

# مدل‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل به روش شبکه بولتزمن - تاثیرات نانوسیال و هندسه مرزهای جریان

یاسر جعفری<sup>۱</sup>      محمد طیبی رهنی<sup>۲</sup>      آرمن آدامیان<sup>۳</sup>  
 دانشکده فنی و مهندسی      دانشکده هوافضا      دانشکده فنی و مهندسی  
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی      دانشگاه صنعتی شریف      دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی  
 (تاریخ دریافت: ۹۴/۱/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۱۴)

## چکیده

در پژوهش پیش رو، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در محیط متخلخل، با استفاده از روش شبکه بولتزمن به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه انتخاب شده برای بررسی مسئله موردنظر شامل محفظه سرد خارجی و سیلندرهای گرم داخلی با آرایش‌های تک، سه و چهار سیلندر می‌باشد. نقطه مشترک هندسه‌ها جهت مقایسه عملکرد حرارتی آنها، مساحت انتقال حرارت برابر می‌باشد. آرایش شبکه D2Q9 برای توابع توزیع چگالی و دما استفاده شده است. تاثیر حضور محیط متخلخل به صورت عبارت منبع وارد معادله بولتزمن تابع توزیع چگالی می‌شود. در واقع از مدل برینکمن- فورچیمیر برای شبیه‌سازی محیط متخلخل استفاده شده است. صحت شبیه‌سازی حاضر با استفاده از نتایج با تحقیقات معتبر صحت‌سنجی شده است. تطابق خوب نتایج، نشان‌دهنده دقت بالای شبیه‌سازی حاضر می‌باشد. تاثیر اعداد رایلی، دارسی، ضریب تخلخل محیط، تعداد و آرایش سیلندرها روی عدد ناسلت دیواره سرد محفظه و عملکرد حرارتی هندسه‌ها بررسی شده‌اند. نتایج به دست آمده به خوبی رفتار جریان نانوسیال و توزیع دمای داخل محیط متخلخل را نشان می‌دهد. برحسب نتایج، با افزایش عدد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی افزایش می‌یابد. همچنین، برحسب نتایج برای انتخاب هندسه مناسب از بین سه هندسه تعریف شده برای سیلندرها، جهت انتقال حرارت بهتر باید هم‌زمان به رایلی و ضریب تخلخل توجه کرد. همچنین، نتایج بیانگر افزایش انتقال حرارت با افزایش کسر حجمی نانوذرات به کار گرفته شده، می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** روش شبکه بولتزمن، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی، نانوسیال، محیط متخلخل

## Computational Modeling of Flow and Natural Convective Heat Transfer in Porous Media, Using LBM- Effects of Nano-fluidicity and Domain Geometry

Y. Jafari      M. Taebie Rahni      A. Adamian  
 Mechanical Engineering Group      Aerospace Engineering Department      Mechanical Engineering Group  
 Islamic Azad University      Sharif University of Technology      Islamic Azad University  
 Central Tehran Campus      Central Tehran Campus

(Received: 13/April/2015; Accepted: 4/January/2016)

### ABSTRACT

Natural convective heat transfer of nano-fluid in porous media is present in many advanced engineering applications. In this work, this problem has been computationally simulated, using LBM. The configuration used includes a cold exterior region and hot interior cylinders with one-, two-, or three-cylinder arrangements. However, the effective area for heat transfer has been kept the same for all three cases. A D2Q9 grid has been used. To consider the porous media, the related source term has been considered in the equation of relation density distribution function (the Brinkman-Forchheimer model has been used). Our results have been validated using previous available valid data which shows relatively close agreements. The effect of Rayleigh and Darcy numbers, porosity, and arrangements of the cylinder(s) on the Nusselt number of the cold region wall and also the heat transfer performance of the configuration have been investigated in this work. Our results closely simulate the nano-fluid behavior inside the porous media. The results show that as the Rayleigh and Darcy numbers and porosity increase, natural convective heat transfer is enhanced. In addition, as the number of cylinders increases, such heat transfer is enhanced considerably. Finally, as expected, as the nano-particle's void fraction increases, convective heat transfer is increased.

**Keywords:** Lattice Boltzmann Method (LBM), Natural Convective Heat Transfer, Nano Fluids, Porous Media

۱- کارشناسی ارشد: yas.jafari.eng@iauctb.ac.ir

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): taeibi@sharif.edu

۳- استادیار: arm.adamiayan@iauctb.ac.ir

## فهرست علائم و اختصارات

عدد داری	Da
تابع توزیع جریان	$f_i$
تابع توزیع دما	$g_i$
نفوذپذیری	K
عدد نسلت	Nu
فشار	P
عدد رایلی	Ra
دما	T

## علائم یونانی

چگالی	$\rho$
ضریب تخلخل	$\varepsilon$

## زیرنویس

مقدار میانگین	ave
مقدار محلی	loc
سیال	f
نانوسیال	nf
جامد	s

## بالانویس

متغییر تعادلی	eq
---------------	----

## ۱- مقدمه

امروزه مواد متخلخل کاربردهای متعددی در زمینه‌های مختلف مهندسی پیدا کرده‌اند. انتقال حرارت در محیط متخلخل یکی از عنوان‌های مهم و حائز اهمیت است که در دهه‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. انگیزه اصلی انجام تحقیقات در زمینه انتقال حرارت در محیط متخلخل در واقع کاربرد وسیع آن از جمله جداسازی ذرات محلول در سیالات مختلف، بهینه سازی عایق‌های حرارتی، افزایش انتقال حرارت به صورت موضعی، تصفیه مواد در صنایع بیولوژیک، ساخت کامپوزیت‌ها و صنایع الکترونیک و غیره می‌باشد [۴-۱]. هدف از انجام تحقیقات پی‌بردن به رفتار انتقال حرارت در محیط متخلخل است.

در سال ۱۹۹۷، نیتیاراسو<sup>۱</sup> و همکارانش [۵] یک مدل کلی گیرداری محیط متخلخل برای جریان همرفتی طبیعی با توجه به حساب خطی و ماتریس‌های غیرخطی نیروهای اینرسی و ویسکوزیته در مایع ارائه کردند. نتایج حاصل از مدل آنها با استفاده از داده‌های تجربی و پیش‌بینی‌های مدل‌های مختلف

محیط متخلخل گیرداری گزارش شده در مقالات اعتبارسنجی شده است. آنها دریافتند که عدد نسلت دیوار است به طور قابل توجهی تحت تاثیر ترکیبی از پارامترهای بدون بعد مانند عدد ریلی، عدد داری و تخلخل در رژیم جریان غیرداری می‌باشد. در سال ۱۹۹۶ راه‌حل عددی برای انتقال حرارت همرفت طبیعی بین یک استوانه افقی گرم هم‌محور محفظه مربع توسط موکالد و آچاریا<sup>۲</sup> [۶] ارائه شد. آنها نسبت‌های منطقی و اعداد رایلی گوناگون را مورد بررسی قراردادند. نتایج در اشکال خطوط جریان، ایزوترم، حداکثر برآورد تابع جریان، و مقادیر محلی و متوسط عدد نسلت نمایش دادند. آنها نشان دادند که برای مقدار عدد ریلی ثابت، سهم انتقال گرما جابه‌جایی به انتقال حرارت کل با افزایش مقدار R/L کاهش می‌یابد.

سال ۲۰۰۲، طی مقاله انتشار یافته توسط جو و ژاوو<sup>۳</sup> [۷] یک مدل شبکه بولتزن برای جریان غیرقابل تراکم هم‌دما در محیط متخلخل پیشنهاد شد. نکته اساسی در این بررسی دخالت تخلخل در توزیع تعادلی و اضافه شدن سورس ترم‌هایی به معادله تعادل برای محاسبه نیروهای درگ خطی و غیرخطی محیط یعنی ترم داری و ترم فورچیمر می‌باشد.

ستا<sup>۴</sup> و همکارانش [۸] در سال ۲۰۰۶ نتایج تحقیقات خود را در مورد قابلیت اطمینان راندمان محاسباتی روش شبکه بولتزن در شبیه‌سازی جابه‌جایی آزاد در محیط متخلخل را در مقیاس حجمی ارائه کردند. آنها یک مطالعه جامع پارامتریک برای جریان جابه‌جایی آزاد در مقادیر مختلف اعداد رایلی و داری و ضریب تخلخل انجام دادند. در پژوهشی، روش شبکه بولتزن برای یک مدل محیط متخلخل ایزوتروپ در یک هندسه مربعی به وسیله یک سورس ترم در معادله تعادل و یک ضریب تخلخل برای تابع توزیع تعادلی چگالی در سال ۲۰۱۰ توسط نورازوادی و ایروان<sup>۵</sup> [۹] به کار گرفته شده است.

ژاو<sup>۶</sup> و همکارانش [۱۰] یک مدل شبکه بولتزن گرمایی با توزیع دوگانه برای شبیه‌سازی دوبعدی جابه‌جایی طبیعی جریان در محیط متخلخل (تخلخل فلزی) در سال ۲۰۱۰ ارائه کردند. از مزایای این شبیه‌سازی به کارگیری مناسب شرایط مرزی جهش به عقب<sup>۷</sup> در روش شبکه بولتزن می‌باشد. آنها دریافتند که محیط متخلخل مربعی راندمان حرارتی بالاتری

2- Moukalled and Acharya

3-Guo and Zhao

4-Seta

5- Nor Azwadi and Irwan

6- Zhao

7 -Bounce Back

1- Nithiarasu

پیش رو جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال بین محفظه مربعی سرد و سیلندر داخلی گرم که مملو از محیط متخلخل همگن با روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده است. از ویژگی‌های این شبیه‌سازی به‌کارگیری روش شبکه بولتزمن با دو تابع توزیع برای حل میدان جریان و گرما و با در نظر گرفتن اثرات محیط متخلخل به‌صورت سورس‌ترم اضافه‌شده به معادلات تعادل می‌باشد. تاثیر اعداد رایلی و دارسی، ضریب تخلخل، کسر حجمی نانوذرات و تعداد سیلندرها داخلی بر روی جریان و ویژگی‌های انتقال حرارتی جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در محیط متخلخل با وجود هندسه‌های مختلف مطالعه خواهد شد.

## ۲- تعریف مسئله و روش حل آن

در این بخش مسئله مورد نظر و روش به‌کار گرفته‌شده برای حل آن به تفصیل بیان می‌شود. روش حل با تحقیقات معتبر گذشته صحت‌سنجی شده است که نتایج آن نیز در ادامه این بخش نشان داده می‌شود.

### ۲-۱- هندسه مسئله

شکل ۱ نشان‌دهنده هندسه مسئله مطرح‌شده، شامل یک محفظه مربعی با اندازه ضلع  $L$  و سیلندر یا سیلندرها داخلی با طول مشخصه  $R$  می‌باشد. سطوح محفظه بیرونی در دمای سرد ثابت  $T_c$  و سطوح سیلندر یا سیلندرها داخلی در دمای گرم ثابت  $T_h$  قرار دارند. فضای بین محفظه و سیلندر یا سیلندرها با محیط متخلخل پر شده است. سیال استفاده‌شده در شبیه‌سازی و اعتبارسنجی نتایج به‌ترتیب نانوسیال آب-مس و هوا می‌باشد، که خواص ترموفیزیکی آنها در جدول ۱ بیان شده است [۱۷]. سیلندرها داخلی در شکل‌های تک‌دایره، سه‌دایره و چهاردایره ظاهر می‌شود. طول مشخصه سیلندرها داخلی به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که مجموع سطوح انتقال حرارت آنها (چون شکل دوبعدی می‌باشد منظور همان محیط سیلندرها خواهد بود) در هر سه هندسه با هم برابر باشند. در حالت سه‌دایره‌ای مختصات مراکز بر روی رئوس مثلث محاط شده در سیلندر تک‌دایره می‌باشد، به‌گونه‌ای که قاعده مثلث محاط موازی ضلع بالایی محفظه مربعی باشد. در حالت چهاردایره‌ای مختصات مراکز بر روی رئوس مربع محاط‌شده در سیلندر تک‌دایره می‌باشد، به‌گونه‌ای که یکی از ضلع‌های مربع محاط موازی ضلع محفظه مربعی باشد. هدف یافتن هندسه‌ای

نسبت به حالت کروری‌دار است، که این اتفاق به‌واسطه ترکیب قوی جریان و مساحت سطح بیش‌تر در حالت مربعی می‌باشد. از می و سیدیک<sup>۸</sup> [۱۱] نتایج تحقیقات خود را در سال ۲۰۱۲ برای بررسی کارایی روش شبکه بولتزمن در پیش‌بینی رفتار جریان گرمایی سیال در یک محفظه مربعی مملو از محیط متخلخل منتشر کردند. آنها دریافتند که دینامیک و ساختار ورتکس‌های ابتدایی به‌طور قابل توجهی تحت تاثیر عدد رایلی و تخلخل محیط می‌باشند. حبیب<sup>۹</sup> [۱۲] در سال ۲۰۱۲، جریان و انتقال حرارت دوبعدی جابه‌جایی آزاد با تقریب بوزینسک در سیال ناهمسانگرد موجود در محفظه مملو از تخلخل با دماهای انتهایی متفاوت با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای مدل غیرداریسی مورد مطالعه قرار داده است.

جین<sup>۱۰</sup> و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۱۲ یک روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی سیالات مغناطیسی حساس به دما در یک محفظه متخلخل را گسترش دادند. در این شبیه‌سازی نیروی مغناطیسی، گرانش موثر، ترم اتلاف ویسکوزیته و ترم اتلاف هندسی محیط متخلخل در معادله مومنتم وارد شده است. وجود محیط‌های متخلخل در کاربردهای گوناگون انتقال حرارت، موجب شده است که نظر محققان به سمت هندسه‌هایی غیر از هندسه‌های ساده مربعی و سیلندری جلب شود. نمونه‌ای از این تحقیقات، تحلیل و بررسی بر روی یک محفظه انتها‌باز به‌روش شبکه بولتزمن با الگوریتمی جدید که توسط حق‌شناس و همکارانش [۱۴] در سال ۲۰۱۰ انجام شده و با بررسی انتقال حرارت طبیعی صفحات گرم محیط متخلخل دوزنقه‌ای که توسط وارول<sup>۱۱</sup> [۱۵] در سال ۲۰۱۲ ارائه شده، اشاره کرد.

از کارهای جدیدی که می‌توان به آن به‌عنوان یکی از هندسه‌های جالب به‌کار رفته در تحقیقات اشاره کرد، کار تحقیقاتی ثروتی و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۱۳ می‌باشد. آنها تاثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان جابه‌جایی اجباری نانوسیالات در کانالی که تا اندازه‌ای با محیط متخلخل پر شده است را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرده‌اند.

کاربرد هم‌زمان نانوسیال، محیط متخلخل به‌همراه مرزهای منحنی کمک زیادی به تصمیم‌گیری راحت‌تر و بهتر در مورد کاربردهای صنعتی عایق‌بندی و انتقال حرارت در تهویه مطبوع و در انواع مبدل‌های حرارتی می‌کند. از این‌رو، در مطالعه

8-Azmi and Sidik

9- Habeeb

10-Jin

11-Varol

## ۲-۲-۱- محیط متخلخل و روش شبکه بولتزمن

با فرض سیال غیرقابل تراکم و تعادل حرارتی بین محیط متخلخل و سیال، معادلات پیوستگی، تعمیم یافته ناپیر- استوکس (مدل دارسی تعمیم یافته یا برینکمن-فورچیمر) و انرژی به ترتیب در مقیاس متوسط حجمی مطابق روابط (۱-۳) بیان می شود [۸]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \left( \frac{\mathbf{u}}{\varepsilon} \right) = -\frac{1}{p} \nabla(\varepsilon p) + v_e \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} T) = \alpha \nabla^2 T, \quad (3)$$

که،  $\varepsilon$  تخلخل محیط،  $v_e$  ویسکوزیته موثر و  $\alpha$  نفوذ گرمایی می باشد.  $\mathbf{F}$  نیروی حجمی کلی شامل نفوذ ویسکوزیته، اینرسی وابسته به حضور محیط متخلخل و یک نیروی خارجی می شود. با به کارگیری بسط معادله ارگون، نیروی حجمی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\mathbf{F} = -\frac{v\varepsilon}{K} \mathbf{u} - \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon K}} |\mathbf{u}| \mathbf{u} + \varepsilon \mathbf{G}, \quad (4)$$

که،  $v$  ویسکوزیته سینماتیکی،  $K$  نفوذپذیری و  $\mathbf{G}$  یک شناوری القایی به دلیل دمای متفاوت در دیواره ها که براساس تقریب بوزینسک به صورت  $\mathbf{G} = \beta g_0 \theta$  می باشد.

در سال های اخیر، روش شبکه بولتزمن به یک تکنیک قدرتمند در شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی تبدیل شده است. این روش براساس روش شبکه ای گاز اوتوماتا بنا شده است. در تحقیق پیش رو، باتوجه به وجود دو میدان جریان و دما، در این شبیه سازی برای هر یک از میدان ها یک تابع توزیع در نظر گرفته شده است. اثرات محیط متخلخل نیز به صورت یک سورس ترم وارد معادله تابع توزیع جریان خواهد شد. آرایش شبکه بولتزمن برای هر دو میدان، مدل استاندارد D2Q9 در نظر گرفته شده است.  $f$  و  $g$  به ترتیب نشان دهنده توابع توزیع جریان و دما می باشد. معادله شبکه بولتزمن با استفاده از تقریب خطی BGK با وجود نیروی خارجی برای جریان به صورت رابطه (۵) نوشته می شود [۲۰-۱۸].

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_v} [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)] + \Delta t c_i F_i \quad (5)$$

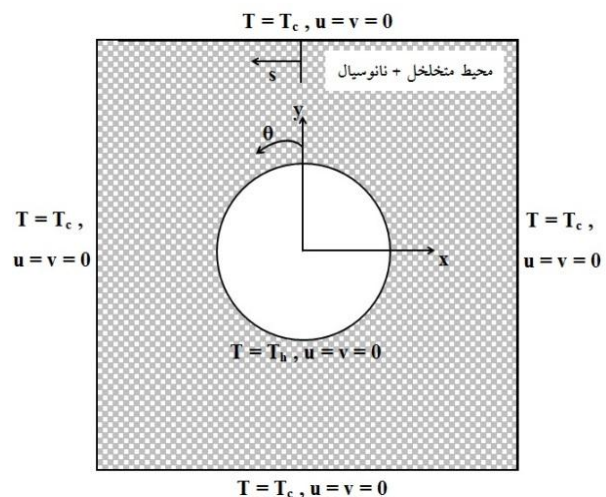
برای میدان دما داریم:

$$g_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_c} [g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - g_i(\mathbf{x}, t)], \quad (6)$$

از هندسه های تعریف شده که دارای بهترین عملکرد حرارتی براساس انتقال حرارت دیواره سرد می باشد. همچنین، به بررسی تاثیر محیط متخلخل بر روی جریان جابه جایی آزاد نانوسیال و ویژگی های انتقال حرارتی جریان پرداخته می شود و اثر پارامترهای بی بعدی همچون اعداد ریلی، دارسی، ضریب تخلخل، ناسلت و کسر حجمی نانوذرات مطالعه شده است. باتوجه به نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر می توان در کاربردهای صنعتی دارای جریان انتقال حرارت جابه جایی طبیعی مانند عایق کاری، تهویه مطبوع و مبدل های حرارتی انتخاب های بهتری برای سیستم های این صنایع داشت.

## ۲-۲-۲ روش حل و معادلات

برای حل مسئله توصیف شده از شبیه سازی مدل دارسی تعمیم یافته برینکمن- فورچیمر به روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. در ادامه معادلات، روش حل و شرایط مرزی اعمال شده در روش شبکه بولتزمن از جمله جهش به عقب و شرط مرزی منحنی بیان می شود.



شکل (۱): نمونه ای از هندسه های مورد بررسی (هندسه تک سیلندر).

جدول (۱): خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۱۷].

سیال پایه / نانوذرات	هوا	آب	مس (Cu)
عدد پراتنل	۰/۷	۶/۲	
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	۱/۲	۹۹۷/۱	۸۹۵۴
گرمای ویژه (J/kg.K)	۱۰۰۶	۴۱۷۹	۳۸۳
رسانندگی گرمایی (W/m.K)	۰/۰۲۶	۰/۶۱۳	۴۰۰
ضریب انبساط گرمایی $\times 10^{-5}$ (K <sup>-1</sup> )	۳۴۰	۲۱	۱/۶۷
پخشندگی گرمایی $\times 10^{-5}$ (m <sup>2</sup> /s)			۱۱/۷

$$F_i = w_i \rho \left( 1 - \frac{1}{2\tau_v} \right) \left[ \frac{3c_i \cdot F}{c^2} + \frac{9(uF: c_i c_i)}{\varepsilon c^4} - \frac{3u \cdot F}{\varepsilon c^2} \right] \quad (12)$$

ویسکوزیته  $\nu$  و نفوذ گرمایی  $\alpha$  به وسیله روابط زیر از طریق زمان آسایش هیدرولیکی و گرمایی به دست می آیند:

$$\nu = (\tau_v - 1/2) c_s^2, \alpha = c_s^2 (\tau_c - \frac{1}{2}). \quad (13)$$

به دلیل مثبت بودن ویسکوزیته و نفوذ گرمایی همیشه  $\tau < 0.5$  خواهد بود. برای جابه جایی طبیعی تقریب بوزینسک به کاررفته و از انتقال حرارت تشعشی صرف نظر شده است. برای اطمینان از کار کردن کد در بازه رژیم غیرقابل تراکم، سرعت مشخصه به صورت  $V_{natural} = (\beta g_y \Delta T L)^{0.5}$  تعریف می شود که باید بسیار کوچک تر از سرعت صوت در سیال باشد. در این پژوهش، سرعت مشخصه  $0/1$  سرعت صوت انتخاب شده است. متغیرهای بی بعد زیر در معادلات و ارائه نتایج مورد استفاده قرار گرفته اند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{v}, V = \frac{vL}{v}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}. \quad (14)$$

پارامترهای بی بعد ورودی و خروجی تعریف شده از جمله عدد رایلی، دارسی و ناسلت محلی و میانگین به صورت زیر می باشند:

$$Ra = \frac{\beta g_y L^3 (T_h - T_c)}{\nu \alpha}, Da = \frac{K}{L^2}, Nu_{loc} = \frac{k_{nf} \frac{\partial T}{\partial r}}{k_f}, Nu_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_{loc} dy. \quad (15)$$

## ۲-۲-۲- مدل به کار گرفته شده برای شبیه سازی

### نانوسیال

با در نظر گرفتن شروط فیزیکی تعادل گرمایی، عدم وجود لغزش بین نانوذرات و سیال پایه و همچنین، به اندازه کافی کوچک بودن ذرات نانو، می توان نانوسیال را بصورت سیال خالص در نظر گرفت. با بررسی مدل های ارائه شده برای شبیه سازی نانوسیالات و باتوجه به شرایط فیزیکی مد نظر، جریان نانوسیال را به صورت یک جریان نانوفلوئیدیک شبیه سازی می کنیم. از ویژگی های این نوع برخورد، در نظر گرفتن جریان نانوسیال به صورت یک سیال خالص که خواص فیزیکی آن از ترکیب خواص سیال پایه و نانوذرات از طریق روابط جبری به دست می آیند، تنها محدودیت این نوع شبیه سازی صحت روابط ارائه شده برای کسر حجمی پایین نانوذرات (حدوداً پایین تر از ۱۰ درصد) می باشد. در این نوع برخورد، خواص

که در آن،  $\Delta t$  بیانگر گام زمانی شبکه،  $c_i$  سرعت گسسته در جهت  $i$ ،  $F_i$  نیروی خارجی در جهت سرعت شبکه،  $\tau_c$  و  $\tau_v$  بیانگر زمان آسایش برای میدان جریان و دما می باشند. کمیت های ماکروسکوپی، چگالی و دما به صورت  $\rho = \sum_i f_i$  و  $T = \sum_i g_i$  تعریف می شوند. سرعت سیال  $u$  با استفاده از سرعت زمانی  $V$  برای در نظر گرفتن تاثیر محیط متخلخل به صورت زیر محاسبه می شود [۸]:

$$u = \frac{v}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |v|}}, V = \sum_i \frac{c_i f_i}{\rho} + \frac{\varepsilon G}{2}, c_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \varepsilon \frac{v}{2K} \right), c_1 = \varepsilon \frac{1.75}{2\sqrt{150\varepsilon^3 K}}. \quad (7)$$

تابع توزیع تعادلی  $f_i^{eq}$  برای مدل D2Q9 در حضور محیط متخلخل به صورت زیر تعریف می شود:

$$f_i^{eq} = w_i \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(c_i \cdot u)^2}{\varepsilon c_s^4} - \frac{u^2}{2\varepsilon c_s^2} \right]. \quad (8)$$

به طور مشابه برای تابع توزیع تعادلی برای توزیع انرژی گرمایی  $g_i^{eq}$  می توان نوشت [۲۰]:

$$g_i^{eq} = w_i T \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} \right], \quad (9)$$

که،  $w_i$  ضریب وزنی،  $c_i$  سرعت گسسته در جهت  $i$ ،  $c$  فواصل مکانی شبکه و  $c_s$  سرعت صوت می باشد، که برابر است با:  $c_s = c/\sqrt{3}$ . برای D2Q9، سرعت های گسسته و ضرایب وزنی به ترتیب طبق روابط (۱۰-۱۱) تعریف می شود [۲۱].

$$c_0 = 0, c_i = c \left( \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right), \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \right), i = 1 - 4, c_i = \sqrt{2}c \left( \cos\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \pi/4\right), \sin\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \pi/4\right) \right), i = 5 - 8, w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (10)$$

یک انتخاب مناسب برای ترم نیروی حجمی  $F_i$  برای رسیدن به یک معادله هیدرولیکی صحیح به صورت معادله (۱۲) می باشد [۸]:

$$\begin{aligned} f_4 &= f_2, \\ f_7 &= f_5, \\ f_8 &= f_6. \end{aligned} \quad (21)$$

در مورد تابع توزیع دما نحوه اعمال شرایط مرزی به دلیل دمای ثابت بر روی دیواره متفاوت است [۲۱]. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} g_4 &= w_4 T_c - g_2, \\ g_7 &= w_7 T_c - g_5, \\ g_8 &= w_8 T_c - g_6. \end{aligned} \quad (22)$$

برای سایر دیواره‌ها نیز به همین ترتیب شرط مرزی جهش به عقب اعمال می‌شود، با این تفاوت که اندیس تابع توزیع بر حسب جریان و افقی (عمودی) بودن دیواره تغییر می‌کند.

در مورد اعمال شرایط مرزی جهش به عقب برای مرز منحنی یک روش دقت مرتبه دو به کار گرفته شده است. با توجه به هندسه مورد نظر از میان تمام گره‌های موجود در بخش جامد تنها گره‌های مجاور مرز منحنی در تحلیل جریان موثر می‌باشد. این گره‌ها در این مقاله به عنوان گره‌های مرزی نامیده و پارامترهای مربوط به آنها با زیر نویس  $b$  مشخص می‌شوند. توابع توزیع در گره‌های مرزی باید به گونه‌ای تعیین شوند که نتیجه شبیه‌سازی شرایط مورد نظر روی مرز منحنی باشد. شکل ۳ نشان‌دهنده رفتار بر روی مرز منحنی می‌باشد.

نقاط سیاه در ناحیه جامد بیانگر گره‌های ترتیب با  $X_f$  و  $X_{ff}$  نمایش داده می‌شوند. به کارگیری نقطه دوم در سیال باعث دقت مرتبه دوم می‌شود. همچنین نقاط خاکستری بر روی مرز منحنی  $X_w$  نشان‌دهنده نقطه برخورد مرز منحنی با خطوط سرعت شبکه D2Q9 می‌باشد. خاصیت ماکروسکوپی مورد نظر در مرز منحنی به وسیله این گره‌ها برون‌یابی می‌شوند. کسر تقاطع خطوط در ناحیه سیال  $\Delta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \quad (23)$$

نتیجه کسر یعنی اندازه  $\Delta$  کوچک‌تر از یک خواهد بود. در مرحله برخورد، تابع توزیع در سمت سیال مشخص خواهد بود، اما تابع توزیع سمت جامد در خلاف جهت تابع توزیع سمت سیال مشخص نیست. به عبارت دیگر بعد از پایان مرحله جریان ما نیاز به دانستن تابع توزیع در نقطه مرزی  $x_b$  داریم. با مشخص شدن  $\Delta$  و حدود آن از روابطی که در مطالعه می<sup>۱۲</sup> و

فیزیکی نانوسیال از قبیل چگالی، ظرفیت گرمایی و ضریب انبساط حجمی به ترتیب از طریق روابط ۱۸-۱۶ به دست می‌آید [۲۲-۲۳]:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s, \quad (16)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s, \quad (17)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s, \quad (18)$$

که در آن،  $\varphi$  کسر حجمی نانوذرات و زیر نویس‌های  $f$  و  $nf$  به ترتیب برای سیال پایه و نانوذرات می‌باشد. ویسکوزیته این نوع از نانوسیالات را که شامل ذرات کروی کوچک صلب به صورت رقیق معلق می‌باشند، از طریق رابطه (۱۹) که معروف به رابطه برینکمن می‌باشد، به دست می‌آورند [۲۴-۲۵].

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (19)$$

روابط متعددی برای محاسبه ضریب رسانشی حرارتی نانوسیال ارائه شده‌اند. در این پژوهش با توجه به کمبود درصد حجمی نانوذرات و با در نظر گرفتن شکل کروی و اندازه یکسان برای این ذرات، ضریب رسانش حرارتی نانوسیال با استفاده از تقریب ماکسول به صورت رابطه (۲۰) بیان می‌شود [۲۵].

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (20)$$

## ۲-۲-۳- نحوه اعمال شرایط مرزی فیزیکی در روش

### شبکه بولتزن من

جهت مدل کردن شرایط مرزی جامد ثابت که در هندسه مسئله تعریف شده وجود دارد، عدم لغزش و جریان اطراف موانع از روش جهش به عقب استفاده می‌شود [۲۱]. این نام‌گذاری حاکی از آن می‌باشد که یک ذره از سمت مرز جامد به سمت میدان جریان می‌رود. با در نظر گرفتن جریان جابه‌جایی طبیعی داخل محفظه، شرط مرزی جهش به عقب را می‌توان برای دیواره‌های محفظه هندسه توصیف شده در مورد هر تابع توزیع جریان اعمال کرد. در حل عددی روش شبکه بولتزن من اجرای دو مرحله جریان و برخورد از اصول ابتدای می‌باشد. اعمال شرایط مرزی جهش به عقب بعد از مرحله جریان صورت می‌گیرد. در شکل ۴ دیواره بالایی محفظه سرد بعد از مرحله جریان نشان داده شده است. حال با مشخص بودن  $f_2$ ،  $f_5$  و  $f_6$  و با توجه به ساکن بودن مرزهای جامد برای تابع توزیع جریان خواهیم داشت:

آمده، ذکر شده است. همان طور که از اطلاعات جداول ۲-۴ با توجه به روند تغییرات عدد ناسلت میانگین با افزایش اندازه شبکه برای هریک از اجزای هندسه ها، شبکه با تراکم  $180 \times 180$  برای هر سه هندسه تعریف شده، یعنی محفظه بیرونی سرد با تک سیلندر، سه سیلندر و چهار سیلندر داخلی گرم، شبکه مناسبی خواهد بود و در شبکه های ریزتر نتایج محاسبات انجام شده با دقت خوبی مستقل از شبکه انتخابی می باشد.

**جدول (۲):** بررسی استقلال شبکه برای هندسه شامل تک سیلندر داخلی گرم.

سایز شبکه	ناسلت میانگین محفظه سرد	ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم
۱۴۰*۱۴۰	۲/۶۰۱۸	۹/۹۹۳۹
۱۶۰*۱۶۰	۲/۶۰۰۵	۱۰/۰۲۵۰
۱۸۰*۱۸۰	۲/۵۹۸۹	۱۰/۰۶۷۴
۲۰۰*۲۰۰	۲/۵۹۸۳	۱۰/۰۶۵۴

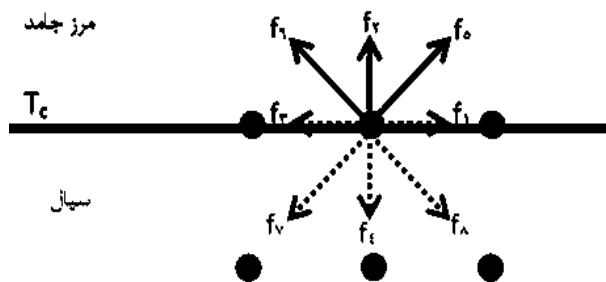
**جدول (۳):** بررسی استقلال شبکه برای هندسه شامل سه سیلندر داخلی گرم.

سایز شبکه	ناسلت میانگین محفظه سرد	ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم		
		بالا چپ	بالا راست	پایین
۱۴۰*۱۴۰	۳/۱۹۰۱	۲/۹۱۷۵	۲/۹۱۶۵	۵/۵۲۹۷
۱۶۰*۱۶۰	۳/۱۸۷۵	۲/۹۷۱۵	۲/۹۷۱۴	۵/۶۴۱۳
۱۸۰*۱۸۰	۳/۱۸۴۶	۳/۰۰۸۴	۳/۰۰۷۴	۵/۷۵۲۳
۲۰۰*۲۰۰	۳/۱۸۳۹	۳/۰۰۸۵	۳/۰۰۷۳	۵/۷۵۵۳

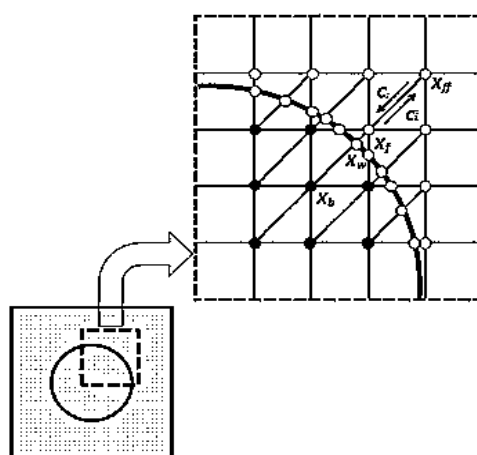
**جدول (۴):** بررسی استقلال شبکه برای هندسه شامل چهار سیلندر داخلی گرم.

سایز شبکه	ناسلت میانگین محفظه سرد	ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم			
		بالا چپ	بالا راست	پایین چپ	پایین راست
۱۴۰*۱۴۰	۳/۲۹۹۱	۱/۶۶۸	۱/۶۶۵	۴/۰۳۷	۴/۰۵۰
۱۶۰*۱۶۰	۳/۲۹۷۱	۱/۶۸۹	۱/۶۸۶	۴/۰۷۱	۴/۰۸۲
۱۸۰*۱۸۰	۳/۲۹۴۷	۱/۷۱۴	۱/۷۱۱	۴/۱۵۶	۴/۱۶۵
۲۰۰*۲۰۰	۳/۲۹۴۱	۱/۷۳۰	۱/۷۲۸	۴/۱۹۳	۴/۲۰۲

همکارانش [۲۶] برای تعیین تابع توزیع جریان و دما استفاده شده است.



**شکل (۲):** نحوه اعمال شرط مرزی بر روی دیواره بالایی محفظه سرد.



**شکل (۳):** آرایش شبکه اطراف مرز منحنی.

## ۲-۳- مطالعه شبکه و یافتن شبکه بهینه

برای انجام حل شبکه بولتزمان توصیف شده، استقلال شبکه کد کامپیوتری نوشته شده در زبان برنامه نویسی فرترن به وسیله مقایسه عدد ناسلت میانگین روی دیواره محفظه بیرونی سرد که پارامتر نهایی بررسی رفتار انتقال حرارتی هندسه های تعریف شده می باشد و همچنین، عدد ناسلت میانگین سیلندرهای داخلی گرم برای شبکه های  $140 \times 140$ ،  $160 \times 160$ ،  $180 \times 180$ ،  $200 \times 200$  و  $220 \times 220$  بررسی شده است. برای نمایش استقلال حل از شبکه انتخابی، جریان جابه جایی طبیعی در محیط متخلخل همگن با ضریب تخلخل  $\epsilon = 0.4$  و عدد دارسی  $Da = 0.1$  در رایلی  $Ra = 2 \times 10^5$  و کسر حجمی ۵ درصد برای حضور نانوذرات در جریان نانوسیال انتخاب شده است. دلیل این انتخاب حضور تمامی پارامترهای موثر جریان در تعیین اندازه شبکه می باشد. نانوسیال انتخابی همان نانوسیال آب- مس می باشد، که خصوصیت ترموفیزیکی آن در جدول ۱

## ۴-۲- صحت‌سنجی

برای اطمینان از صحت نتایج به‌دست‌آمده از روش حل ارائه‌شده برای جریان جابه‌جایی طبیعی موردنظر باید آنها را با حل‌های عددی معتبر در زمینه‌های موردنظر مقایسه شود. از این‌رو برای هر پارامتر موثر در جریان جابه‌جایی طبیعی در هندسه تعریف‌شده با منبعی معتبر در این زمینه مقایسه انجام شده است. مطابق شکل ۴ مقایسه عدد ناسلت میانگین محاسبه‌شده با نتایج حل عددی خانافر [۲۲] برای کاربرد کسر حجمی‌های مختلف نانوسیال آب- مس در یک کویتی ساده نشان‌دهنده عملکرد قابل‌قبول کد پیش‌رو می‌باشد. بیشینه اختلاف ۵/۵ درصد در کسر حجمی ۶ درصد اتفاق می‌افتد. بنابراین، مدل ارائه‌شده در این کد برای مدل‌کردن نانوسیال در کسر حجمی‌های پایین‌تر از ۵ درصد نتایج قابل‌قبولی را ارائه می‌دهد.

برای اطلاع از نحوه عملکرد کد ایجادشده در اعمال محیط متخلخل همگن نتایج عدد ناسلت میانگین با دو منبع معتبر ستا<sup>۱۳</sup> [۸] و نیتیاراسو<sup>۱۴</sup> [۵] بر حسب ضرایب تخلخل و اعداد رایلی مختلف در شکل ۵ مقایسه شده است. ماکزیمم خطای حدود ۲/۵ درصد نشان‌دهنده راندمان محاسباتی خوبی برای محیط متخلخل همگن مدل‌شده به شیوه روش شبکه بولتزمن به‌کار گرفته‌شده در کد پیش‌رو می‌باشد.

یکی از منابع ایجاد خطا در حل‌های عددی، وجود مرز منحنی و نحوه اعمال آن می‌باشد. بنابراین، در شکل ۶ هندسه یکی از منابع معتبر در این زمینه یعنی حل عددی موکالد و آچاریا<sup>۱۵</sup> [۶] با کد حاضر شبیه‌سازی و مقایسه شده است. با در نظر گرفتن اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$  و نسبت‌های شعاع داخلی به طول ضلع محفظه خارجی (R/L)  $0/1$ ،  $0/2$  و  $0/3$ ، عدد ناسلت میانگین حول سیلندر داخلی گرم در بیش‌ترین حالت تا ۸ درصد اختلاف دارد. این اختلاف در حل‌های عدد قابل‌قبول می‌باشد و در نتیجه می‌توان به صحت نتایج در این زمینه اطمینان کرد.

## ۳- نتایج و بحث

با انجام صحت‌سنجی در مورد روش حل کد کامپیوتری حاضر با منابع معتبر و حصول اطمینان از دقت نتایج به‌دست‌آمده از طریق کد، در این بخش به ارائه نتایج مربوط به شبیه‌سازی

هندسه‌های مطرح شده در بخش بیان مسئله طی اشکال و جداول مختلف پرداخته شده است. هدف بررسی تاثیر پارامترهای موثر از قبیل عدد رایلی، ضریب تخلخل محیط متخلخل و عدد دارسی بر روی ماهیت و عملکرد جریان جابه‌جایی طبیعی و همچنین، تاثیر کسر حجمی بر روی انتقال حرارت این جریان می‌باشد. در شکل ۸، کانتورهای خطوط جریان و هم‌دما که به دلیل ماهیت متقارن هندسه و جریان نسبت به خط عمودی گذرنده از مرکز محفظه به صورت ترکیبی (سمت راست خطوط جریان و سمت چپ خطوط هم‌دما) برای نانوسیال آب- مس با کسر حجمی ۵ درصد در اعداد رایلی  $10^4$  و  $10^5$  و ضرایب تخلخل  $0/4$ ،  $0/6$  و  $0/9$  و عدد دارسی  $0/01$  در هندسه شامل تک‌سیلندر، ارائه شده است. هدف از مقایسه موارد موجود در شکل ۷ بررسی تاثیر افزایش عدد رایلی (شدت جابه‌جایی طبیعی) و افزایش ضریب تخلخل (کاهش اثرات محیط متخلخل) می‌باشد. با افزایش عدد رایلی، باتوجه به الگوی خطوط جریان، چرخش سیال تحت تاثیر قرار می‌گیرد و بیش‌تر به بالای محفظه متمایل می‌شود. همچنین، تراکم خطوط نشان می‌دهد با افزایش عدد رایلی، شدت جریان بیش‌تر شده و جابه‌جایی طبیعی بهبود می‌یابد. در مورد خطوط هم‌دما مشاهده می‌شود با افزایش عدد رایلی خطوط از حالت تقارن نسبی خود خارج شده و گرادیان‌های متفاوت‌دمايي در نقاط مختلف جریان مخصوصاً در بالا و پایین سیلندر ظاهر می‌شود. این مشاهده نیز تاییدی بر افزایش شدت جابه‌جایی طبیعی با افزایش عدد رایلی می‌باشد. افزایش ضریب تخلخل در الگوی خطوط هم‌دما و جریان تاثیر مشابه افزایش عدد رایلی بر شکل و شدت این خطوط می‌گذارد اما این تاثیر به اندازه افزایش عدد رایلی نمی‌باشد. دلیل این امر از کم‌تر شدن مقاومت محیط متخلخل در برابر جریان می‌باشد. این مشاهدات به‌طور مشابه در مورد دو هندسه دیگر نیز قابل استخراج می‌باشد. در شکل ۹ کانتورهای خطوط جریان و هم‌دما به صورت ترکیبی (سمت راست خطوط جریان و سمت چپ خطوط هم‌دما) برای نانوسیال آب- مس با کسر حجمی ۵ درصد در عدد رایلی  $10^5$ ، ضریب تخلخل  $0/4$  و عدد دارسی  $0/01$  برای هر سه ارائه شده است. هدف از مقایسه موارد موجود در شکل ۸ بررسی تاثیر تعداد و آرایش سیلندرها بر روی الگوی خطوط جریان و هم‌دما می‌باشد. با مقایسه خطوط جریان می‌توان نتیجه گرفت که، با افزایش تعداد سیلندرها از یکی به تعداد بیش‌تر قطعاً شدت جریان همرفت بیش‌تر خواهد شد و خطوط جریان فضای

13-Seta

14-Nithiarasu

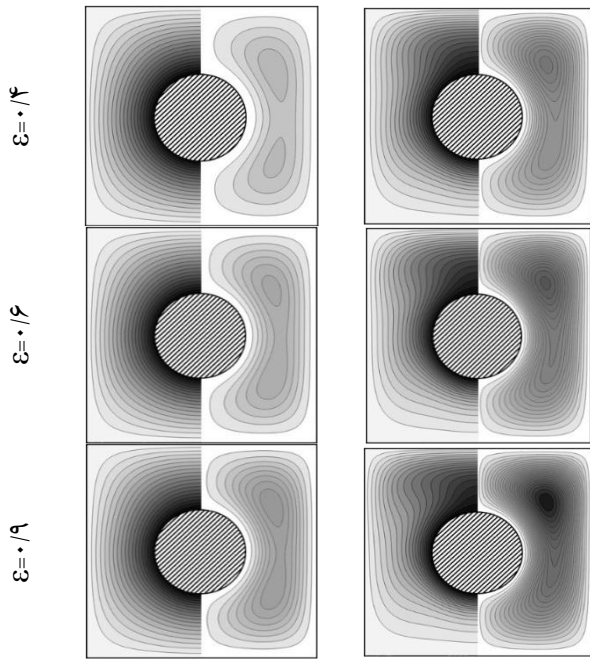
15-Moukalled and Acharya



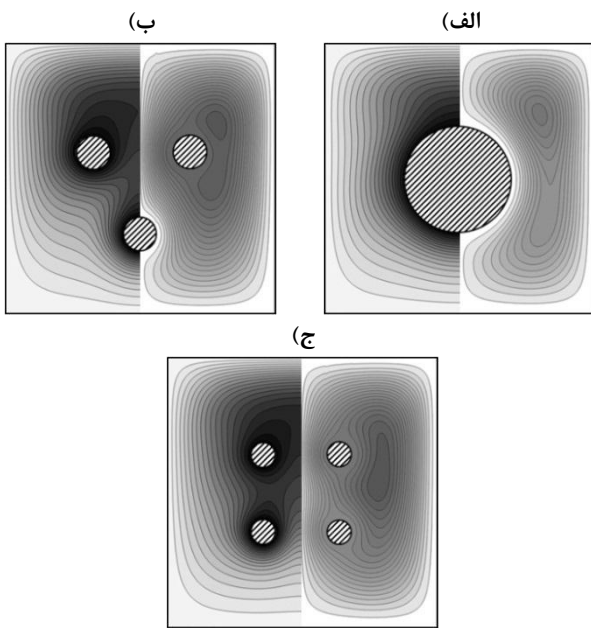
طبیعی از سیلندر سطح گرم به دیواره محفظه سرد در برگیرنده آن مطرح باشد (با معیار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد)، استفاده از چند سیلندر با سطح گرم با شعاع‌های متفاوت از سیلندر اولیه به‌جای تک‌سیلندر با شرط برابری مساحت انتقال حرارت مجموع سطوح گرم در هندسه‌های مختلف، انتخابی معقول به‌نظر می‌رسد. البته لازم به توضیح است که امکان تاثیرگذاری آرایش قرارگرفتن سیلندرها گرم بر نحوه جریان جابه‌جایی طبیعی و انتقال حرارت آن وجود دارد. مطلب اخیر خارج از بحث این مطالعه می‌باشد و نتیجه بیان‌شده براساس هندسه‌های توصیف‌شده در مسئله استخراج شده است. در جدول ۶ نحوه تاثیر ضریب تخلخل بر عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد در اعداد رایلی  $10^4$  و  $10^5$  در جریان نانوسیال آب-مس با کسر حجمی ۵ درصد برای هر سه هندسه بررسی شده است. همان‌طور که در توضیح جدول ۵ بیان شد، در ضریب تخلخل و عدد دارسی ثابت در تمام هندسه‌ها با افزایش عدد رایلی مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد افزایش می‌یابد. در اعداد دارسی و رایلی ثابت با افزایش ضریب تخلخل مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد افزایش می‌یابد. هرچه ضریب تخلخل افزایش یابد، در واقع اثرات محیط متخلخل بر روی جریان جابه‌جایی طبیعی کاهش می‌یابد و مقاومت در برابر جریان نانوسیال کاهش و انتقال حرارت افزایش می‌یابد. در انتخاب بهترین عملکرد حرارتی در بین هندسه‌های موجود ضریب تخلخل نقشی ندارد و باید به عدد رایلی توجه شود. در عدد رایلی  $10^4$  هندسه شامل سه‌سیلندر دارای عدد ناسلت میانگین بالاتری می‌باشد و پس از آن به‌ترتیب هندسه‌های شامل چهارسیلندر و تک‌سیلندر قرار دارند. در عدد رایلی  $10^5$  در تمامی ضرایب تخلخل، عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد به‌ترتیب در هندسه شامل چهارسیلندر و تک‌سیلندر بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار می‌باشد. نتیجه بیان‌شده در توضیح جدول ۵ در مورد انتخاب هندسه دارای پایین‌ترین عملکرد حرارتی برحسب عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد در مورد جدول ۶ نیز صادق می‌باشد و هندسه شامل تک‌سیلندر بدترین عملکرد را دارا می‌باشد. جهت بررسی تاثیر به‌کارگیری نانوسیال آب-مس با کسر حجمی بر روی انتقال حرارت از هندسه‌های دارای بهترین عملکرد حرارتی استفاده و نتایج آن در ادامه طبق جدول ۸-۷ ارائه شده است. دلیل این انتخاب نمایش بهتر تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی انتقال حرارت می‌باشد. در حالت کلی با

بیش‌تری را دربر خواهند گرفت. از طرفی با افزایش تعداد سیلندرها مرکز گردابه‌ها به سمت خط مرکزی افقی گذرنده از مرکز کویتی کشیده می‌شوند. در مورد خطوط هم‌دما نیز می‌توان به این نکته اشاره کرد که با افزایش تعداد سیلندرها، گرادین‌های دمایی از حالت تقریباً یکنواخت خود که از سطح سیلندر تا محفظه ادامه می‌یابد، این یکنواختی را از دست داده و برحسب آرایش و تعداد سیلندرها مقادیر متفاوتی در نقاط مختلف جریان دارند. این امر از عوامل شدت یافتن جریان جابه‌جایی طبیعی می‌باشد.

به‌دلیل تفاوت ظاهری هندسه‌های مورد بررسی، برای مقایسه‌ی عملکرد حرارتی این هندسه‌ها و نحوه تاثیر اعداد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل بر آن تنها معیار عدد ناسلت دیواره سرد محفظه بیرونی می‌باشد. در جدول ۵ نحوه تاثیر عدد دارسی بر عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد در اعداد رایلی  $10^4$  و  $10^5$  در جریان نانوسیال آب-مس با کسر حجمی ۵ درصد برای هر سه هندسه بررسی شده است. در ضریب تخلخل و عدد دارسی ثابت در تمام هندسه‌ها با افزایش عدد رایلی مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد افزایش می‌یابد. در ضریب تخلخل و عدد رایلی ثابت با کاهش عدد دارسی مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد کاهش می‌یابد. دلیل این کاهش، طبق تعریف عدد دارسی در رابطه (۱۴) تناسب مستقیمی بین عدد دارسی با نفوذپذیری در محیط متخلخل همگن برقرار می‌باشد. بنابراین، با کاهش عدد دارسی به‌طور حتم، نفوذپذیری در محیط متخلخل همگن کاهش می‌یابد و ماهیت جریان به‌گونه‌ای تغییر می‌کند که باعث کاهش عملکرد حرارتی جریان جابه‌جایی طبیعی می‌شود. در عدد رایلی  $10^4$  به‌طور قطع برحسب مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد، بهترین عملکرد حرارتی در هندسه شامل سه سیلندر رخ می‌دهد. بعد از آن، هندسه شامل چهارسیلندر و در نهایت هندسه شامل تک‌سیلندر قرار می‌گیرند. با بالارفتن رایلی در مورد انتخاب هندسه دارای عملکرد بهینه حرارتی باید بر طبق عدد دارسی اظهار نظر کرد. در عدد دارسی کوچک‌تر هندسه شامل سه‌سیلندر و در عدد دارسی  $0/01$  هندسه شامل چهارسیلندر دارای عملکرد حرارتی بهتری می‌باشند. نکته قابل توجه در این مقایسه بدون در نظر گرفتن مقدار اعداد رایلی و دارسی هندسه شامل تک‌سیلندر به‌طور حتم، کم‌ترین مقدار عدد ناسلت میانگین را دارد. بنابراین اگر در هندسه‌ای هدف انتقال حرارت جابه‌جایی

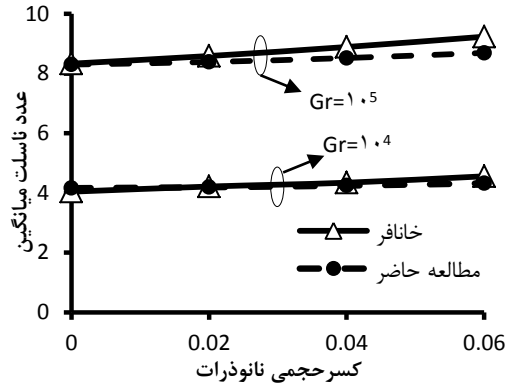


شکل (۷): تاثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر روی کانتور خطوط جریان و هم‌دما (سمت راست خطوط جریان و سمت چپ خطوط هم‌دما).

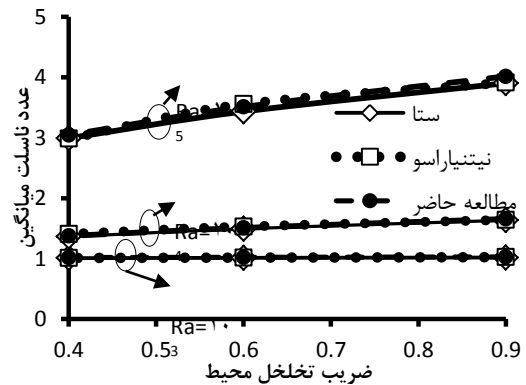


شکل (۸): تاثیر هندسه‌های مختلف بر روی کانتور خطوط جریان و هم‌دما (سمت راست خطوط جریان و سمت چپ خطوط هم‌دما) شامل، الف) تک‌سیلندر داخلی گرم، ب) سه‌سیلندر داخلی گرم، ج) چهارسیلندر داخلی گرم.

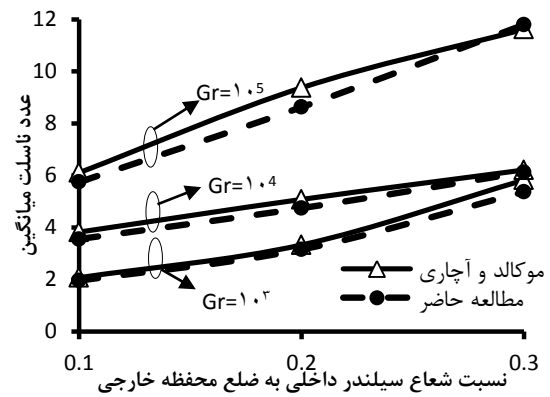
به‌کارگیری محیط متخلخل در جریان جابه‌جایی طبیعی، انتقال حرارت حرارت جابه‌جایی کاهش می‌یابد. این کاهش به‌طور مستقیم با کاهش ضریب تخلخل محیط و عدد دارسی رابطه دارد. از طرفی، بررسی داده‌های جدول ۶-۵ نتیجه می‌دهد که افزایش عدد رایلی نسبت به افزایش عدد دارسی و ضریب تخلخل اثر بیشتری بر روی افزایش انتقال حرارت دارد.



شکل (۴): مقایسه عدد ناسلت میانگین محاسبه‌شده و نتایج حل عددی خانافر.



شکل (۵): مقایسه عدد ناسلت میانگین محاسبه‌شده و نتایج حل عددی ستا و نیتنیاراسو.



شکل (۶): مقایسه عدد ناسلت میانگین محاسبه‌شده و نتایج حل عددی موکالد و آچاری.

$Ra=10^4$   $Ra=10^5$

جدول نیز صادق می باشد. به عبارت دیگر با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت میانگین افزایش می یابد و این افزایش به صورت صعودی خواهد بود، نه با شیب ثابت. در مقایسه اعداد جداول ۸-۷ در رایلی  $10^4$  می توان نتیجه گرفت که درصد افزایش عدد ناسلت میانگین با افزایش کسر حجمی نانوذرات تاثیر زیادی از هندسه نمی پذیرد. در جدول ۸ همچنین، مقادیر عدد ناسلت میانگین در اعداد مختلف رایلی برای هندسه شامل چهارسیلندر مقایسه شده است. این مقایسه، بیانگر بیش تر بودن درصد افزایش عدد ناسلت میانگین با افزایش کسر حجمی نانوسیال در عدد رایلی پایین تر می باشد.

#### جدول (۷): تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت

میانگین دیواره محافظه سرد در ضریب تخلخل  $\varepsilon=0.4$  و رایلی  $10^4$  در هندسه شامل سه سیلندر.

کسر حجمی نانوذرات	عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محافظه	میزان افزایش عدد ناسلت نسبت به سیال پایه (%)
۰	۱/۶۹۶۳	۰
۰/۰۱	۱/۷۴۷۵	۳/۰۲
۰/۰۳	۱/۸۵۲۹	۹/۲۳
۰/۰۵	۱/۹۶۲۷	۱۵/۷۰

#### جدول (۸): تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت

میانگین دیواره محافظه سرد در ضریب تخلخل  $\varepsilon=0.4$  در هندسه شامل چهار سیلندر.

عدد رایلی	کسر حجمی نانوذرات	عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محافظه	میزان افزایش عدد ناسلت نسبت به سیال پایه (%)
$10^4$	۰	۱/۶۷۹۹	۰
$10^4$	۰/۰۱	۱/۷۳۰۵	۳/۰۱
$10^4$	۰/۰۳	۱/۸۳۴۹	۹/۲۳
$10^4$	۰/۰۵	۱/۹۴۳۶	۱۵/۷۰
$10^5$	۰	۲/۳۹۶۵	۰
$10^5$	۰/۰۱	۲/۴۶۶۱	۲/۹۰
$10^5$	۰/۰۳	۲/۶۰۹۳	۸/۸۸
$10^5$	۰/۰۵	۲/۷۵۸۴	۱۵/۱۰

شکل ۹ نشان دهنده روند افزایش عدد ناسلت میانگین در دیواره سرد محافظه و حول سیلندرهایی گرم داخلی برحسب افزایش کسر حجمی نانوذرات در هندسه های شامل سه سیلندر و

#### جدول (۵): تاثیر اعداد رایلی و دارسی بر روی عدد ناسلت

میانگین دیواره محافظه سرد در ضریب تخلخل  $\varepsilon=0.4$ .

عدد رایلی	عدد دارسی	عدد ناسلت میانگین دیواره محافظه سرد		
		تک سیلندر	سه سیلندر	چهارسیلندر
$10^4$	$10^{-2}$	۱/۸۶۵۸	۱/۹۶۲۷	۱/۹۴۳۶
$10^4$	$10^{-4}$	۱/۸۶۱۷	۱/۹۳۵۹	۱/۹۱۸۱
$10^5$	$10^{-2}$	۲/۱۷۳۳	۲/۷۳۵۵	۲/۷۵۸۴
$10^5$	$10^{-4}$	۱/۸۶۴۵	۱/۹۴۴۲	۱/۹۲۸۱

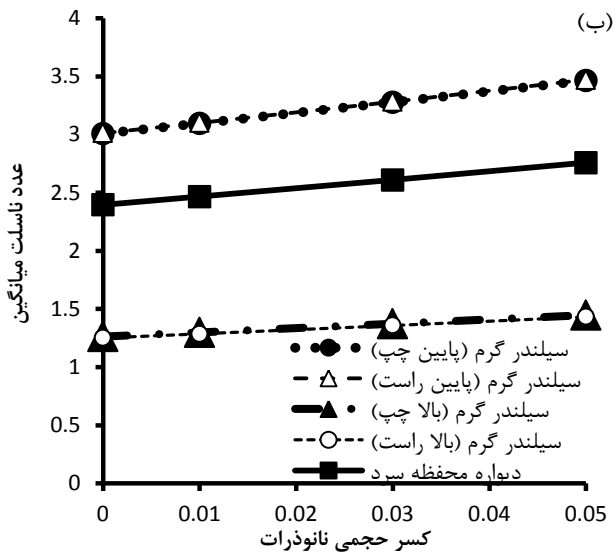
#### جدول (۶): تاثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر روی عدد

ناسلت میانگین دیواره محافظه سرد در عدد دارسی  $Da=0.1$ .

عدد رایلی	ضریب تخلخل	عدد ناسلت میانگین دیواره محافظه سرد		
		تک سیلندر	سه سیلندر	چهارسیلندر
$10^4$	۰/۴	۱/۸۶۵۸	۱/۹۶۲۷	۱/۹۴۳۶
$10^4$	۰/۶	۱/۸۷۰۲	۱/۹۸۶۵	۱/۹۶۶۳
$10^4$	۰/۹	۱/۸۷۸۲	۲/۰۲۴۵	۲/۰۰۳۳
$10^5$	۰/۴	۲/۱۷۳۳	۲/۷۳۵۵	۲/۷۵۸۴
$10^5$	۰/۶	۲/۳۷۴۴	۲/۹۶۴۴	۳/۰۳۴۹
$10^5$	۰/۹	۲/۶۲۶۸	۳/۲۰۲۶	۳/۳۲۶۱

در جدول ۷ نحوه تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محافظه در عدد رایلی  $10^4$  و ضریب تخلخل  $0.4$  بر روی هندسه شامل سه سیلندر بررسی شده است. با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محافظه افزایش می یابد. با توجه به درصد افزایش عدد ناسلت میانگین در کسر حجمی های مختلف نسبت به سیال پایه، روند افزایش عدد ناسلت صعودی می باشد و شیب ثابتی برای افزایش در تمام کسر حجمی ها وجود ندارد. به طور مثال، اگر این شیب ثابت باشد، درصد افزایش عدد ناسلت میانگین در کسر حجمی های ۳ و ۵ درصد برحسب روند افزایش در ۱ درصد باید به ترتیب  $9/04$  و  $15/07$  باشد. اما همان گونه که مشاهده می شود، درصد افزایش عدد ناسلت میانگین از این مقادیر بیش تر می باشد. بنابراین روند تغییرات عملکرد حرارتی جریان جابه جایی طبیعی نانوسیال با افزایش کسر حجمی نانوذرات صعودی می باشد.

در جدول ۸ نحوه تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محافظه در عدد رایلی  $10^4$  و  $10^5$  و ضریب تخلخل  $0.4$  بر روی هندسه شامل چهارسیلندر بررسی شده است. توضیح های بیان شده در مورد جدول ۷، در این



شکل (۹): ادامه.

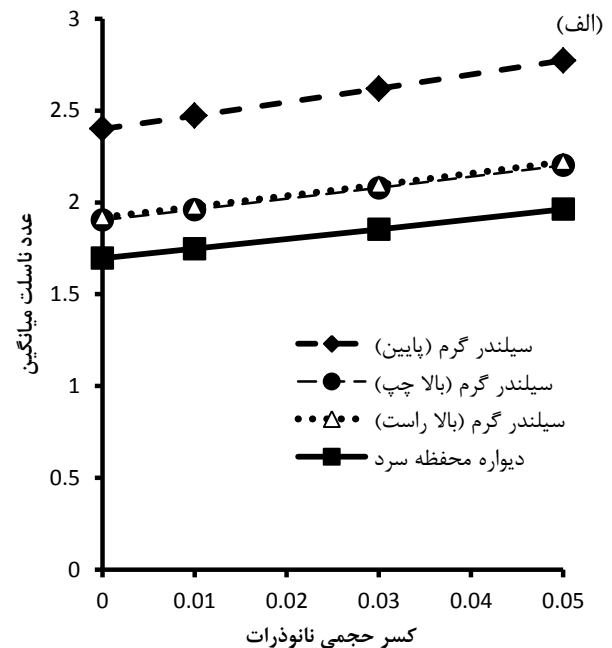
## ۴- نتیجه گیری

در مقاله حاضر جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال بین محفظه مربعی سرد و سیلندر یا سیلندره‌های داخلی گرم که مملو از محیط متخلخل همگن می‌باشد، با استفاده از کد کامپیوتری نوشته‌شده به زبان فورترا با روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شد. تاثیر تعداد سیلندره‌های داخلی بر روی جریان و ویژگی‌های انتقال حرارتی در محیط متخلخل با ضرایب تخلخل و اعداد دارسی گوناگون و همچنین، تاثیر کسر حجمی نانوذرات مورد مطالعه قرار گرفت. باتوجه به نمودارها و نتایج عددی به‌دست آمده می‌توان نتایج را به‌صورت زیر خلاصه کرد:

- در عدد دارسی و ضریب تخلخل ثابت با افزایش اندازه عدد رایلی، تفاوت‌های ایجادشده در الگوی خطوط جریان و هم‌دما باعث افزایش عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محفظه (معیار مشترک مقایسه عملکرد هندسه‌های مختلف به‌کار گرفته‌شده برای ارزیابی عملکرد انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی می‌باشد) می‌شود، که دلیل عملکرد حرارتی جریان جابه‌جایی طبیعی بهتر در اعداد رایلی بالاتر می‌باشد،

- در عدد رایلی و ضریب تخلخل ثابت در هندسه‌های مختلف شبیه‌سازی شده، با کاهش عدد دارسی به‌طور حتم، نفوذپذیری در محیط متخلخل همگن کاهش می‌یابد و ماهیت جریان به‌گونه‌ای تغییر می‌کند که باعث کاهش عملکرد حرارتی جریان جابه‌جایی طبیعی می‌شود،

چهارسیلندر می‌باشد. روند صعودی بودن افزایش عدد ناسلت برحسب افزایش کسر حجمی که در جداول ۸-۷ توضیح داده شده است، در این نمودارها به‌وضوح قابل مشاهده نمی‌باشد، به‌طوری‌که در نگاه اول این روند افزایش با شیب ثابت به‌نظر می‌رسد. علت این خطا، کوچک بودن روند صعودی افزایش عدد ناسلت میانگین برحسب افزایش کسر حجمی می‌باشد. البته به احتمال زیاد با بالا رفتن کسر حجمی تا اعدادی از مرتبه ۱۰ درصد این روند صعودی به‌خوبی مشاهده خواهد شد و نمودارها از حالت خط با شیب ثابت به نمودارهای منحنی با شیب متغییر در نقاط مختلف تغییر شکل خواهند داد. نکته قابل توجه در مورد نمودارهای شکل ۹، با افزایش کسر حجمی نانوذرات رفتار مشابهی در هر هندسه سیلندرهایی که از لحاظ مکانی در یک ارتفاع از ضلع پایینی محفظه قرار دارند، مشاهده می‌شود. دلیل این تشابه تقارن جریان جابه‌جایی طبیعی بین محفظه و سیلندرها نسبت به خط عمودی گذرنده از مرکز هندسه می‌باشد.



شکل (۹): تاثیر افزایش کسر حجمی بر روی عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه و سیلندره‌های داخلی گرم در ضریب تخلخل ۰/۴ و عدد دارسی ۰/۰۱ برای هندسه شامل، الف) سه‌سیلندر در رایلی  $10^4$ ، ب) چهارسیلندر در رایلی  $10^5$ .

2. Hsu, C. and Vafai, K. "Handbook of Porous Media", Taylor and Francis Group, Boca Raton, 2005.
  3. Nield, D. and Bejan, A. "Convection in Porous Media", Springer, New York, 1999.
  4. Tomadakis, M.M. and Robertson, T.J. "Viscous Permeability of Random Fiber Structures: Comparison of Electrical and Diffusional Estimates with Experimental and Analytical Results", Journal of Composite Materials, Vol. 39, No. 2, pp. 163-188, 2005.
  5. P. Nithiarasu, P., Seetharamu, K., and Sundararajan, T. "Natural Convective Heat Transfer in a Fluid Saturated Variable Porosity Medium", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, No. 16, pp. 3955-3967, 1997.
  6. Moukalled, F. and Acharya, S. "Natural Convection in the Annulus between Concentric Horizontal Circular and Square Sylinders", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 3, pp. 524-531, 1996.
  7. Guo, Z. and Zhao, T. "Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows through Porous Media, Physical Review E, Vol. 66, No. 3, pp. 036304, 2002.
  8. Seta, T. Takegoshi, E. Okui, and K. "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in Porous Media", Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 72, No. 2, pp. 195-200, 2006.
  9. Azwadi, C. and Irwan, M. "Simplified Mesoscale Lattice Boltzmann Numerical Model for Prediction of Natural Convection in a Square Enclosure Filled with Homogeneous Porous Media", WSEAS Transactions on Fluid Mechanics, Vol. 5, No. 3, pp. 186-195, 2010.
  10. Zhao, C.Y., Dai, L., Tang, G., Qu, Z., and Li, Z. "Numerical Study of Natural Convection in Porous Media (Metals) Using Lattice Boltzmann Method (LBM)", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 31, No. 5, pp. 925-934, 2010.
  11. Mohd, I.M.A. and Azwadi, N.C.S. "Numerical Prediction of Natural Convection Heat Transfer Through Porous Media by the Lattice Boltzmann Method", Applied Mechanics and Materials, Vol. 110, pp. 4439-4444, 2012.
  12. Habeeb, L.J. "Numerical Simulation of Convective Heat Transfer and Fluid Flow through Porous Media with Different Moving and Heated Walls", International Scholarly and Scientific Research and Innovation, Vol. 6, No. 9, pp. 279-291, 2012.
  13. Jin, L. Zhang, X. and Niu, X. "Lattice Boltzmann Simulation for Temperature-Sensitive Magnetic Fluids in a Porous Square Cavity", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 324, No. 1, pp. 44-51, 2012.
  14. Haghshenas, A. Nasr, M.R., and Rahimian, M. "Numerical Simulation of Natural Convection in an Open-Ended Square Cavity Filled with Porous Medium by Lattice Boltzmann Method",
- در اعداد داری و رایلی ثابت با افزایش ضریب تخلخل مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد افزایش می‌یابد. هرچه ضریب تخلخل افزایش یابد، در واقع اثرات محیط متخلخل بر روی جریان جابه‌جایی طبیعی کاهش می‌یابد و مقاومت در برابر جریان نانو سیال کاهش و انتقال حرارت افزایش می‌یابد.
  - در حالت کلی، باتوجه به داده‌های به‌دست‌آمده، عدد رایلی، تاثیر بیش‌تری نسبت به سایر پارامترهای موثر در بهبود انتقال حرارت دارد.
  - اگر در هندسه‌ای هدف انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی از سیلندر سطح گرم به دیواره محفظه سرد در برگیرنده آن مطرح باشد (با معیار عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد)، استفاده از چند سیلندر با سطح گرم با شعاع‌های متفاوت از سیلندر اولیه به جای تک سیلندر با شرط برابری مساحت انتقال حرارت مجموع سطوح گرم در هندسه‌های مختلف، انتخابی معقول به نظر می‌رسد. البته لازم به توضیح است که امکان تاثیرگذاری آرایش قرارگرفتن سیلندرها گرم بر نحوه جریان جابه‌جایی طبیعی و انتقال حرارت آن وجود دارد. مطلب اخیر بیان شده خارج از بحث این مطالعه می‌باشد و نتیجه بیان شده براساس هندسه‌های توصیف شده در بخش بیان مسئله استخراج شده است و
  - در عدد داری و رایلی و ضریب تخلخل ثابت، افزایش کسر حجمی نانوذرات در جریان جابه‌جایی طبیعی باعث بهبود عملکرد حرارتی می‌شود.
  - در مجموع برای بهبود انتقال حرارت در جریان جابه‌جایی طبیعی نانو سیال در فضای متخلخل همگن بین محفظه مربعی سرد با وجود سیلندر داخلی گرم می‌توان از افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات به کار گرفته شده، استفاده کرد. از طرفی برای کنترل و کاهش انتقال حرارت مربوطه می‌توان از کاهش ضریب تخلخل و عدد داری بهره جست. به کار گرفتن هندسه شامل چند سیلندر به جای تک سیلندر در گرم کردن محفظه مربعی سرد می‌تواند، مفید باشد.
- ۶- مراجع**
1. Clague, D.S. and Phillips, R.J. "A Numerical Calculation of the Hydraulic Permeability of Three-dimensional Disordered Fibrous Media", Physics of Fluids, Vol. 9, No. 6, pp. 1562-1572, 1997.

- International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 10, pp. 1513-1519, 2010.
15. Varol, Y. "Natural Convection for Hot Materials Confined within Two Entrapped Porous Trapezoidal Cavities", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 39, No. 2, pp. 282-290, 2012.
  16. Servati V, A.A., Javaherdeh, K., and Ashorynejad, H.R. "Magnetic Field Effects on Force Convection Flow of a Nanofluid in a Channel Partially Filled with Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", Advanced Powder Technology, Vol. 25, No. 2, pp. 666-675, 2014.
  17. Abu-Nada, E. Masoud, Z., and Hijazi, A. "Natural Convection Heat Transfer Enhancement in Horizontal Concentric Annuli, Using Nanofluids, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 35, No. 5, pp. 657-665, 2008.
  18. Bhatnagar, P.L. Gross, E.P., and Krook, M. "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems", Physical Review, Vol. 94, No. 3, p. 511, 1954.
  19. He, X. Chen, S., and Doolen, G.D. "A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit", Journal of Computational Physics, Vol. 146, No. 1, pp. 282-300, 1998.
  20. Nor Azwadi, C. and Tanahashi, T. "Simplified Thermal Lattice Boltzmann in Incompressible Limit", International Journal of Modern Physics B, Vol. 20, No. 17, pp. 2437-2449, 2006.
  21. Mohamad, A. "Lattice Boltzmann Method": Springer, London, 2011.
  22. Khanafer, K. Vafai, K. and Lightstone, M. "Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-dimensional Enclosure, Utilizing Nanofluids", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, No. 19, pp. 3639-3653, 2003.
  23. Wang, X.Q. and Mujumdar, A.S. "Heat Transfer Characteristics of Nanofluids - A Review", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 46, No. 1, pp. 1-19, 2007.
  24. Brinkman, H. "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions", Journal of Chemical Physics, Vol. 20, No. 4, pp. 571-571, 1952.
  25. Hwang, K.S. Lee, J.H., and Jang, S.P. "Buoyancy-Driven Heat Transfer of Water-Based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluids in a Rectangular Cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, No. 19, pp. 4003-4010, 2007.
  26. Mei, R. Luo, L.S., and Shyy, W. "An Accurate Curved Boundary Treatment in the Lattice Boltzmann Method", Journal of Computational Physics, Vol. 155, No. 2, pp. 307-330, 1999.