

## کنترل آرایش گروهی بالگردهای بدون سرنشین به روش رهبر- پیرو

حسن صیادی<sup>۱</sup> و احسان مصطفوی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۰۱)

### چکیده

در این مقاله، الگوریتم کنترلی جدیدی برای تشکیل آرایش هندسی مطلوب توسط گروهی از بالگردهای کوچک بدون سرنشین ارائه شده است. ابتدا با استفاده از روش نیوتن- اویلر، معادلات دینامیکی حاکم بر هر پرنده استخراج شده است. نیروی محوری روتور دم، نیروی محوری روتور اصلی، زاویه انحراف طولی و زاویه انحراف عرضی روتور اصلی ورودی‌های کنترلی هر بالگرد است. به منظور کنترل آرایش‌بندی از روش مبتنی بر مدل رهبر- پیرو استفاده شده است، برای این منظور معادلات حرکتی پیرو نسبت به رهبر به دست آمده است. سپس با استفاده از روش کنترل مود لغزشی، کنترلر سطح پایین طراحی گردیده است. هر روبات متناسب با اطلاعاتی که از بقیه روبات‌ها به دست می‌آید، عکس‌العمل مناسبی از خود نشان می‌دهد و در موقعیت و جهت‌گیری مناسب نسبت به سایر پرنده‌ها قرار می‌گیرد. برای سنجش دقت الگوریتم کنترلی ارائه شده، در انتها نتایج شبیه‌سازی آورده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** بالگردهای کوچک بدون سرنشین، روش نیوتن- اویلر، مدل رهبر- پیرو، کنترل مود لغزشی

## Formation Control of Unmanned Helicopters by Leader- Follower Method

H. Sayyaadi and E. Mostafavi

Mechanical Engineering Department

Sharif University

(Received: August 23, 2015; Accepted: December 22, 2015)

### ABSTRACT

In this article, for constructing a desired formation by a group of unmanned small helicopters, a novel control algorithm is presented. Firstly, by using Newton-Euler method, dynamics equations of motion of one helicopter is derived. Main rotor thrust, tail rotor thrust, longitudinal and lateral tilt angles of main rotor are four control inputs of each agent. Leader-follower method is used for controlling the formation of agents, for this purpose, motion of the follower relative to leaders is derived. Then, sliding mode control (SMC) method is used to design a lower level controller. Each agent does appropriate reactions and adjusts its relative distances and directions according to the information which are received from others. For evaluating the presented control algorithm, simulations results is shown at the end.

**Keywords:** Unmanned Small Helicopters, Newton-Euler Method, Leader-Follower Method, Sliding Mode Control

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): sayyaadi@sharif.edu

۲- کارشناسی ارشد: ehsan\_m578@yahoo.com

## فهرست علائم و اختصارات

$\phi$	زاویه اویلر (حول محور طولی)، rad
$\theta$	زاویه اویلر (حول محور جانبی)، rad
$\psi$	زاویه اویلر (حول محور عمودی)، rad
$\omega_x$	مولفه سرعت زاویه‌ای حول محور طولی، rad/s
$\omega_y$	مولفه سرعت زاویه‌ای حول محور جانبی، rad/s
$\omega_z$	مولفه سرعت زاویه‌ای حول محور عمودی، rad/s
$\omega$	بردار سرعت زاویه‌ای، rad/s
$\Theta$	بردار زوایای اویلر، rad
$T$	نیروی محوری روتور اصلی، N
$T_T$	نیروی محوری روتور دم، N
$a$	زاویه انحراف طولی روتور اصلی، rad
$b$	زاویه انحراف عرضی روتور اصلی، rad
$l_r$	فاصله مرکز روتور اصلی از مرکز جرم بالگرد، m
$l_t$	فاصله مرکز روتور دم از مرکز جرم بالگرد، m
$m$	جرم بالگرد، kg
$g$	شتاب گرانش، $m/s^2$
$\underline{I}$	ماتریس ممان اینرسی بالگرد، $kg.m^2$
$\tau_m$	گشتاور تولید شده توسط روتور اصلی، N.m
$d$	فاصله نقطه کنترلی از مرکز جرم پرنده، m
$l_{13}$	فاصله پرنده پیرو نسبت به رهبر یک، m
$l_{23}$	فاصله پرنده پیرو نسبت به رهبر دو، m
$\beta_{123}$	زاویه ایجاد شده بین نرمال صفحه آرایش و سطح افق، rad
$D$	نیروی پسا اعمال شده به پرنده، N
$k$	ضریب آیرودینامیکی گشتاور خمشی روتور اصلی، N.m/rad
$\underline{R}$	ماتریس تبدیل از دستگاه بدنه به دستگاه اینرسی

## زیرنویس و بالا نویس

$b$	دستگاه بدنه
0	دستگاه اینرسی
$m$	روتور اصلی
$T$	روتور دم
$p$	نقطه کنترلی
$d$	مقدار مطلوب
-	بردار
=	ماتریس

## ۱- مقدمه

حرکت هماهنگ درست مانند آنچه که در حیوانات دیده می‌شود، یک ابزار بسیار مفید برای هدایت و کنترل مجموعه‌های مصنوعی از ماشین‌ها، حسگرهای متحرک و سامانه‌های رباتیکی می‌باشد. پیشرفت‌های اخیر در زمینه شبکه‌های بی‌سیم و دستاوردهای جدید در تولید روبات‌های متحرک مجهز به حسگرهای متفاوت، رویکرد جدیدی در باب افزایش تعداد روبات‌ها و تقسیم کار بین آن‌ها در سامانه‌های روباتیکی باز کرده است. در این دیدگاه، تقسیم کار بین روبات‌ها به‌عنوان هدف در نظر گرفته می‌شود. معمولاً فعالیت‌های هماهنگ، با استفاده از ارتباط اندک موجود بین عامل‌ها انجام می‌شود. یک حسن ذاتی این سامانه‌ها، مقاومت آن‌ها در برابر خطای یکی از روبات‌ها می‌باشد. به‌علاوه رفتار هماهنگ عامل‌ها، سامانه را قادر به انجام کارهایی می‌سازد که به‌وسیله روبات‌های منفرد امکان‌پذیر نیست. به‌عنوان مثال به‌جای ساخت یک روبات بزرگ و پیچیده برای انجام عملیاتی مشخص می‌توان از چند روبات ساده‌تر که با همکاری یک‌دیگر می‌توانند آن عملیات را انجام دهند استفاده کرد. دسته‌های روباتیکی می‌توانند در زمینه‌های گوناگونی نظیر عملیات جست‌وجو و نجات، حفاظت و نگهداری و کاربردهای نظامی به‌کار گرفته شود. روبات‌های پرنده، فضای حرکتی بزرگی در مقایسه با روبات‌های زمینی دارند. به‌خصوص بالگردها نوعی از وسایل پرنده هستند که برتری خاصی در نوع حرکت دارند. ویژگی‌هایی از قبیل: برخاستن و فرود درجا، پرواز در حالت سکون (تثبیت مکان)، پرواز با سرعت کم، پرواز در همه جهات و... به‌طور کلی در هر جایی که مانورپذیری پایین هواپیما و احتیاج به فرودگاه مانع استفاده از هواپیما می‌شود تنها گزینه بالگرد می‌باشد. بالگردهای بدون سرنشین به‌دلیل نسبت رانش به وزن بالا دارای چابکی فوق‌العاده‌ای نسبت به بالگردهای بزرگ می‌باشند. این قابلیت یکی از مهم‌ترین قابلیت‌های بالگردهای بدون سرنشین می‌باشد. پژوهش‌های بسیاری تاکنون بر روی این بالگردها انجام شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به مدل‌سازی دینامیکی بالگردهای بدون سرنشین توسط وای [۱]، شناسایی سیستم این پرنده‌ها توسط کیم و

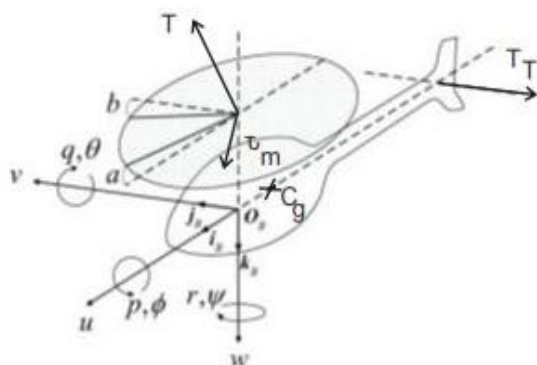
روش کنترل مود لغزشی طراحی شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بخش ۴ نشان داده شده است.

## ۲- مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی

در این قسمت، ابتدا معادلات دینامیکی حرکت بالگرد بیان شده است در ادامه، برای تخمین وضعیت روبات رهبر توسط روبات پیرو، معادلات حرکت نسبی بالگردها نسبت به یک‌دیگر شرح داده شده است.

### ۲-۱- معادلات دینامیکی بالگرد

با توجه به پیچیده‌بودن مدل‌سازی کامل بالگرد، برای پیش‌بینی رفتار بالگرد در کاربردهای اولیه و معمول از مدل‌های ساده‌تر استفاده می‌شود. در این پژوهش فرض بر این است نیروی محوری روتور دم<sup>۷</sup>، نیروی محوری روتور اصلی<sup>۸</sup>، زاویه انحراف طولی<sup>۹</sup> و زاویه انحراف عرضی روتور اصلی<sup>۱۰</sup> به‌طور مستقیم قابل کنترل و تنظیم هستند. نیروها و گشتاورهای اعمال‌شده به جسم از سه منبع نشات می‌گیرند: اینرسی، جاذبه و آیرودینامیکی. با ترکیب این سه منبع در معادله نیوتن- اوپلر، معادلات حرکت جسم حاصل خواهد شد. شمای کلی پرنده در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل (۱): شمای کلی بالگرد [۱۰].

نیروها و گشتاورهای اینرسی و آیرودینامیکی در دستگاه بدنه بیان می‌شوند. در نتیجه باید این نیروها و گشتاورها را به دستگاه اینرسی بازگرداند. زوایای اوپلر  $\phi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  زوایای بین دستگاه بدنه و اینرسی را بیان می‌کنند. با استفاده از زوایای

دان<sup>۱</sup> [۲]، کنترل بالگردها توسط ایان و کیمون<sup>۲</sup> [۳] اشاره کرد.

در سال‌های اخیر، کنترل آرایش مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. روش‌های گوناگونی برای کنترل آرایش معرفی و نقاط ضعف و قوت آن‌ها نشان داده شده است. مشتاق<sup>۳</sup> و همکارانش [۴] به کنترل و تخمین متغیرهای سه روبات شبه‌خودرو برای انجام ماموریت گروهی با آرایش خاص پرداختند. در این سامانه از روش رهبر- پیرو برای تخمین وضعیت روبات رهبر توسط روبات پیرو استفاده شده است. پینتو<sup>۴</sup> [۵] به کنترل آرایش هندسی تعدادی روبات شبه‌خودرو با استفاده از یک رهبر پرداخت. در این تحقیق فرض شده که هر روبات یک رهبر دارد و این رهبر زنجیره‌وار ادامه می‌یابد. رهبر اصلی وظیفه هدایت کل گروه را بر عهده دارد. پورمحمدی و صیادی [۶] برای کنترل آرایش تعدادی روبات چرخ‌دار با دینامیک غیرهولونومیک از روش مبتنی بر رهبر- پیرو به‌صورت سلسله مراتبی استفاده کردند و از یک تابع پتانسیل پیشنهادی نیز به‌منظور ایجاد یک شتاب مطلق مطلوب جهت جلوگیری از برخورد روبات‌ها با یک‌دیگر و موانع محیطی استفاده کردند. صیادی و همکاران [۷] به طراحی یک کنترلر غیرمتمرکز برای یک گروه روبات چرخ‌دار شبه‌خودرو که به دنبال هدفی متحرک بودند، پرداختند. روینی و آنجلو<sup>۵</sup> [۸] از روش شبکه عصبی برای کنترل و هماهنگی هواپیماهای کوچک بدون سرنشین بهره گرفتند. وانگ<sup>۶</sup> و همکارانش [۹] یک روش کنترلی برای کنترل گروهی بالگرد بر مبنای رهبر- پیرو معرفی کردند. کنترلر برپایه روش ماتریس وزنی شبه‌معکوس و فضای تهی طراحی شده و از کنترلر PD برای کنترل آرایش استفاده شده است.

با توجه به اهمیت روز افزون گروه روبات‌ها و به‌خصوص نوع بالگردها به‌واسطه برتری‌های خاص حرکتی، در این مقاله به کنترل آرایش گروه بالگردها با استفاده از روش رهبر- پیرو پرداخته شده است. در قسمت بعد، مدل دینامیکی پرنده و سینماتیک نسبی حرکت بین رهبر و پیرو شرح داده شده است و سپس در بخش ۳، کنترلر سطح پایین مناسب با استفاده از

1- Kim Sung, K., and Dawn M. Tilbury

2- Ioannis, A.R. and Kimon, P.V

3- Moshtagh, N

4- Pinto, T

5- Ruini, F. and Angelo, C

6- Wang, B

7- Tail Rotor Thrust

8- Main Rotor Thrust

9- Longitudinal Tilt Angle

در روش فاصله-فاصله، هدف نگهداری فاصله مطلوب  $l_{13}^d$  و  $l_{23}^d$  بین روبات پیرو و دو روبات راهنمای نظیر آن روبات می‌باشد. برای این منظور، سینماتیک نسبی حرکت بین پیرو و دو رهبر نوشته شده است. شکل ۲، سامانه متشکل از سه پرند مجاور را در یک آرایش دلخواه نشان می‌دهد. فاصله نقطه کنترلی پرند پیرو شماره ۳،  $(p_3)$  از نقطه کنترلی دو رهبر مجازی شماره‌های ۱ و ۲،  $(p_1$  و  $p_2)$ ، به ترتیب  $l_{13}$  و  $l_{23}$  است.  $\beta_{123}$  زاویه بین نرمال صفحه آرایش<sup>۳</sup> سه پرند و صفحه افق است. با استفاده از این سه مختصه، موضع‌گیری پیرو نسبت به دو رهبر در فضا به درستی مشخص شده است.

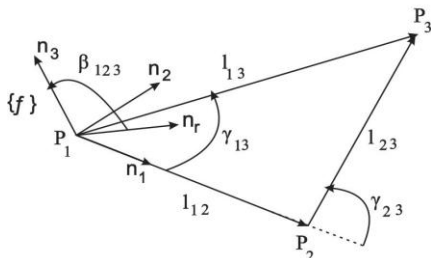
صفحه آرایش  $p_1 p_2 p_3$  و دستگاه مختصات آن  $\{f\}$  در شکل ۲ نشان داده شده است. این دستگاه، بر اساس موقعیت سه پرند تعریف می‌شود، در نتیجه هنگامی که سه پرند جابجا می‌شوند، موقعیت و جهت این دستگاه نیز تغییر می‌کند. برای محاسبه سینماتیک نسبی، مشخصات این دستگاه مورد نیاز است. از این‌رو ابتدا دستگاه صفحه شکل‌گیری را تعریف، سپس سرعت و شتاب زاویه‌ای مربوط به آن را محاسبه می‌کنیم. در نهایت با استفاده از آن‌ها و حرکت نسبی بین پرنده‌ها، نرخ تغییرات فواصل نسبی و زاویه نرمال صفحه آرایش به‌دست آمده است. بردارهای یکه دستگاه شکل‌گیری را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\underline{n}_1 = \frac{l_{12}}{|l_{12}|}, \quad \underline{n}_3 = \frac{l_{12} \times l_{13}}{|l_{12} \times l_{13}|}, \quad \underline{n}_2 = \underline{n}_3 \times \underline{n}_1 \quad (7)$$

زاویه نرمال صفحه آرایش را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\underline{n}_r = \frac{l_{12} \times \underline{k}_0}{|l_{12} \times \underline{k}_0|} \quad (8)$$

$$\beta_{123} = \cos^{-1}(\underline{n}_r, \underline{n}_3) \quad (9)$$



شکل (۲): شمای کلی سه پرند در یک آرایش فاصله-فاصله،

$P_1$  رهبر یک،  $P_2$  رهبر دو و  $P_3$  پرند پیرو.

اولر، امکان محاسبه ماتریس تبدیل از دستگاه بدنه به دستگاه اینرسی وجود دارد.

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

که در آن،  $\sin$  و  $\cos$  به اختصار با  $s$  و  $c$  نمایش داده شده‌اند.

با استفاده از ماتریس دوران و ترکیب آن در معادلات نیوتن-اولر، در نهایت معادلات حرکت پرند به‌صورت زیر به‌دست آمده است.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\underline{RT} + \underline{RD} + \underline{W}}{m} \\ \underline{I}^{-1}(\underline{M} - \underline{\omega} \times (\underline{I} \cdot \underline{\omega})) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\dot{\Theta} = \begin{pmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi \sec\theta & c\phi \sec\theta \end{pmatrix} \underline{\omega} \quad (3)$$

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} -Tsa \\ Tsb - T_r \\ -Tcacb \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} kb + \tau_m sa \\ ka - \tau_m sb + Tl_r cacb \\ T_r l_r + \tau_m cacb + Tl_r sb \end{pmatrix} \quad (6)$$

$\tan$  به اختصار با  $t$  نشان داده شده است.

## ۲-۲- معادلات حرکت پرند پیرو نسبت به رهبر روش فاصله-فاصله

دو الگوریتم کنترلی مهم مورد استفاده بر اساس روش رهبر-پیرو عبارتند از: کنترل زاویه-فاصله<sup>۱</sup> و کنترل فاصله-فاصله<sup>۲</sup>. با استفاده از این دو روش می‌توان شکل‌گیری‌های مطلوب را به‌دست آورد. معمولاً پرنده‌های واقع در لبه شکل‌گیری، با استفاده از روش  $l-\alpha$  فاصله نسبی‌شان را با پرند جلویی کنترل می‌کنند. بالگردهای دیگر با استفاده از روش  $l-l$  می‌توانند فاصله نسبی‌شان را با بالگردهای کناری و جلویی تنظیم می‌کنند.

1-  $l-\alpha$

2-  $l-l$

$$\begin{pmatrix} \ddot{i}_{23} \\ \alpha_{f3} l_{23} \\ \ddot{\beta}_{123} \end{pmatrix} = \underline{\underline{A}}_4^{-1} (\underline{\underline{a}}_{c3}^{(f)} + \underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times \underline{\underline{d}}^{(f)} + \underline{\underline{N}}_2 - \underline{\underline{M}}_2)$$

$$\underline{\underline{A}}_4 = \begin{pmatrix} \cos \gamma_{23} & -\sin \gamma_{23} & 0 \\ \sin \gamma_{23} & \cos \gamma_{23} & 0 \\ 0 & 0 & l_{23} \sin \gamma_{23} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\underline{\underline{N}}_2 = \underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times (\underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times \underline{\underline{d}}^{(f)}) - \underline{\underline{a}}_{p2}^{(f)} - \underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times (\underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times \underline{\underline{L}}_{23}^{(f)}) - 2\underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times \dot{\underline{\underline{L}}}_{23}^{(f)},$$

$\underline{\underline{M}}_2 = [0 \ 0 \ -\alpha_{f2} l_{23} \cos \gamma_{23}]^T$   
زمانی که  $l_{23}$  و  $\gamma_{23}$  مخالف صفر باشند،  $\underline{\underline{A}}_4$  معکوس پذیر است.

هنگامی که  $\gamma_{13}$  یا  $\gamma_{23}$  صفر باشند، پرنده‌ها بر روی یک خط قرار می‌گیرند. در این حالت برای کنترل بالگردها، باید از دو کنترلر فاصله- زاویه بهره جست.

$\ddot{\underline{\underline{y}}}_2 = [\ddot{i}_{13} \ \ddot{i}_{23} \ \ddot{\beta}_{123}]^T$  را به صورت ترکیبی از معادلات (۱۴ و ۱۵) و به شکل استاندارد می‌نویسیم.

$$\ddot{\underline{\underline{y}}}_2 = \underline{\underline{C}}_3 \begin{pmatrix} \ddot{i}_{13} \\ \alpha_{f3} l_{13} \\ \ddot{\beta}_{123} \end{pmatrix} + \underline{\underline{C}}_4 \begin{pmatrix} \ddot{i}_{23} \\ \alpha_{f3} l_{23} \\ \ddot{\beta}_{123} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\underline{\underline{C}}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{C}}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### ۲-۳- روش فاصله- زاویه

در این روش، فاصله نسبی و جهت‌گیری پرنده نسبت به رهبر در فضا کنترل می‌شود. این روش بیش‌تر برای آرایش‌های خطی در فضا مناسب است و پرنده پیرو تنها با یک پرنده دیگر به‌عنوان رهبر در ارتباط است. شکل ۳، سامانه متشکل از دو پرنده مجاور را در یک آرایش نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل نشان داده شده است، پرنده ۱ رهبر و پرنده ۲ پیرو است.  $l_{12}$  فاصله دو پرنده در صفحه افق،  $\alpha_{12}$  زاویه دید و  $z_{12}$  اختلاف ارتفاع نقاط کنترلی است.

سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای دستگاه شکل‌گیری، بیان شده در همان دستگاه به‌صورت زیر است.

$$\underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} = \dot{\beta}_{123} \underline{\underline{n}}_1 + \omega_{f2} \underline{\underline{n}}_2 + \omega_{f3} \underline{\underline{n}}_3 \quad (10)$$

$$\dot{\underline{\underline{\omega}}}_f^{(f)} = \ddot{\beta}_{123} \underline{\underline{n}}_1 + \alpha_{f2} \underline{\underline{n}}_2 + \alpha_{f3} \underline{\underline{n}}_3 \quad (11)$$

سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای دستگاه آرایش با توجه به سرعت نسبی و شتاب نسبی بین رهبر ۱ و رهبر ۲، به‌صورت زیر به‌دست آمده است.

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{12} \\ l_{12} \omega_{f3} \\ -l_{12} \omega_{f2} \end{pmatrix} = \underline{\underline{R}}_{0f}^T (\underline{\underline{v}}_{p2}^{(0)} - \underline{\underline{v}}_{p1}^{(0)}) \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{12} \\ l_{12} \alpha_{f3} \\ -l_{12} \alpha_{f2} \end{pmatrix} = \underline{\underline{R}}_{f0}^T (\underline{\underline{a}}_{p2}^{(0)} - \underline{\underline{a}}_{p1}^{(0)}) \quad (13)$$

$\underline{\underline{R}}_{0f}$  ماتریس تبدیل از دستگاه شکل‌گیری به دستگاه زمین است.

حال که محاسبات مربوط به دستگاه آرایش انجام شده است، با در نظر گرفتن سینماتیک نسبی بین پیرو و هریک از دو رهبر، نرخ تغییرات پارامترهای کنترلی، به‌صورت زیر به‌دست آمده است.

$$\begin{pmatrix} \ddot{i}_{13} \\ \alpha_{f3} l_{13} \\ \ddot{\beta}_{123} \end{pmatrix} = \underline{\underline{A}}_3^{-1} (\underline{\underline{a}}_{c3}^{(f)} + \underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times \underline{\underline{d}}^{(f)} + \underline{\underline{N}}_1 - \underline{\underline{M}}_1)$$

$$\underline{\underline{A}}_3 = \begin{pmatrix} \cos \gamma_{13} & -\sin \gamma_{13} & 0 \\ \sin \gamma_{13} & \cos \gamma_{13} & 0 \\ 0 & 0 & l_{13} \sin \gamma_{13} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\underline{\underline{N}}_1 = \underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times (\underline{\underline{\omega}}_3^{(f)} \times \underline{\underline{d}}^{(f)}) - \underline{\underline{a}}_{p1}^{(f)} - \underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times (\underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times \underline{\underline{L}}_{13}^{(f)}) - 2\underline{\underline{\omega}}_f^{(f)} \times \dot{\underline{\underline{L}}}_{13}^{(f)},$$

$$\underline{\underline{M}}_1 = [0 \ 0 \ -\alpha_{f2} l_{13} \cos \gamma_{13}]^T$$

زمانی که  $l_{13}$  و  $\gamma_{13}$  مخالف صفر باشند،  $\underline{\underline{A}}_3$  معکوس‌پذیر است.

طراحی کنترلر هریک از دو مدل فاصله- فاصله و فاصله- زاویه شرح داده می‌شود.

### ۳-۱- روش فاصله- فاصله

کنترلر طراحی شده، باید ورودی‌های سامانه را به نحوی تعیین کند که پرنده به سمت آرایش مورد نظر برود. در گام اول، برای استفاده از کنترلر مود لغزشی، معادلات به فرم استاندارد ورودی- خروجی<sup>۱</sup> نوشته شده است.

$$\ddot{y}_2 = (\underline{C}_3 \underline{A}_3^{-1} + \underline{C}_4 \underline{A}_4^{-1})(\underline{a}_{c3}^{(f)} + \dot{\omega}_3^{(f)} \times \underline{d}^{(f)}) + \underline{C}_3 \underline{A}_3^{-1}(\underline{N}_1 - \underline{M}_1) + \underline{C}_4 \underline{A}_4^{-1}(\underline{N}_2 - \underline{M}_2) \quad (18)$$

$$\underline{a}_{c3}^{(f)} = \underline{R}_{of}^T \underline{a}_{c3}^{(0)},$$

$$\dot{\omega}_3^{(f)} \times \underline{d}^{(f)} = \underline{R}_{of}^T \underline{R}_{o3}(\dot{\omega}_3^{(3)} \times \underline{d}^{(3)})$$

برای جداکردن<sup>۲</sup> ورودی‌های سامانه در معادله دینامیکی حرکت پرنده، ابتدا مقدار زوایای طولی و عرضی روتور اصلی را اندک فرض کرده و معادلات دینامیکی حرکت خطی‌سازی شده اند. از آنجایی که مقدار انحراف این زوایا در بالگردها محدود است، این فرض منطقی به نظر می‌رسد.

$$\underline{a}_{c3}^{(0)} = \underline{C}_1 \underline{u} + \underline{D}_1 + \underline{W}_1$$

$$\underline{C}_1 = \frac{1}{m} \underline{R}_{o3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\underline{D}_1 = \frac{1}{m} \underline{R}_{o3} \underline{D} \quad \underline{W}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$$

$$\dot{\omega}_3^{(3)} \times \underline{d}^{(3)} = \underline{C}_2 \underline{u} + \underline{D}_2$$

$$\underline{C}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{dl_r}{I_{yy}} & 0 & -\frac{kd}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & \frac{kd}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

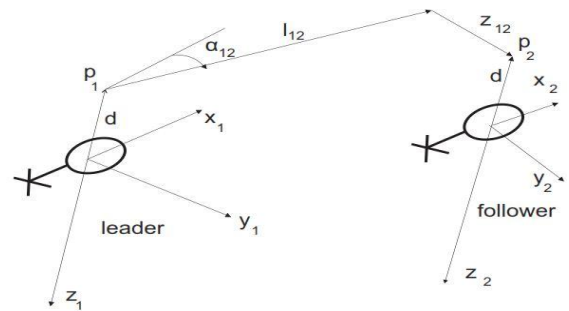
$$\underline{D}_2 = -[\underline{I}^{-1}(\dot{\omega}_3^{(3)} \times \underline{I} \dot{\omega}_3^{(3)})] \times \underline{d}^{(3)}$$

در نهایت فرم استاندارد معادله ورودی- خروجی پارامترهای آرایش به فرم زیر به دست آمده است.

$$\ddot{y}_2 = \underline{f}_3 + \underline{b}_3 \underline{u}$$

$$\underline{f}_3 = (\underline{C}_3 \underline{A}_3^{-1} + \underline{C}_4 \underline{A}_4^{-1})(\underline{R}_{f0}^T (\underline{D}_1 + \underline{W}_1) + \underline{R}_{f0}^T \underline{R}_{30} \underline{D}_2) + \underline{C}_3 \underline{A}_3^{-1}(\underline{N}_1 - \underline{M}_1) + \underline{C}_4 \underline{A}_4^{-1}(\underline{N}_2 - \underline{M}_2),$$

$$\underline{b}_3 = (\underline{C}_3 \underline{A}_3^{-1} + \underline{C}_4 \underline{A}_4^{-1})(\underline{R}_{f0}^T \underline{C}_1 + \underline{R}_{f0}^T \underline{R}_{30} \underline{C}_2), \quad (21)$$



شکل (۳): نمایش کلی پیکربندی روش  $l-\alpha$ . دستگاه ۱ رهبر، دستگاه ۲ پیرو است. نقاط کنترلی با  $p$  نمایش داده شده است.

برای برقراری ارتباط بین پارامترهای دستگاه آرایش و متغیرهای حالت پرنده از تحلیل سینماتیک نسبی بین پرنده‌ها بهره می‌گیریم. با در نظر گرفتن سینماتیک نسبی بین پیرو و رهبر، نرخ تغییرات پارامترهای کنترلی، به صورت زیر به دست آمده است.

$$\ddot{y}_1 = A_1^{-1} [R_{10}^T (\underline{a}_{c2}^{(0)} + R_{20}(\dot{\omega}_2^{(2)} \times \underline{d}^{(2)})) + B_0 - B_1]$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} l_{12} \\ \alpha_{12} \\ z_{12} \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} c\alpha_{12} & -l_{12}s\alpha_{12} & 0 \\ s\alpha_{12} & l_{12}c\alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -2\dot{l}_{12}\dot{\alpha}_{12}s\alpha_{12} - l_{12}\dot{\alpha}_{12}^2 c\alpha_{12} \\ 2\dot{l}_{12}\dot{\alpha}_{12}c\alpha_{12} - l_{12}\dot{\alpha}_{12}^2 s\alpha_{12} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B_0 = R_{01}^T [-\underline{a}_{p1}^{(0)} + R_{02}(\omega_2^{(2)} \times (\omega_2^{(2)} \times \underline{d}^{(2)}))] - \dot{\omega}_1^{(1)} \times (l_{12} + z_{12}) - \omega_1^{(1)} \times (\omega_1^{(1)} \times (l_{12} + z_{12})) - 2\omega_1^{(1)} \times (\dot{l}_{12} + \dot{z}_{12})$$

### ۳-۲ طراحی کنترل کننده مود لغزشی

در تحلیل هر مسأله کنترلی، یک اختلاف یا عدم مطابقت بین طرح واقعی و مدل ریاضی توسعه یافته شده برای طراحی کنترلر، وجود دارد. این عدم تطابق ممکن است مربوط به دینامیک‌های مدل نشده سامانه و یا تغییر و عدم ثبات در پارامترهای سامانه و یا به دلیل ساده‌سازی‌های انجام گرفته در شبیه‌سازی رفتار پیچیده طرح به یک مدل ساده شده، باشد. همچنین، وجود اغتشاشات و عدم قطعیت‌های موجود در سامانه، مستلزم این است که کنترلر طراحی شده، با وجود این عدم تطابق بین طرح واقعی و مدل، در کاربردهای واقعی نیز، پایداری الگوریتم کنترلی را ضمانت نماید. از این رو علاقه شدیدی به توسعه روش‌های کنترل مقاوم برای حل این مشکلات به وجود آمده است. متد کنترلی مود لغزشی یکی از این روش‌ها است. در ادامه، استفاده از این روش کنترلی برای

1- Input- Output  
2- Decouple

$$C_2 = \begin{pmatrix} -\frac{dl_r}{I_{yy}} & 0 & -\frac{kd}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & \frac{kd}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$D_2 = -[I^{-1}(\omega_2^{(2)} \times I\omega_2^{(2)})] \times d^{(2)}$$

در نهایت فرم استاندارد معادله ورودی- خروجی پارامترهای آرایش به فرم زیر به دست آمده است.

$$\ddot{y} = f_1 + b_1 u \quad (27)$$

$$f_1 = A_1^{-1}[R_{10}^T(W_1 + R_{20}D_2) + B_0 - B_1 + R_{10}^T D_1]$$

$$b_1 = A_1^{-1}[R_{10}^T(C_1 + R_{20}C_2)]$$

برای کامل کردن معادله ورودی- خروجی، همانند روش فاصله- فاصله، دینامیک مربوط به حرکت دورانی یا و به عنوان خروجی آخر به معادله استاندارد شده اضافه شده است.

$$\begin{pmatrix} \ddot{l}_{12} \\ \ddot{\alpha}_{12} \\ \ddot{z}_{12} \\ \ddot{\psi}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} u \quad (28)$$

$$\ddot{y} = \underline{f} + \underline{b}u$$

حال که معادلات هریک از دو روش، به فرم استاندارد تبدیل شده است، می توان کنترلر مناسب را طراحی کرد. از آنجا که فرم کلی معادلات هریک از دو روش، یکسان است، طراحی کنترلر برای حالت کلی انجام شده است. چهار سطح لغزش به فرم ماتریسی زیر تعریف شده است.

$$\underline{s} = \underline{\dot{y}} - \underline{s}_r \quad (29)$$

$$\underline{s}_r = \underline{\dot{y}}_d - \underline{\Lambda}(\underline{y} - \underline{y}_d)$$

$\underline{\Lambda}$  ماتریس قطری با درایه های مثبت است.

کنترلر باید به گونه ای طراحی شود که سطوح لغزش به سمت صفر برود و صفر بماند، به گونه ای که خطا به صفر میل کند و پارامترهای کنترلی به سمت مقادیر مطلوب سیر کنند. می توان نشان داد که قانون کنترلی زیر این وظیفه را به درستی انجام می دهد.

$$\underline{u} = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + \underline{s}_r - \underline{K} \operatorname{sgn}(\underline{s})) \quad (30)$$

$\underline{K}$ ، ماتریس قطری با مقادیر مثبت است. با استفاده از تابع لیاپانوف  $V = \frac{1}{2} \underline{s}^T \underline{s}$  و تعریف پایداری و با توجه به شرط میل کردن سطوح لغزش به صفر، مقادیر بهره  $\underline{K}$  به دست آمده است.

برای کامل کردن معادله ورودی- خروجی و استفاده از روش کنترلی مود لغزشی، دینامیک مربوط به حرکت دورانی یا و به عنوان خروجی آخر به معادله استاندارد شده اضافه شده است.

$$\ddot{\psi} = f_2 + b_2 u$$

$$f_2 = (\dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \sec \theta_3 + \dot{\theta}_3 \sin \phi_3 \sec \theta_3 \tan \theta_3) \omega_{3y}^b + (-\dot{\phi}_3 \sin \phi_3 \sec \theta_3 + \dot{\theta}_3 \cos \phi_3 \sec \theta_3 \tan \theta_3) \omega_{3z}^b + (\sin \phi_3 \sec \theta_3) \left( \frac{(I_{zz} - I_{xx}) \omega_{3x}^b \omega_{3z}^b}{I_{yy}} \right) + (\cos \phi_3 \sec \theta_3) \left( \frac{(I_{xx} - I_{yy}) \omega_{3x}^b \omega_{3y}^b}{I_{zz}} \right) \quad (22)$$

$$b_2 = \left[ \frac{\sin \phi_3 \sec \theta_3 l_r}{I_{yy}} - \frac{\cos \phi_3 \sec \theta_3 K_m}{I_{zz}}, 0, \frac{\sin \phi_3 \sec \theta_3}{I_{yy}}, \frac{\cos \phi_3 \sec \theta_3 l_r}{I_{zz}} \right]$$

معادله کامل ورودی- خروجی به شکل زیر به دست آمده است.

$$\begin{pmatrix} \ddot{l}_{13} \\ \ddot{l}_{23} \\ \ddot{\beta}_{123} \\ \ddot{\psi}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_3 \\ b_2 \end{pmatrix} u \quad (23)$$

$$\ddot{y} = \underline{f} + \underline{b}u \quad (24)$$

### ۳-۲- روش فاصله- زاویه

در اینجا نیز برای این که معادلات به فرم استاندارد برای استفاده از قانون کنترلی در بیابند، ابتدا مقدار زوایای طولی و عرضی روتور اصلی در معادلات دینامیکی حرکت پرنده اندک فرض شده اند.

$$a_{c2}^{(0)} = C_1 u + D_1 + W_1$$

$$C_1 = \frac{1}{m} R_{02} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$D_1 = \frac{1}{m} R_{02} D^{(2)} \quad W_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$$

$$\omega_2^{(2)} \times d^{(2)} = C_2 u + D_2$$

در شبیه‌سازی فرض شده است باد در جهت  $y$  بدنه، می‌وزد برای تخمین اثر باد، سطح مقابل باد پرنده را به شکل یک مستطیل، به عرض  $H$  و طول  $L$  در نظر می‌گیریم. با این فرض، نیروی مورد نظر بیش‌تر از نیروی واقعی به دست می‌آید.  $\rho$  چگالی هوا و  $V$  سرعت باد است.

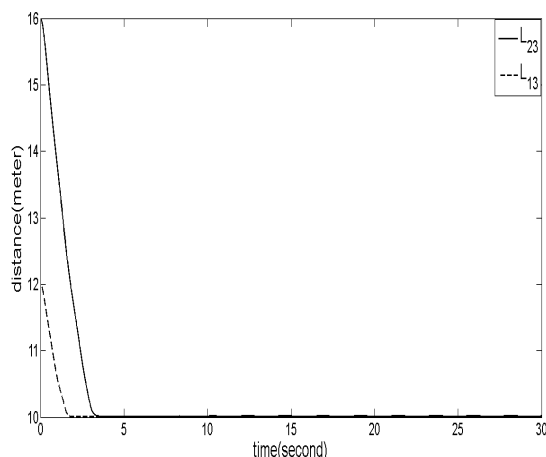
**جدول (۲):** پارامترهای استفاده شده برای تخمین نیروی باد.

پارامتر	مقدار
$H(m)$	۰/۲
$L(m)$	۰/۲
$V(m/s)$	۵
$\rho(kg/m^3)$	۱/۳

در نهایت با استفاده از معادله ۳۱ و در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها و پارامترهای پرنده، بهره‌های کنترلی به دست آمده است.

تغییرات فاصله نسبی پرنده پیرو به سمت مقادیر مطلوب نسبت به هر یک از دو رهبر در شکل ۴ نشان داده شده است. تغییرات زاویه یاب پیرو و نرمال صفحه آرایش نیز در شکل ۵ نشان داده شده است.

حرکت کلی پیرو در فضا نسبت به دو رهبر ایجاد آرایش مثلثی مطلوب در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار داشتیم، پرنده‌ها به آرایش صفحه‌ای دلخواه رسیده و حرکت خود را با آرایش مذکور ادامه داده‌اند.



**شکل (۴):** تغییرات فاصله نسبی پرنده پیرو نسبت به رهبر ۱ و ۲ به سمت مقادیر مطلوب.

$$\underline{K} = (\underline{I}_m - \underline{\delta})^{-1} (\underline{F} + \underline{\delta} | -\hat{f}_r + \hat{s}_r | + \underline{\eta}) \quad (31)$$

$\underline{\delta}$  و  $\underline{F}$  عدم دقت بر روی پارامترهای سامانه هستند که به صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned} |\underline{b}\hat{b}^{-1} - \underline{I}_m| &\leq \underline{\delta} \\ |\underline{f} - \hat{f}| &\leq \underline{F} \end{aligned} \quad (32)$$

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

پرنده انتخاب شده، از نوع ایکاروس است. در جدول ۱ مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است [۱۱].

**جدول (۱):** مقادیر پارامترهای بالگرد [۱۱].

پارامتر	مقدار
$m(kg)$	۱/۳۶
$I_{xx}(kg.m^2)$	۰/۱۳۷
$I_{yy}(kg.m^2)$	۰/۲۲۱
$I_{zz}(kg.m^2)$	۰/۰۳۲۳
$l_r(m)$	۰/۱
$l_i(m)$	۰/۶۳۵
$K_m(Nm/N)$	۰/۰۱۷۸
Helicopter Length (m)	۰/۹۱۰
$k(N.m/radian)$	۰/۱۷۵

#### ۴-۱- روش فاصله-فاصله

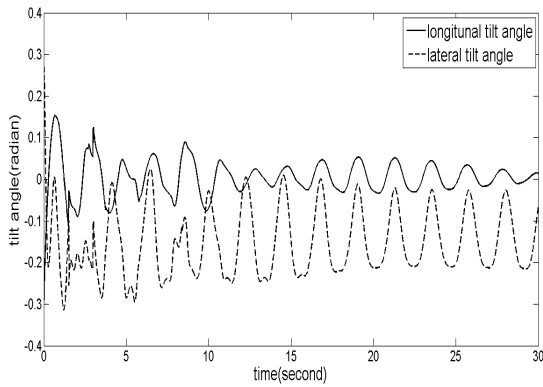
پرنده از حالت سکون از نقطه (۱۲ و ۰/۵ و ۰) با شرایط اولیه زاویه‌ای ( $\phi(0)=0, \theta(0)=0, \psi(0)=0$ ) شروع به حرکت می‌کند. حرکت دو رهبر، در شبیه‌سازی‌ها سینوسی در نظر گرفته شده است. هدف پرواز پرنده پیرو در ارتفاع یکسان نسبت به دو رهبر است به گونه‌ای که فاصله ۱۰ متر را نسبت به هر یک از دو رهبر حفظ کند و صفحه عبوری از سه پرنده به موازات صفحه افق باشد.

برای محاسبه بهره‌های کنترلی، مقدار عدم دقت پارامترها ۵٪ از مقادیر واقعی (جدول ۱) در نظر گرفته شد.

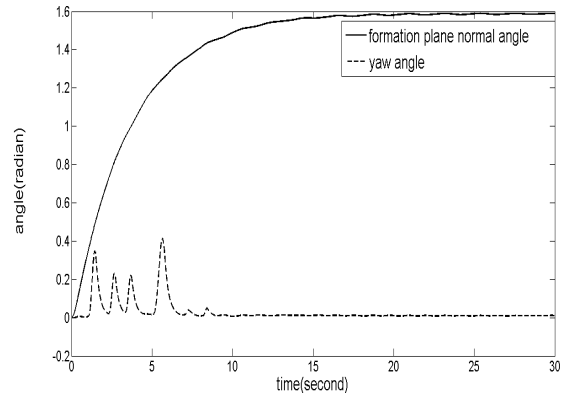
$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\underline{\eta} = [1, 1, 1, 1]^T$$





شکل (۸): تغییرات زوایای انحراف طولی و عرضی.



شکل (۵): تغییرات زوایای یاء و نرمال صفحه آرایش به سمت مقادیر مطلوب.

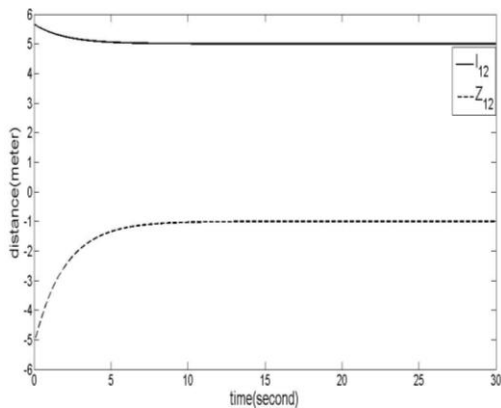
#### ۴-۲- روش فاصله- زاویه

در شبیه‌سازی‌ها، فرض شده است که پرنده از حالت سکون از نقطه (۵- و ۵/۵ و ۰/۹) و با شرایط اولیه زوایای (0) = 0, (0) = 0, (0) = 0 شروع به حرکت کرده است. حرکت رهبر، همانند مرحله پیش، در شبیه‌سازی‌ها سینوسی در نظر گرفته شده است. مقدار عدم دقت پارامترها این بار نیز، ۵٪ از مقادیر واقعی (جدول ۱) در نظر گرفته شده است. هدف حرکت پرنده پیرو در راستای رهبر و در فاصله ۵ متری و در ارتفاع ۱ متر نسبت به آن است.

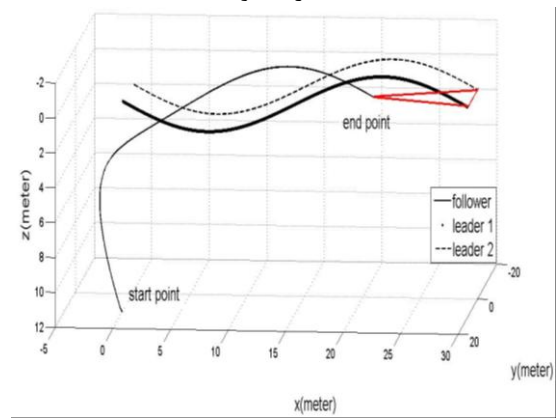
$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} 1.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$\underline{\eta} = [3, 2.5, 2, 1.4]^T$$

تغییر فاصله نسبی و ارتفاع نسبی پرنده پیرو نسبت به رهبر به سمت مقادیر مطلوب در زمانی محدود، در شکل ۹ نشان داده شده است.

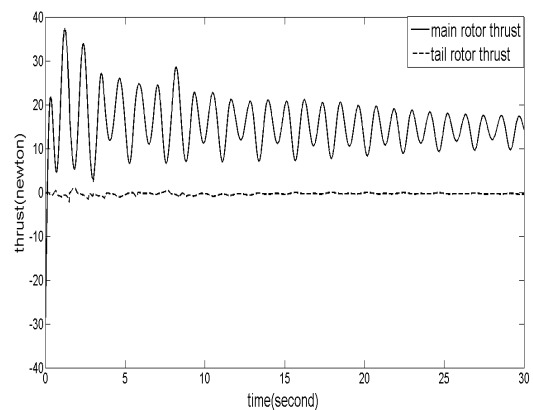


شکل (۹): تغییرات فاصله  $l_{12}$  و ارتفاع  $z_{12}$  پیرو نسبت به رهبر به سمت مقادیر مطلوب.

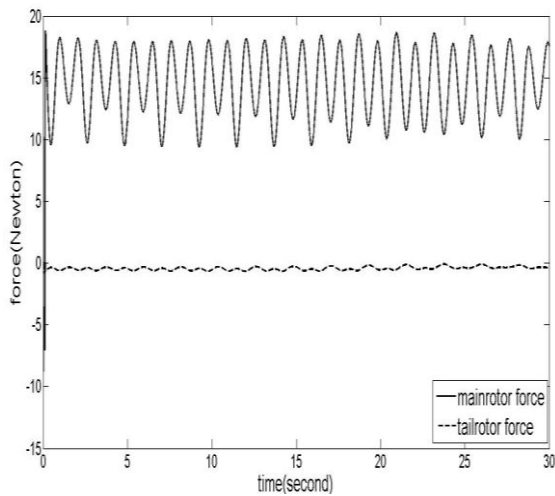


شکل (۶): حرکت پیرو نسبت به رهبر ۱ و ۲ و میل کردن به سمت آرایش مثلثی مطلوب.

ورودی‌های کنترلی پرنده پیرو در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. طبق انتظار، ورودی‌ها کراندار و محدود و منطقی هستند. همان‌گونه که انتظار داشته‌ایم مقادیر زوایای انحراف طولی و عرضی اندک بوده که بیان‌کننده منطقی بودن فرض صورت گرفته برای ساده‌سازی معادلات دینامیکی است.

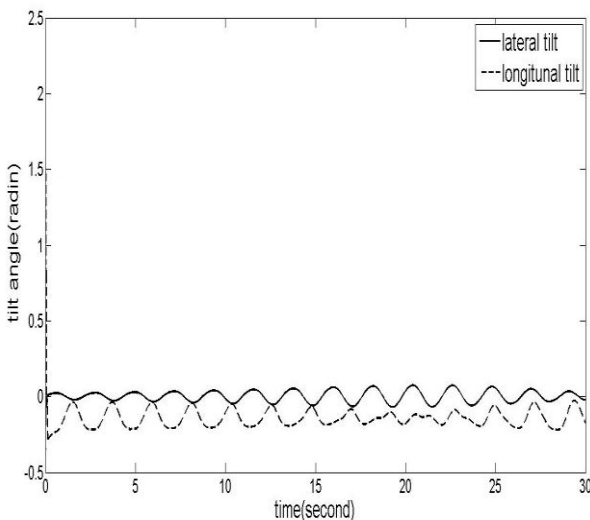


شکل (۷): تغییرات نیروی محوری روتور دم و نیروی محوری روتور اصلی.



شکل (۱۲): تغییرات نیروی محوری روتور دم و نیروی محوری روتور اصلی.

همان طوری که در نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده شد، ردیابی ورودی مرجع برای هریک از دو روش به‌خوبی انجام گرفته است و بالگرد پیرو به‌خوبی رهبر را دنبال کرده است. ورودی‌های کنترلی پرنده نیز منطقی به‌نظر می‌رسند و طبق انتظار، زوایای انحراف طولی و عرضی برای هریک از دو روش اندک هستند که خود تاییدی بر فرض اولیه‌ای که برای طراحی کنترلر استفاده شده، است.

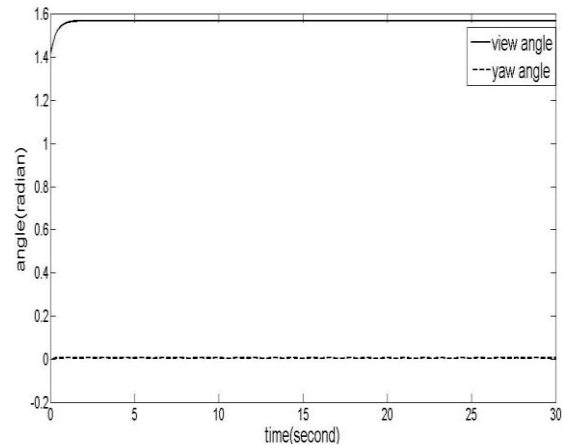


شکل (۱۳): تغییرات زوایای انحراف طولی و عرضی.

### ۵- نتیجه‌گیری

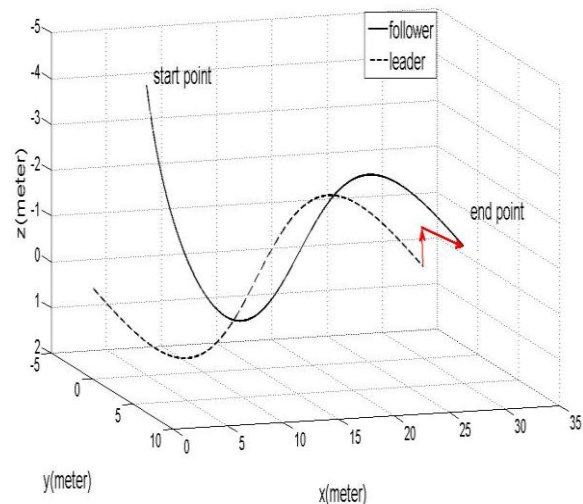
در این پژوهش، کنترل گروهی بالگردها به‌روش رهبر- پیرو برای دو روش فاصله- فاصله و زاویه مورد بررسی قرار گرفت. روبات‌های گروه همگی یکسان در نظر گرفته شدند.

تغییرات زاویه یاو پرنده پیرو و جهت‌گیری این پرنده نسبت به پرنده رهبر در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل (۱۰): تغییرات جهت‌گیری پیرو نسبت به رهبر و زاویه یاو پرنده پیرو به‌سمت مقادیر مطلوب.

حرکت کلی پرنده پیرو در فضا نسبت به رهبر و رسیدن به آرایش مطلوب، در شکل ۱۱ نشان داده شده است. طبق انتظار پرنده پیرو به آرایش مطلوب نسبت به پرنده رهبر رسیده و با جهت‌گیری مورد نظر نسبت به رهبر به حرکت خود ادامه می‌دهد.



شکل (۱۱): حرکت کلی پیرو نسبت به رهبر.

ورودی‌های کنترلی پرنده پیرو در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. طبق انتظار، ورودی‌ها کراندار و محدود و منطقی هستند. همان‌گونه که انتظار داشته‌ایم مقادیر زوایای انحراف طولی و عرضی اندک بوده که بیان‌کننده منطقی بودن فرض صورت‌گرفته برای ساده‌سازی معادلات دینامیکی است.

9. Wang, B., and et al. "Formation Flight of Unmanned Rotorcraft Based on Robust and Perfect Tracking Approach", American Control Conference (ACC), IEEE, 2012.
10. Raptis I.A. and Kimon P.V. "Velocity and Heading Tracking Control for Small-Scale Unmanned Helicopters", American Control Conference (ACC), IEEE, 2011.
11. Kim Sung, K., and Dawn M.T. "Mathematical Modeling and Experimental Identification of an Unmanned Helicopter Robot with Flybar Dynamics", Journal of Robotic Systems, Vol. 21, No. 3, pp. 95-116, 2004.

همچنین، روبات‌ها دارای جرم و ممان اینرسی در نظر گرفته شدند، که این فرض حل مساله را تا حدودی واقعی‌تر می‌کند. البته در مدل‌سازی، ساده‌سازی‌هایی از جمله در نیروی آیرودینامیک شده است. فرض شده است که پرنده رهبر، تمامی اطلاعات مربوط به خود از جمله زوایای اوایلر، سرعت و شتاب خطی و زاویه‌ای را به پیرو منتقل می‌کند و پرنده پیرو از تمامی اطلاعات آگاه است. از روش کنترل مقاوم مود لغزشی، برای کنترل آرایش استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد با وجود عدم قطعیت‌ها در پارامترهای دینامیکی پرنده، ردیابی ورودی مرجع به خوبی انجام می‌شود.

در ادامه برای کارهای آتی، می‌توان با ترکیب دو روش فوق، به آرایش‌های مطلوب دست یافت. همچنین، می‌توان به بررسی عملیات گروهی در حضور موانع و تعریف یک تابع پتانسیل مناسب برای عدم برخورد بین پرنده‌ها و موانع پرداخت.

#### ۶- مراجع

1. Wie, B. "Space Vehicle Dynamics and Control", Aiaa, 1998.
2. Kim Sung, K., and Dawn M. Tilbury. "Mathematical Modeling and Experimental Identification of an Unmanned Helicopter Robot with Flybar Dynamics", Journal of Robotic Systems, Vol. 21, No. 3, pp. 95-116, 2004.
3. Ioannis, A.R. and Kimon, P.V. "Velocity and Heading Tracking Control For Small-Scale Unmanned Helicopters", 2011.
4. Moshtagh, N. and et al. "Vision-Based, Distributed Control Laws for Motion Coordination of Nonholonomic Robots", Robotics, IEEE Transactions on, Vol. 25, No. 4, pp. 851-860, 2009.
5. Pinto, T. "A Control Architecture for Cooperative Nonholonomic Mobile Robots", PhD Thesis, 26 November, 2007.
6. Pourmohammadi, M., Sayyadi, H. . "Control of Car-Like Multi Robots for Doing Group Maneuvers and Changing in the Geometric Arrangement", Msc Thesis, 2010, In Persian.
7. Sayyaadi, H., Kouhi, H. and Salarieh, H. "Control of Car-Like (Wheeled) Multi Robots for Following and Hunting a Moving Target", Scientia Iranica B, Vol. 18, No. 4, pp. 950-965, 2011.
8. Ruini, F. and Angelo C. "Distributed Control in Multi-Agent Systems: A Preliminary Model of Autonomous MAV Swarms" Information Fusion, 11th International Conference on. IEEE, 2008.