $L/a = 1$ در شرط مرزی CCCC برای چیدمان‌های UD, FG-X, FG-V و FG-O به ترتیب ۲۰٪، ۶٪، ۲۲٪ و ۲۲٪ و در شرط مرزی SSSS به ترتیب ۲۳٪، ۲٪، ۱۷٪ و ۲۸٪ می‌باشد. این در حالی است که درصد کاهش خیز برای نسبت $L/a = 3$ در شرط مرزی CCCC به ترتیب ۲۹٪، ۲۵٪، ۲۷٪ و ۲۰٪ و برای شرط مرزی SSSS به ترتیب ۲۷٪، ۱۲٪، ۹٪، ۱۶٪ می‌باشد. بنابراین، می‌توان گفت با کاهش بار حرارتی از ۷۰۰ تا ۵۰۰ درجه برای $L/a = 1$ در شرط مرزی CCCC بیشترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان V و O و کمترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان X است. این در حالی است که برای شرط مرزی SSSS بیشترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان V و کمترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان X می‌باشد. همچنین برای $L/a = 3$ در شرط مرزی CCCC بیشترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان UD و کمترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان O است و برای شرط مرزی SSSS بیشترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان UD و کمترین درصد کاهش خیز مربوط به چیدمان V می‌باشد. با توجه به شکل و نتایج به دست آمده می‌توان گفت با افزایش طول پنل تغییر بار حرارتی بر روند شیب افزایش خیز ماکزیمم تاثیر چندانی ندارد. همچنین با کاهش بار حرارتی، اثر افزایش نسبت طول پنل به شعاع آن در چیدمان‌های مختلف گوناگون است.



شکل (۱۹): خیز ماکزیمم بی‌بعد بر حسب تغییر نسبت ضخامت به شعاع تحت بار حرارتی مختلف با شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC و $V_{CNT}^* = 0.17$

جدول‌های ۲ و ۳ تغییرات خیز بر حسب افزایش زاویه دهانه پنل با ابعاد $a=50\text{cm}$, $L=100\text{cm}$, $h=1\text{cm}$ و تحت فشار داخلی $\bar{q} = 6000$ را برای چیدمان‌های مختلف در شرایط مرزی گوناگون نشان می‌دهند. همانطور که پیداست برای همه چیدمان‌ها درصد کاهش خیز برای حالتی که زاویه دهانه پنل از ۳۰ درجه به ۴۵ درجه تغییر می‌کند بیشتر از حالتی است که زاویه از ۴۵ درجه به ۶۰ درجه افزایش می‌یابد. با کاهش زاویه دهانه پنل از ۶۰ درجه به ۳۰ درجه برای چیدمان UD, X, V و O بیشترین درصد کاهش خیز مربوط به شرط تکیه‌گاه SSSS می‌باشد که به این دلیل است که این شرط تکیه‌گاهی درجه آزادی بیشتری نسبت به بقیه تکیه‌گاه‌ها دارد. همچنین، برای چیدمان‌های UD و X کمترین درصد کاهش خیز مربوط به شرط تکیه‌گاهی CCCC و برای چیدمان O و V مربوط به شرط تکیه‌گاهی CSCS می‌باشد.

جدول (۲): مقایسه بین خیز ماکزیمم بی‌بعد بر حسب افزایش

زاویه دهانه پنل با شرایط مرزی متفاوت برای چیدمان UD و V

$$V_{CNT}^* = 0.17, h=1\text{cm}, R=50\text{cm}, L=100\text{cm}$$

شرط مرزی	FG-V			UD		
	۶۰	۴۵	۳۰	۶۰	۴۵	۳۰
CCCC	۴/۷۳۴	۲/۶۵۱	۱/۱۷۷	۲/۹۱۳	۲/۴۷۱	۱/۱۵۲
SSSS	۵/۶۲۴	۳/۱۸۸	۱/۴۱۰	۵/۱۷۶	۲/۹۱۳	۱/۲۹۹
CSCS	۵/۱۹۲	۲/۹۱۸	۱/۲۳۸	۴/۶۶۶	۲/۶۸۳	۱/۱۷۳
SCSC	۴/۷۲۹	۲/۲۱۶	۱/۱۹۱	۴/۲۱۲	۲/۳۹۲	۱/۱۴۱

جدول (۳): مقایسه بین خیز ماکزیمم بی‌بعد بر حسب افزایش

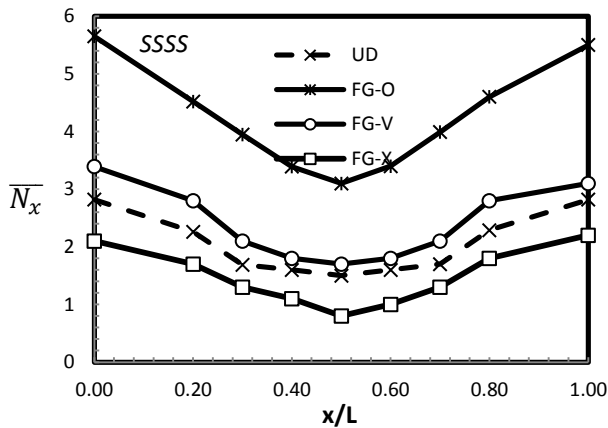
زاویه دهانه پنل با شرایط مرزی متفاوت برای چیدمان X و O با

$$V_{CNT}^* = 0.17, h=1\text{cm}, R=50\text{cm}, L=100\text{cm}$$

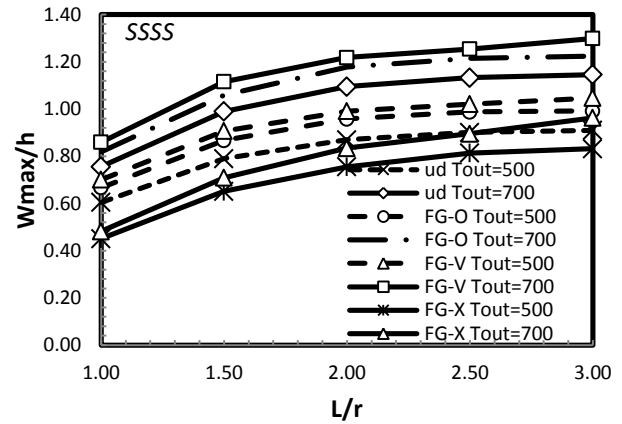
شرط مرزی	FG-X			FG-O		
	۶۰	۴۵	۳۰	۶۰	۴۵	۳۰
CCCC	۲/۱۱۶	۱/۲۹۱	۰/۵۸۴	۴/۷۸۹	۲/۷۳۷	۱/۵۸۶
SSSS	۳/۴۱۲	۱/۴۸۵	۰/۶۷۷	۵/۶۶۵	۳/۲۵۱	۱/۴۱۵
CSCS	۳/۲۵۱	۱/۳۷۸	۰/۶۲۵	۵/۲۳۲	۲/۹۹۷	۱/۳۱۲
SCSC	۲/۱۳۳	۱/۲۴۰	۰/۵۱۵	۴/۸۱۱	۲/۷۰۴	۱/۵۰۱

شکل‌های ۱۹ و ۲۰ مقدار خیز ماکزیمم بر حسب طول را

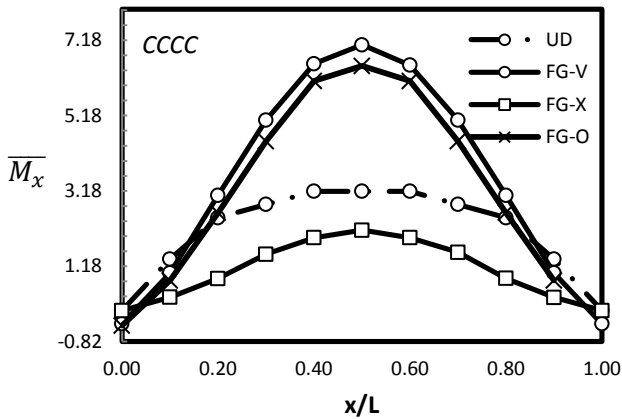
برای دو بار حرارتی ۵۰۰ و ۷۰۰ درجه برای پنل با ابعاد $h = 2\text{cm}$ و $r = 50\text{cm}$, $L = 100\text{cm}$, $\theta = 30$ نشان می‌دهند. با توجه به شکل پیداست برای هر دو شرط مرزی با کاهش بار حرارتی و کاهش طول پنل، خیز کاهش می‌یابد. به طوری که درصد کاهش خیز با کاهش بار



شکل (۲۲): منتهج تنش بی‌بعد در امتداد طول پل با تکیه‌گاه SSSS و $V_{CN}^* = 0.17$

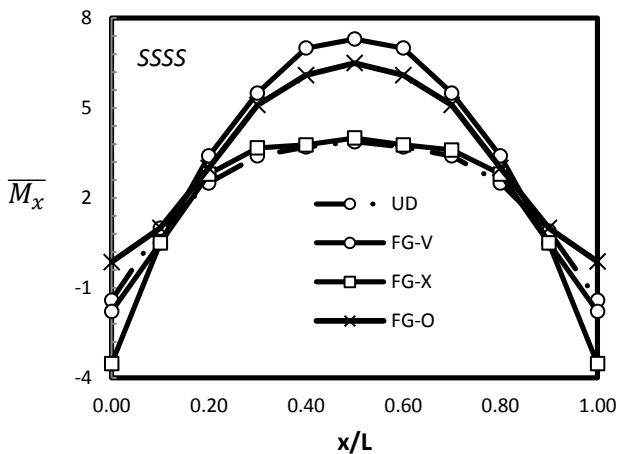


شکل (۲۰): خیز ماکزیمم بی‌بعد بر حسب تغییرنسبت ضخامت به شعاع تحت بار حرارتی مختلف با شرط مرزی تکیه‌گاه SSSS و $V_{CN}^* = 0.17$

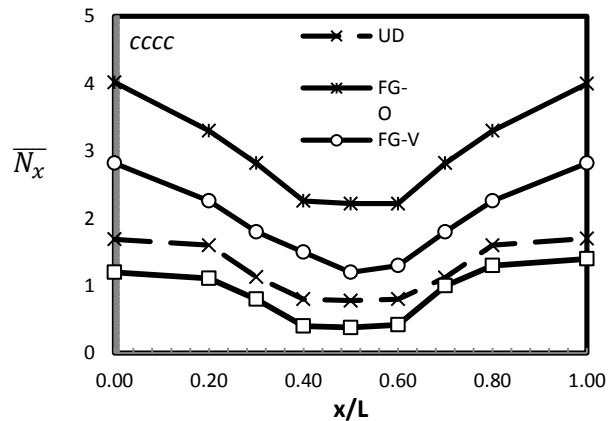


شکل (۲۳): منتهج گشتاور بی‌بعد در امتداد طول پل با تکیه‌گاه CCCC و $V_{CNT}^* = 0.17$

شکل‌های ۲۱ و ۲۲ منتهج تنش بی‌بعد را در امتداد طول برای یک پل با ابعاد $L=100\text{cm}$, $a=50\text{cm}$, $\theta = 30$ و تحت فشار داخلی $q = 6000$ به ترتیب با شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC و SSSS نشان می‌دهند. با توجه به شکل برای هر دو شرط مرزی بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان FG-O و کمترین مقدار نیروی شعاعی مربوط به چیدمان FG-X است. شکل‌های ۲۳ و ۲۴ نیز گشتاور بی‌بعد را در امتداد طول پل نشان می‌دهند. با توجه به شکل برای شرط مرزی تکیه‌گاه CCCC چیدمان V بیشترین مقدار لنگر و چیدمان X کمترین مقدار لنگر را دارند. این در حالی است که برای شرط مرزی SSSS بیشترین گشتاور شعاعی مربوط به چیدمان V و کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان UD و X است.



شکل (۲۴): منتهج گشتاور بی‌بعد در امتداد طول پل با تکیه‌گاه SSSS و $V_{CNT}^* = 0.17$



شکل (۲۱): منتهج تنش بی‌بعد در امتداد طول پل با تکیه‌گاه CCCC و $V_{CN}^* = 0.17$

۵- نتیجه گیری

برای شرط مرزی CCCC چیدمان X کمترین مقدار لنگر را دارد. این در حالی است که برای شرط مرزی تکیه گاه SSSS کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان UD و X می‌باشد.

۶- مراجع

1. Korto, H.W., Heath, J.R., O'Brien, S.C., CURL, R.F., and Smalley, R.E. "C60:Buckminstterfullerene", J. Natu, Vol. 318, pp. 162-163, 1985.
2. Lijima, S. "Helical microtubules of grafite carbon", J. Natu, Vol. 354, pp. 56-58, 1991.
3. Dai, H. "Carbon nanotubes: Synthesis, integration, and properties", J. Chemic. Resear, Vol. 297, pp. 787-792, 2002.
4. <http://www.nanotube and grafite>.
5. Salehi-Khojin, A. and Jalili, N. "Buckling of boron nitride nanotube reinforced piezoelectric polymeric composites subject to combined electro-thermomechanical loading", J. Compos. Sci. Technol, Vol. 68, No. 6, pp. 1489-1501, 2008.
6. Qian, D., Dickey, E.C., Andrews, R., and Rantell, T. "Load transfer and deformation mechanisms in carbon nanotube-polystyrene composites", J. Phys, Vol. 76, No. 20, pp. 2868-2870, 2000.
7. Shen, H.SH. "Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plates in thermal environments", J. Compos. Struct, Vol. 91, No. 1, pp. 9-19, 2009.
8. Wang, Z.X., Shen, H.SH. "Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", J. Comput. Mater. Sci, Vol. 50, No. 8, pp. 2319-2330, 2011.
9. Ping, Z.H., Lei, Z.N., and Liew, K.M. "Static and free vibration analyses of carbon nanotube reinforced composite plates using finite element method with first ordershear deformation plate theory", J. Compos. Struct, Vol. 94, pp. 1450-1460, 2011.
10. Wang, Z.X., Shen, H.SH. "Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations thermal environment", J. Nonline. Dyn, Vol. 70, No. 1, pp. 735-754, 2012.
11. Alibeigloo, A. and Liew, K.M. "Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube - reinforced composite plate using theory of elasticity", J. Compos. Struct, Vol. 106, pp. 873-881, 2013.
12. Formica, G., Lacarbonara, W., and Alessi, R. "Vibrations of Carbon Nanotube-Reinforced Composites", J. Sound. Vib, Vol. 329, No. 10, pp. 1875-1889, 2010.
13. Alibeigloo, A. "Static analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity", J. Compos. Struct, Vol. 95, pp. 612-622, 2013.

در این تحقیق رفتار غیرخطی خمش پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با توزیع تابعی و یکنواخت نانولوله‌های کربنی تک جداره تحت بار حرارتی و مکانیکی با استفاده از روش حل عددی رهایی پویا مورد بررسی قرار گرفت. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش‌های غیرخطی فون کارمن استخراج شده‌اند. به منظور اعتبارسنجی دقت روش حاضر، نتایج حل حاضر با مقادیر به‌دست‌آمده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس و همچنین گزارشی مشابه مقایسه شده است. مطابقت خوب به‌دست‌آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به‌کاررفته می‌باشد. در مطالعه پارامتری نیز تاثیر پارامترهایی همچون توزیع نانولوله‌های کربنی، ضخامت به شعاع پوسته، طول به شعاع، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولوله‌ها و تغییر زاویه دهانه پنل بر جابجایی شعاعی پوسته و منته‌های تنش و لنگر بررسی شده است. برخی از مهمترین نتایج به‌دست آمده به شرح زیر می‌باشند:

برای هر دو شرط مرزی CCCC و SSSS بیشترین مقدار خیز ماکزیمم مربوط به چیدمان نانولوله‌ها به صورت FG-O به دلیل تراکم بیشتر در لایه میانی و کمترین مقدار خیز مربوط به چیدمان X به دلیل تراکم بیشتر در لایه‌های بالایی و پایینی است. لذا می‌توان گفت استفاده از توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی نقش مهمی در افزایش سفتی خمشی پوسته خواهد داشت.

با افزایش ضخامت برای هر دو شرط مرزی CCCC و SSSS بیشترین مقدار کاهش خیز مربوط به چیدمان X است. همچنین کمترین مقدار کاهش خیز برای شرط مرزی CCCC مربوط به چیدمان O و برای شرط مرزی SSSS مربوط به چیدمان V می‌باشد.

با کاهش زاویه دهانه پنل از ۶۰ درجه به ۳۰ درجه برای کلیه چیدمان‌های UD، X، V و O بیشترین درصد کاهش مربوط به شرایط تکیه‌گاهی SSSS و کمترین درصد کاهش خیز در شرایط تکیه‌گاهی CCCC مربوط به چیدمان UD و X است.

برای هر دو شرط مرزی CCCC و SSSS بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان FG-O و کمترین مقدار نیروی شعاعی مربوط به چیدمان FG-X است.

20. Shen, H.S. and Xiang, Y. "Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments", *J. Comp. Struct*, Vol. 111, pp. 291-300, 2014.
21. Raminnia, M., Ghorbanpour Arani, A., and Manouchehrifar, A. "Thermo-Mechanical nonlinear vibration in nano composites polyethylene shell reinforced by carbon nano tubes embedded elastic", *Int. J. Adv. Des. & Manu. Tech*, Vol. 6, No. 4, pp. 91-97, 2013.
22. Zhang, L.C., Kadkhodayan, M., and Mai, Y.W. "Development of the maDR method", *J. Comput. Strut*, Vol. 52, No. 1, pp. 1-8, 1994.
23. Golmakani, M.E. and Kadkhodayan, M. "Large deflection analysis of circular and annular fgm plates under thermo-mechanical loading with temperature-dependent properties", *J. Compos. Part B*, Vol. 42, pp. 614-625, 2011.
24. Alamatian, J. "A new formulation for fictitious mass of the dynamic relaxation method with kinetic damping", *J. Comput. Strut*, Vol. 90, pp. 42-54, 2012.
25. kadkhodayan, M., Alamatian, J., and Turvey, G.J. "A new fictitious time for the dynamic relaxation method", *Int. J. Num. Meth. in Eng*, Vol. 74, pp. 996-1018, 2008.
14. Lei, Z.X., Liew, K.M., and Yu, J.L. "Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method", *J. Compos. Struct*, Vol. 98, pp. 160-168, 2013.
15. Shen, H.S.H. and Zhang, C.L. "Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates", *J. Mater. Des*, Vol. 31, pp. 3403-3411, 2010.
16. Zhang, L.W., Lei, Z.X., Liew, K.M., and Yu, J.L. "Large deflection geometrically nonlinear analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels", *J. Comput. Meth. Engi*, Vol. 273, pp. 1-18, 2014.
17. Shoostari, A. and Rafiee, M. "Vibration characteristics of nanocomposite plates under thermal conditions including nonlinear effects", *J. Mech. Eng*, Vol.1, pp. 60-9, 2011.
18. J. Mehrabadi S., Karimi Samar R., and Bohluli M. "Mechanical Buckling Analysis of Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Single walled Carbon Nanotubes", *Aerospace Mech. J*, Vol. 9, No. 4, pp. 51-59, 2013.
19. Zhu, P., Lei, Z.X., Liew, K.M. "Static and free vibration analyses of carbon nanotube -reinforced composite plates using finite element method with first ordershear deformation plate theory", *J. Compos. Struct*, Vol. 94, No. 4, pp. 1450-1460, 2011.

