



## Can the space charge effect change multipactor zones?

M. Mostajeran<sup>1</sup> 

\* Associate Professor, Yazd University, Yazd, Iran

(Received: 2024/05/31 revised: 2024/09/04 Accepted:2024/10/07 published: 2024/11/06)

### Abstract

*The steady state of multipactor phenomenon is defined by the saturation mechanism. The saturation is identified by the interaction of the secondary electrons by each other, i.e. the space charge effect. The power level of the radiation generated due to the multipactor can be predicted by the calculation of the number of the electrons using the simulation of multipactor. In many previous studies on the multipactor phenomenon, the space charge effect is not considered. In this paper the electron cloud which is generated during the discharge within a parallel-plate waveguide is modeled by a thin electron sheet. The electric field which is produced by the electron sheet is calculated, the equations of motion are then obtained taking into account both electrostatic and radio frequency fields. Here, it will be shown that how the inclusion of space charge effects in multipactor within a parallel-plate waveguide changes the results of multipactor in comparison to that of without space charge.*

**Keywords:** Saturation, Space charge, Multipactor, Waveguide, Parallel plates

**Cite this article:** M. Mostajeran, "Can the space charge effect change multipactor zones?"

, "Applied Electromagnetics", vol. 12, no. 2, pp. 91-97. <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455153.1403.12.2.10.0>



© The Author(s).

**Publisher:** Imam Hossein University

\*Corresponding Author Email: mostajeran@yazd.ac.ir

## علمی - پژوهشی

## آیا اثر بار فضائی، نواحی وقوع مالتی پکتور را تغییر می‌دهد؟

مریم مستاجران<sup>۱</sup>

۱- دانشیار، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

(دریافت: ۱۴۰۳/۰۳/۱۱، بازنگری: ۱۴۰۳/۰۶/۱۴، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۱۷، انتشار: ۱۴۰۳/۰۸/۱۶)

## چکیده

حالت پایا در پدیده مالتی پکتور، با استفاده از مکانیزم اشباع توصیف می‌شود. اشباع، از برهم‌کنش الکترون‌های ثانویه با یکدیگر، اثر بار فضائی، ایجاد می‌شود. با شبیه‌سازی مالتی پکتور و محاسبه تعداد الکترون‌های ایجاد شده در حالت پایا، می‌توان توان تابشی ایجاد شده توسط مالتی پکتور در آزمایشگاه را پیش‌بینی کرد. در بسیاری از مطالعات قبلی، اثر بار فضائی در نظر گرفته نشده است. در این مقاله ابر الکترونی که در اثر مالتی پکتور در ساختار موج‌بر با صفحات موازی، ایجاد می‌شود با صفحه تخت نازک مدل می‌شود. میدان الکتریکی حاصل از الکترون‌های صفحه مدل شده، محاسبه می‌شود و سپس معادلات حرکت صفحه الکترونی در حضور این میدان و میدان رادیو فرکانسی داخل موج‌بر به دست می‌آید. در اینجا نشان خواهیم داد، در نظر گرفتن بار فضائی در مالتی پکتور برای ساختار موج‌بر با صفحات موازی چگونه نتایج این پدیده بدون اثر بار فضائی را، تغییر می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: اشباع، بار فضائی، مالتی پکتور، موج‌بر، صفحات موازی.

## ۱- مقدمه

RF برقرار باشد و ضریب الکترون ثانویه ( $SEY^2$ ) هنگام برخورد به صفحات، بزرگ‌تر از یک باشد، تعداد زیادی الکترون به وجود می‌آید که تعداد آن‌ها به صورت نمایی برحسب زمان افزایش می‌یابد و شکست مالتی پکتور ایجاد می‌شود. ابر الکترونی ایجاد شده، توان کاواک‌ها را بارگیری می‌کند و باعث افزایش دما به صورت موضعی و در نتیجه ضررهای زیادی از جمله از بین رفتن سیستم می‌شود [۷، ۸].

مدل موج‌بر دو صفحه موازی، برای مطالعه ساختارهای زیادی مانند شکاف کوچک<sup>۳</sup> که در آن میدان الکتریکی یکنواخت است، مناسب است [۹-۱۳]. مکانیزم توصیف پدیده مالتی پکتور، در مقالات زیادی مطالعه شده است. در این مطالعات، معادلات حرکت برای موج‌بر صفحات موازی، بدون در نظر گرفتن اثر بار

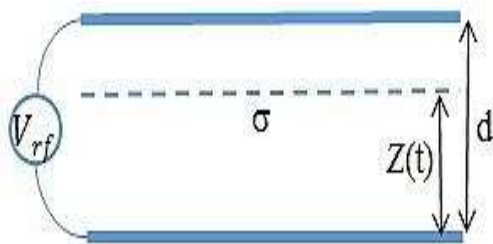
مالتی پکتور تخلیه الکتریکی است که در ساختارهای میکرو موجی ماهواره‌های فضائی و شتاب‌دهنده‌ها، اتفاق می‌افتد و باعث از بین رفتن سیستم می‌شود [۱]. در این پدیده، الکترون‌های آزاد [۲]، توسط میدان الکتریکی<sup>۱</sup> RF سیستم، شتاب می‌گیرند و به دیواره‌های ساختار برخورد می‌کنند، اگر انرژی برخوردی به قدر کافی زیاد باشد الکترون‌های دیگری تولید می‌شوند که الکترون‌های ثانویه نامیده می‌شوند [۳-۵]. اگر زمان پرواز الکترون‌های منتشر شده از صفحه اولیه به صفحه مخالف، ضرب فردی از دوره تناوب سیگنال RF باشد، الکترون‌های ثانوی تولید شده شرایط یکسانی در برگشت خواهند داشت (شرط تشدید) [۶]. اگر شرط تشدید بین حرکت الکترون‌ها و سیگنال

<sup>2</sup> Secondary Electron Yield<sup>3</sup> Small gaps<sup>1</sup> Radio Frequency

استناد: مستاجران، مریم، "آیا اثر بار فضائی، نواحی وقوع مالتی پکتور را تغییر می‌دهد؟"، الکترومغناطیس کاربردی، ۱۲ (۲)، ۹۷-۹۱.

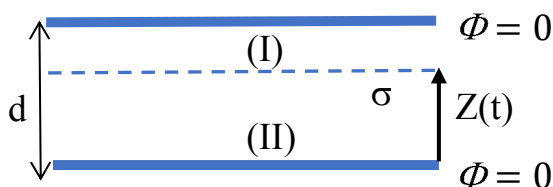
<https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26455153.1403.12.2.10.0.1403>

در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌شود بقیه‌ی الکترون‌های سطح، همراه تک الکترون حرکت می‌کنند.



شکل (۱). ابر الکترونی با چگالی  $\sigma$ ، داخل موج‌بر دو صفحه موازی تحت تأثیر میدان RF.

برای به‌دست آوردن میدان حاصل از ابر الکترونی، شرایط مرزی مشخص شده در شکل ۲ را در نظر می‌گیریم.



شکل (۲). ابر الکترونی با چگالی  $\sigma$ ، با شرایط مرزی مشخص.

باتوجه به شکل ۲ و با استفاده از معادله لاپلاس داریم

$$\nabla^2 \phi = 0 \rightarrow \phi = Ax + B \quad (1)$$

رفتار پتانسیل در دو ناحیه‌ی (I) و (II) را می‌توان نوشت

$$\phi_I = Ax + B, \quad \phi_{II} = Cx + D \quad (2)$$

با استفاده از شرایط مرزی  $\phi_I(z=0) = 0$  و

$$\phi_{II}(z=d) = 0 \quad \text{و} \quad D_I(Z) - D_{II}(Z) = -\sigma(Z) \quad \text{چهار ضریب}$$

$A, B, C, D$  محاسبه می‌شوند. با استفاده از رابطه‌ی ۲ و شرایط مرزی داریم

$$\vec{E}_I = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{Z}{d}\right) \hat{K}, \quad \vec{E}_{II} = -\frac{\sigma Z}{\epsilon_0 d} \hat{K}. \quad (3)$$

میدان الکتریکی در هر مکانی در صفحه با چگالی  $\sigma$ ، با استفاده از رابطه ۳ عبارت است از

$$\vec{E}(Z) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{Z}{d}\right) \hat{K} \quad (4)$$

نیروی وارد بر الکترون در صفحه با چگالی  $\sigma$  با در نظر گرفتن

اثر بارفضایی (رابطه ۴) و میدان RF عبارت است از

$$\vec{F} = \frac{-e\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{Z}{d}\right) \hat{K} - \frac{eV_{rf}}{d} \cos \omega t \hat{K} \quad (5)$$

با استفاده از رابطه ۵، معادله‌ی حرکت را می‌توان با استفاده

از دو معادله، در رابطه ۶ نوشت

فضائی<sup>۱</sup> به‌دست آمده است. در تعداد کمی از مقالات، پدیده‌ی مالتی پکتور با در نظر گرفتن اثر بار فضائی بررسی شده‌اند (به‌طور مثال [۱۴-۱۸]). رومانو و همکارانش با استفاده از کد شبیه‌سازی اثر بارفضایی در مالتی پکتور را برای کاواکی بیضوی شکل، بررسی کرده‌اند [۱۴]. در [۱۵، ۱۶]. حالت پایا در مالتی پکتور برای ساختار دو صفحه موازی و موج‌بری که قسمتی از فضای بین آنها از دی‌الکتریک پر شده است، مطالعه شده است. مالتی پکتور و اثر بار فضائی در ساختار دو صفحه موازی با حضور میدان مغناطیسی خارجی در [۱۷] بررسی شده است. ایدن و همکارش، حالت پایا در مالتی پکتور را برای موج‌بر دو صفحه موازی بررسی کرده‌اند [۱۸] ولی در این مقاله چگونگی تغییرات نواحی مالتی پکتور با در نظر گرفتن اثر بار فضائی، بررسی نشده است.

در این مقاله به بررسی تغییراتی که اثر بار فضائی بر نتایج بدون بار فضائی در مالتی پکتور ایجاد می‌کند، می‌پردازیم، به عبارتی افزایش یا کاهش ناحیه مالتی پکتور را برای ساختار موج‌بر دو صفحه موازی با در نظر گرفتن اثر بار فضائی را، بررسی خواهیم کرد.

در اینجا، ابر الکترونی را به صفحه‌ای نازک مدل می‌کنیم و معادلات حرکت آن را، با در نظر گرفتن اثر بار فضائی از روش تحلیلی به دست می‌آوریم (بخش ۲). در بخش ۳، نتایج شبیه‌سازی معادلات حرکت بررسی می‌شوند. نهایتاً در بخش ۴ نتایج و اثر بارفضائی در نتایج قبلی بیان می‌شود.

## ۲- معادلات حرکت

مجموعه‌ای از الکترون‌ها را در ناحیه بین دو صفحه موازی که تحت میدان RF است را در نظر بگیرید (شکل ۱). این مجموعه، ابر الکترونی، مالتی پکتور ایجاد شده در موج‌بر صفحات موازی را توصیف می‌کند.  $\sigma$  چگالی سطحی صفحه‌ی الکترونی است. در ابتدا فرض می‌شود چگالی سطحی صفحه، بسیار کم است و به علت خلا نامناسب وجود دارد. همچنین فرض می‌کنیم صفحه مدل شده، در یک بعد در راستای  $Z$  بین صفحات موج‌بر بتواند حرکت کند، از آنجایی که صفحات موج‌بر ابعاد نامتناهی دارد اثرات لبه‌ای در نظر گرفته نمی‌شود. در ادامه، ابتدا میدان الکتریکی حاصل از ابر الکترونی به صورت نظری محاسبه می‌شود و با استفاده از اصل برهم نهی میدان کل حاصل از این میدان و میدان RF در مکان ابر الکترونی محاسبه می‌شود. فرض می‌کنیم که همه‌ی الکترون‌های ثانوی در زمان یکسان و با سرعت اولیه‌ی یکسان منتشر شوند. در صفحه‌ی الکترونی، حرکت تک الکترون

<sup>5</sup> Space charge

(۱۳)

$$r(\lambda) = \alpha_1 \lambda + \alpha_0 \rightarrow r(\lambda_{1,2}) = \alpha_1 \lambda_{1,2} + \alpha_0$$

در اینجا  $r(\lambda)$  معادله مشخصه است. لذا می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} e^{\lambda_1} &= \alpha_1 \lambda_1 + \alpha_0 I; \\ e^{\lambda_2} &= \alpha_1 \lambda_2 + \alpha_0 I \end{aligned} \quad (14)$$

با استفاده از رابطه ۱۱ و ۱۴ ضرائب را می‌توان به دست آورد

$$\alpha_1 = \frac{\sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{\sqrt{a_1}(t-t_0)}; \quad (15)$$

$$\alpha_0 = \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)].$$

با جای‌گذاری رابطه ۱۵ در رابطه ۱۲ داریم

$$e^{A(t-t_0)} = \begin{pmatrix} \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)] & \frac{\sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{\sqrt{a_1}} \\ a_1 \frac{\sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{\sqrt{a_1}} & \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)] \end{pmatrix} \quad (16)$$

بنابراین، با استفاده از رابطه ۹ داریم

$$z_h(t) = \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]Z_0 + \frac{\sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{\sqrt{a_1}}v_0; \quad (17)$$

$$v_h(t) = \sqrt{a_1} \sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]Z_0 + \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]v_0.$$

تا این مرحله  $z_h(t)$  به دست آمده است، برای به دست آوردن

$z_{Nh}(t)$ ، ابتدا  $\vec{f}(s) = e^{A(t-s)} \vec{V}$  را به دست می‌آوریم.

$$V_1(s) = \frac{\sinh[\sqrt{a_1}(t-s)]}{\sqrt{a_1}} \left[ -a_1 \frac{d}{2} - \frac{eV_{rf}}{md} \cos(\omega s) \right]; \quad (18)$$

$$V_2(s) = \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)] \left[ -a_1 \frac{d}{2} - \frac{eV_{rf}}{md} \cos(\omega s) \right].$$

جواب ناهمگن معادله ۷ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} z_{Nh} &= \int_{t_0}^t V_1 ds \\ &= -\frac{d}{2} [\cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)] - 1] \\ &\quad - \frac{eV_{rf}}{md\sqrt{a_1}} \left[ \begin{aligned} &-\frac{\sqrt{a_1} \cos(\omega t)}{a_1 + \omega^2} \\ &+\frac{\sqrt{a_1} \cos(\omega t_0) \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{a_1 + \omega^2} \\ &-\frac{\omega \sin(\omega t_0) \sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{a_1 + \omega^2} \end{aligned} \right]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\dot{Z} = v;$$

$$\dot{v} = -\frac{e\sigma}{\epsilon_0 m} \left( \frac{1}{2} - \frac{Z}{d} \right) - \frac{eV_{rf}}{md} \cos \omega t \quad (6)$$

معادلات حرکت را می‌توان به صورت یک سیستم معادلات دیفرانسیل، رابطه ۷، نوشت.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{a_1 d}{2} - \frac{eV_{rf}}{md} \cos \omega t \end{pmatrix} \quad (7)$$

در اینجا  $a_1 = \frac{e\sigma}{m\epsilon_0 d}$  است. جواب معادله ۷ را می‌توان

به صورت رابطه ۸ نوشت.

$$\vec{z}_T(t) = \vec{z}_h(t) + \vec{z}_{Nh}(t) \quad (8)$$

در اینجا  $\vec{z}_h(t)$  و  $\vec{z}_{Nh}(t)$  به ترتیب جواب همگن و

ناهمگن هستند. از رابطه ۹ به دست می‌آید.

$$\vec{z}_h(t) = e^{A(t-t_0)} \vec{z}_h(t_0) \quad (9)$$

در اینجا  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & 0 \end{pmatrix}$  و  $\vec{z}_h(t_0) = \begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix}_{t_0}$  است. در

ادامه  $\vec{z}_h(t)$  به دست می‌آید.

از رابطه ۱۰ به دست می‌آید.

$$\vec{z}_{Nh}(t) = \int_{t_0}^t e^{A(t-s)} \vec{f}(s) ds \quad (10)$$

در اینجا  $\vec{f}(s) = \begin{pmatrix} 0 \\ -a_1 \frac{d}{2} - \frac{eV_{rf}}{md} \cos(\omega s) \end{pmatrix}$  است. برای به

دست آوردن  $\vec{z}_h(t)$  ابتدا  $e^{A(t-t_0)}$  را به دست می‌آوریم.

برای محاسبه‌ی این کمیت، مقدار مقادیر ویژه‌ی  $A(t-t_0)$

را به دست می‌آوریم،  $\lambda_{1,2}$ .

$$|A(t-t_0) - \lambda I| = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm \sqrt{a_1}(t-t_0) \quad (11)$$

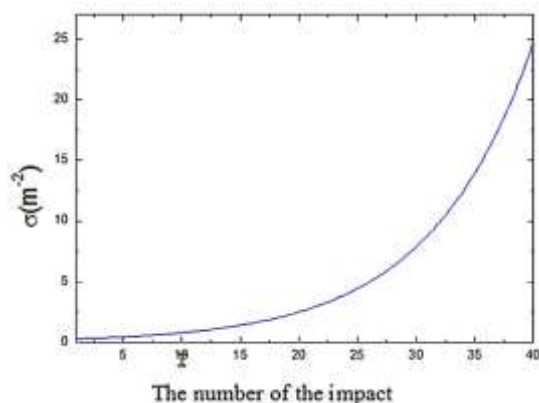
از طرفی  $e^{A(t-t_0)}$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$e^{A(t-t_0)} = \alpha_1 A(t-t_0) + \alpha_0 I \quad (12)$$

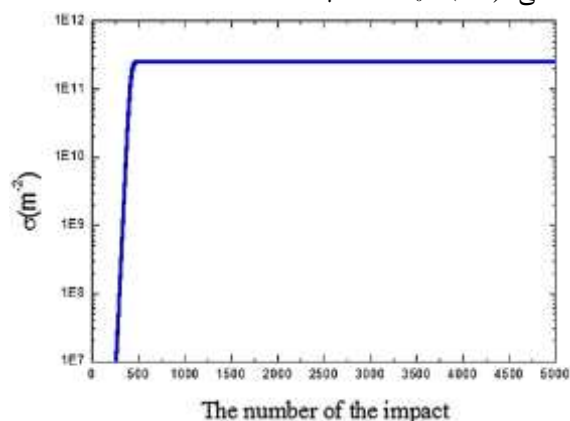
برای به دست آوردن ضرائب  $\alpha_0$  و  $\alpha_1$  به روش زیر عمل

می‌کنیم

جنس ساختار است که در اینجا ۲۰ eV انتخاب شده است. یکی از نتایجی که برای وقوع مالتی پکتور بررسی می شود (بدون در نظر گرفتن بار فضائی)، رشد نمایی چگالی سطحی صفحه الکترونی پس از هر برخورد با ساختار است. همان طور که در شکل ۳ مشاهده می شود، با در نظر گرفتن بار فضائی هم چگالی سطحی صفحه، رشد نمایی دارد. در شکل ۳ رشد نمایی در برخوردهای کم صفحه الکترونی با الکترونها مشاهده می شود.



شکل (۳). افزایش چگالی سطحی صفحه،  $\sigma$ ، با افزایش تعداد برخورد با الکترونها برای  $f = 1GHz$ ,  $d = 1mm$ ,  $E_0 = 3.68 eV$ ,  $V_{rf} = 30 V$ ,  $\phi_0 = 1.06 rad$ ,  $w_1 = 20 eV$ ,  $\sigma_0 = 1(m^{-2})$ .  
افزایش چگالی سطحی پس از مدتی متوقف می شود و مقدار آن ثابت می شود به عبارتی اشباع اتفاق می افتد، شکل ۴. شکل ۳ و ۴ با در نظر گرفتن انرژی اولیه  $E_0 = 3.68 eV$  و چگالی اولیه سطحی  $\sigma_0 = 1(m^{-2})$  محاسبه شده اند.



شکل (۴). ثابت شدن رشد  $\sigma$  در برخوردهای زیاد با الکترونها، برای  $f = 1GHz$ ,  $d = 1mm$ ,  $E_0 = 3.68 eV$ ,  $V_{rf} = 30 V$ ,  $\phi_0 = 1.06 rad$ ,  $w_1 = 20 eV$ ,  $\sigma_0 = 1(m^{-2})$ .

باتوجه به شکل ۳ و ۴ می توان بیان کرد، از اثر بار فضائی در برخوردهای کم (برخورد صفحه الکترونی با الکترونها) می توان صرف نظر کرد. لذا در وهله اول به نظر می رسد، نتایج مقالاتی که از اثر بار فضائی صرف نظر شده است، تغییری نخواهند کرد

$$v_{Nh} = \int_{t_0}^t V_2 ds$$

$$= -\frac{\sqrt{a_1} d}{2} \sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]$$

$$+ \frac{eV_{rf}}{md} \left[ \frac{\omega \sin(\omega t_0) \cosh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{a_1 + \omega^2} - \frac{\omega \cos(\omega t)}{a_1 + \omega^2} - \frac{\sqrt{a_1} \cos(\omega t_0) \sinh[\sqrt{a_1}(t-t_0)]}{a_1 + \omega^2} \right]$$

با استفاده از رابطه های ۱۷ و ۱۹ می توان مکان و سرعت صفحه الکترونی را وابسته به زمان به دست آورد، رابطه ۵ در [۱۸].

$$z(t) = \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos(\phi_0 + \delta\phi) + \sqrt{K_\sigma} \left( \frac{v_0}{\omega} + \bar{z}_\sigma \sin \phi_0 \right) \sinh\left(\frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}}\right) + \left( z_0 - \frac{d}{2} - \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 \right) \cosh\left(\frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}}\right); \quad (20)$$

$$v(t) = \left( v_0 + \bar{z}_\sigma \omega \sin \phi_0 \right) \cosh\left(\frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}}\right) - \frac{\omega}{\sqrt{K_\sigma}} \left( \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 - z_0 \right) \sinh\left(\frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}}\right) - \bar{z}_\sigma \omega \sin(\phi_0 + \delta\phi).$$

در اینجا  $\delta\phi = \omega(t-t_0)$ ,  $\phi_0 = \omega t_0$

$$K_\sigma = \frac{\epsilon_0 m \omega^2 d}{\sigma e^2} \text{ و } \bar{z}_\sigma = \frac{\epsilon_0 V_{rf}}{e \sigma (1 + K_\sigma)}$$

اثر بار فضائی در نظر گرفته نشود،  $\sigma$  صفر، برابر  $\bar{z}_\sigma$  می شود و معادلات ۲۰ به معادلات حرکت در [۱۹، ۱۳] تبدیل می شوند.

### ۳- بررسی اثر بار فضائی بر نواحی وقوع مالتی پکتور

از معادلات به دست آمده در قسمت ۱، در شبیه سازی حرکت صفحه الکترونی استفاده می کنیم. در هر برخورد صفحه الکترونی با الکترونها، تعدادی الکترون ثانویه تولید می شود که باعث تغییر چگالی سطحی صفحه الکترونی می شود. این مقاله مدل واگان برای محاسبه SEY، استفاده شده است [۲۰]. یکی از پارامترهای مربوط به مدل SEY، انرژی الکترون فرودی،  $W1$ ، است که به ازای این انرژی، تعداد متوسط الکترون ثانوی مساوی یک است.  $W1$  مربوط به

<sup>۱</sup> در این مرجع، معادله مکان، کامل بدست نیامد است.

$$\tan \phi_0 = -\sqrt{K_\sigma} \tanh \left( \frac{(2n-1)\pi}{2\sqrt{K_\sigma}} \right). \quad (23)$$

$$a = \frac{\frac{\partial z}{\partial \phi_0}}{\frac{\partial z}{\partial \phi_1}}$$

این محدودیت  $\phi_0 \leq \phi_b$  است. فاکتور پایداری،

یکی دیگر از کمیت‌هایی است که در پدیده‌ی مالتی پکتور بررسی می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی (۲۱) داریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \phi_0} &= \sqrt{K_\sigma} \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 \sinh \left( \frac{\phi_1 - \phi_0}{\sqrt{K_\sigma}} \right) \\ &\quad - \frac{v_0}{\omega} \cosh \left( \frac{\phi_1 - \phi_0}{\sqrt{K_\sigma}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{K_\sigma}} \left( \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 \right) \sinh \left( \frac{\phi_1 - \phi_0}{\sqrt{K_\sigma}} \right), \\ \frac{\partial z}{\partial \phi_1} &= -\bar{z}_\sigma \sin \phi_1 \\ &\quad + \left( \frac{v_0}{\omega} + \bar{z}_\sigma \sin \phi_0 \right) \cosh \left( \frac{\phi_1 - \phi_0}{\sqrt{K_\sigma}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{K_\sigma}} \left( \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 \right) \sinh \left( \frac{\phi_1 - \phi_0}{\sqrt{K_\sigma}} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

با استفاده از رابطه (۲۴)، می‌توان فاکتور پایداری را به دست آورد. با استفاده از شرط تشدید و شرط ساده‌ی پایداری فاز،  $a = -1$  داریم

$$\phi_{up} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{K_\sigma} \sinh \left( \frac{(2n-1)\pi}{\sqrt{K_\sigma}} \right)}{1 - \cosh \left( \frac{(2n-1)\pi}{\sqrt{K_\sigma}} \right)} \right). \quad (25)$$

مقادیر فاز اولیه و ولتاژ مربوط به آن، برای سه مرتبه متفاوت مالتی پکتور در جدول ۱ آمده است.

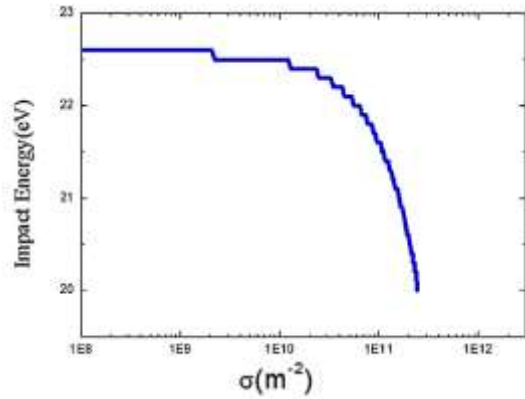
با مقایسه جدول ۱ با جدول ۲ در [۱۳] می‌توان نتیجه گرفت، با در نظر گرفتن اثر بار فضائی، فازهایی که در آن مالتی پکتور اتفاق می‌افتد، بیشتر است به عبارتی نواحی مربوط به وقوع مالتی پکتور وسیع‌تر است.

جدول (۱). مقادیر فاز اولیه (برحسب درجه) و ولتاژهای مربوط به آن (برحسب ولت)، برای سه مرتبه متفاوت مالتی پکتور.

نتایج مربوط به نواحی وقوع و عدم وقوع مالتی پکتور، زیرا مالتی پکتور در این مقالات در برخوردی کم صفحه‌ی الکترونی با الکترونها بررسی شده‌اند. برای نتیجه‌گیری کلی در مورد اثر بار فضائی، فازهای مجاز برای رخ دادن مالتی پکتور هم باید بررسی شوند که در ادامه به آن می‌پردازیم.

مقدار  $\sigma$  پس از ۴۵۰ برخورد در  $2.49 \times 10^{11}$  ثابت می‌شود (شکل ۳)، به عبارتی اشباع زمانی اتفاق می‌افتد که انرژی برخوردی صفحه‌ی الکترونی به مقدار W1 برسد، شکل ۵. با استفاده از رابطه‌ی (۲۰)، می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} d &= \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos \phi_1 + \sqrt{K_\sigma} \left( \frac{v_0}{\omega} + \bar{z}_\sigma \sin \phi_0 \right) \sinh \left( \frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}} \right) \\ &\quad - \left( \frac{d}{2} + \bar{z}_\sigma \cos \phi_0 \right) \cosh \left( \frac{\delta\phi}{\sqrt{K_\sigma}} \right). \end{aligned} \quad (21)$$



شکل (۵). انرژی برخوردی برحسب  $\sigma$  برای

$$f = 1\text{GHz}, d = 1\text{mm}, E_0 = 3.68\text{ eV}, V_{rf} = 30\text{ V}, \phi_0 = 1.06\text{ rad}, w_1 = 20\text{ eV}, \sigma_0 = 1(\text{m}^{-2}).$$

در اینجا  $\phi_1$  فازی است که صفحه‌ی الکترونی با الکترون دیگر در  $Z = d$  برخورد می‌کند و  $\delta\phi = \omega(t_1 - t_0)$  است. با در نظر گرفتن شرط تشدید  $\phi_1 - \phi_0 = (2n-1)\pi$ ، مرتبه‌ی مالتی پکتور است، با استفاده از رابطه‌ی (۲۱) داریم

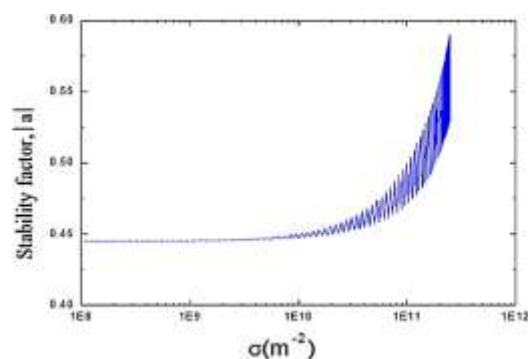
$$\bar{z}_\sigma = \frac{\frac{d}{2} - \sqrt{K_\sigma} \frac{v_0}{\omega} \tanh \left( \frac{(2n-1)\pi}{2\sqrt{K_\sigma}} \right)}{\sqrt{K_\sigma} \sin \phi_1 \tanh \left( \frac{(2n-1)\pi}{2\sqrt{K_\sigma}} \right) - \cos \phi_1}. \quad (22)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۲۲) و  $\bar{z}_\sigma$  می‌توان  $V_{rf}$  را به دست آورد. کمترین  $V_{rf}$  که در آن مالتی پکتور می‌تواند اتفاق افتد، فاز اولیه‌ی الکترون،  $\phi_0$ ، را محدود می‌کند. با ماکزیمم قرار دادن کسر رابطه‌ی (۲۲) فاز متناسب با کمترین  $V_{rf}$  به دست می‌آید،  $\phi_b$ .

- Letters 4 (3), 113-117 (1991).  
https://doi.org/10.1002/mop.4650040308.
- [2] J. R. M. Vaughan, IEEE Trans, Multipactor, Electron Devices 35, 1172(1988).  
https://ieeexplore.ieee.org/document/3387
- [3] N. F. Kvalev et al. Scenario for output pulse shortening in microwave generators driven by relativistic electron beams, IEEE transactions on plasma science 26 (3), 246-251 (1991).  
https://escholarship.org/content/qt7h9427f2/qt7h9427f2\_noSplash\_b36c20ee2d6bdae0ff3eb2e0e483d370.pdf
- [4] R. A. Kishek and Y. Y. Lau, Multipactor discharge on a dielectric, Physical review letters 80 (1), 193 (1998).  
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.193
- [5] A. G. Sazontov and V. E. Nechaev, Effects of rf magnetic field and wave reflection on multipactor discharge on a dielectric, Physics of Plasmas 17 (3), 033509 (2010).  
https://doi.org/10.1063/1.3356082
- [6] H. Wang et al. Effects of rf magnetic field on upstream dielectric multipactor, Plasma Sources Science and Technology 27 (12), 125006 (1991).  
https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6595/aaef0e
- [7] R. Udiljak et al. New method for detection of multipaction, IEEE transactions on plasma science 31 (3), 396-404 (2003).  
https://ieeexplore.ieee.org/document/1206745?siagnout=succes
- [8] V. D. Shemelin, Existence zones for multipactor discharges, Journal of Technical Physics 56 (9), 1730-1736 (1986).  
https://ieeexplore.ieee.org/document/1206745?siagnout=succes
- [9] M. Siddiqi and R. Kishek, Map-based multipactor theory for cross-field devices, IEEE Transactions on Electron Devices 66 (7), 3162-3167 (2019).  
https://ieeexplore.ieee.org/document/8715665
- [10] M. Mostajeran, Crossed fields and two-sided multipactor, Physics of Plasmas 25 (10), 103115 (2018).  
https://doi.org/10.1063/1.5049587
- [11] V. Semenov et al. Multipactor suppression in amplitude modulated radio frequency fields, Physics of Plasmas 8 (11), 5034-5039 (2001).  
https://doi.org/10.1063/1.1410980
- [12] M. Mostajeran and A. M. Nikdoust, The effect of variations of dimensions of a coaxial to WG1800 waveguide coupler its frequency, Journal of Research on Many-body Systems 10 (1), 113-129 (2020) (In Persian)  
https://jrmbs.scu.ac.ir/article\_15562.htm
- [13] M. Mostajeran and Lamahi Racht, On the phase stability in two-sided multipactor, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 615 (1), 1-5 (2010).  
https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900209024267
- [14] G. Romanov, simulation of multipacting with

n	$\phi_{up}$ (deg)	$V_{RF}(\phi_{up})$	(deg) $\phi_b$	$V_{RF}(\phi_b)$
۷	-۹۰	۳۵.۱۴۹۲۷	۸۷.۱۹۶۴	۳۵.۱۰۷۲
۸	-۹۰	۳۵.۸۸۲۰۷	۸۷.۵۶۹۸	۳۵.۸۴۹۸
۹	-۹۰	۳۶.۴۴۲۴۵	۸۷.۸۵۵۴	۳۶.۴۱۶۹۳

برای بررسی پایداری مالتی پکتور با در نظر گرفتن اثر بار فضائی، می توان فاکتور پایداری را در هر برخورد محاسبه کرد. در شکل ۶ رفتار فاکتور پایداری بر حسب چگالی سطحی نشان داده شده است. فاکتور پایداری با افزایش چگالی سطحی به آرامی افزایش می یابد ولی تا زمانی که به حالت اشباع برسد، همچنان کوچک تر از یک است که نشانه پایدار بودن پدیده مالتی پکتور است.



شکل (۶). فاکتور پایداری بر حسب  $\sigma$  برای

$$f = 1\text{GHz}, d = 1\text{mm}, E_0 = 3.68\text{ eV}, V_{rf} = 30\text{ V}, \phi_0 = 1.06\text{ rad}, w_1 = 20\text{ eV}, \sigma_0 = 1(\text{m}^{-2}).$$

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله ابر الکترونی که در اثر تخلیه الکتریکی در ساختار موجر با صفحات موازی، ایجاد می شود با صفحه تخت نازک مدل شد. میدان حاصل از صفحه الکترونی (اثر بار فضائی) در محاسبه معادلات حرکت در نظر گرفته شد. معادلات به دست آمده، برای شبیه سازی حرکت استفاده شدند.

با بررسی رفتار چگالی سطحی بر حسب تعداد برخورد صفحه الکترونی با الکترونها و فازهای مجاز برای وقوع مالتی پکتور، نشان دادیم با در نظر گرفتن اثر بار فضائی، فازهایی که در آن مالتی پکتور اتفاق می افتد، بیشتر است به عبارتی نواحی مربوط به وقوع مالتی پکتور وسیع تر است.

آنالیز اشباع مالتی پکتور در موجر با صفحات موازی، به مطالعه حرکت سه یا پنج صفحه الکترونی (که نشان دهنده مرتبه های بالاتر مالتی پکتور است) قابل افزایش است.

#### ۵- مراجع

- [1] B. Gimeno et al. Transmission-line model to analyze a multistage polarizer rotator, Microwave and Optical Technology

- field, *Physics of Plasmas* **25** (12), 122109 (2018). <https://doi.org/10.1063/1.5052647>.
- [18] E. Sorolla and M. Matts, Multipactor in parallel-plate waveguides, *Phys. Plasmas* **19**, 072304 (2012). <https://doi.org/10.1063/1.4736852>
- [19] S. Riyopoulos, D. Chernin and D. Dialetis, Theory of electron multipactor in crossed fields, *Physics of Plasmas* **2** (8), 3194-3213 (1995). <https://doi.org/10.1063/1.871151>
- [20] J. Rodney and M. Vaughan, A new formula for secondary emission yield, *IEEE Transactions on Electron Devices* **36** (9), 1963-1967 (1989). <https://doi.org/10.1109/16.34278>
- space charge effect, *American Journal of Physics and Applications* **5**(6), 99-105(2017). <https://doi.org/10.11648/j.ajpa.20170506.15>
- [15] A. Berenguer et al. Experimental study of the multipactor effect in a partially dielectric-loaded rectangular waveguide, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters* **29** (9), 595-597 (2019). <https://doi.org/10.1109/LMWC.2019.2929488>
- [16] A. Coves et al. Multipactor discharges in parallel-plate dielectric-loaded waveguides including space-charge effects, *IEEE transactions on electron devices* **55** (9), 2505-2511 (2008). <https://doi.org/10.1109/TED.2008.927945>
- [17] R. Spektor et al. Space charge saturation in multipactor discharges with parallel magnetic